KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

CUNG THẾ ANH – NGUYỄN HUY ĐOAN (đồng Chủ biên)
NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG
SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài tập TOÁN 8

TẬP HAI

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

MỤC LỤC

NỘI DUNG	Trang	
	Đề bài	Lời giải - Hướng dẫn - Đáp số
CHƯƠNG VI. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ	3	84
Bài 21. Phân thức đại số	3	84
Bài 22. Tính chất cơ bản của phân thức đại số	5	84
Bài 23. Phép cộng và phép trừ phân thức đại số	8	86
Bài 24. Phép nhân và phép chia phân thức đại số	11	89
Ôn tập chương VI	14	90
CHƯƠNG VII. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ HÀM SỐ BẬC NHẤT	16	93
Bài 25. Phương trình bậc nhất một ẩn	16	93
Bài 26. Giải bài toán bằng cách lập phương trình	20	94
Bài 27. Khái niệm hàm số và đồ thị của hàm số	23	95
Bài 28. Hàm số bậc nhất và đồ thị của hàm số bậc nhất	28	96
Bài 29. Hệ số góc của đường thẳng	32	99
Ôn tập chương VII	35	100
CHƯƠNG VIII. MỞ ĐẦU VỀ TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ	38	103
Bài 30. Kết quả có thể và kết quả thuận lợi	38	103
Bài 31. Cách tính xác suất của biến cố bằng tỉ số	40	103
Bài 32. Mối liên hệ giữa xác suất thực nghiệm với xác suất và ứng dụng	43	105
Ôn tập chương VIII	46	107
CHƯƠNG IX. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG	50	110
Bài 33. Hai tam giác đồng dạng	50	110
Bài 34. Ba trường hợp đồng dạng của hai tam giác	53	111
Bài 35. Định lí Pythagore và ứng dụng	58	117
Bài 36. Các trường hợp đồng dạng của hai tam giác vuông	61	120
Bài 37. Hình đồng dạng	65	124
Ôn tập chương IX	68	125
CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN	70	129
Bài 38. Hình chóp tam giác đều	70	129
Bài 39. Hình chóp tứ giác đều	74	131
Ôn tập chương X	78	132
BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM	81	133

CHƯƠNG VI PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

BÀI 21 PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phân thức đại số (hay phân thức) là những biểu thức có dạng $\frac{A}{B}$, với A, B là hai đa thức và B khác 0.

2. Trong phân thức $\frac{A}{B}$, ta gọi A là tử thức (hay tử), B là mẫu thức (hay mẫu). Mỗi đa thức đều được coi là phân thức với mẫu số bằng 1.

3. Ta nói hai phân thức $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$ bằng nhau và viết là $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ nếu $AD = BC$.

4. Muốn tính giá trị của một phân thức tại một giá trị đã cho của biến ta thay giá trị đã cho của biến vào phân thức đó rồi tính giá trị biểu thức số nhận được.

5. Điều kiện xác định của phân thức $\frac{A}{B}$ là $B \neq 0$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Trong thực hành, các em cần thành thạo các kĩ năng sau:

– Nhận biết được phân thức đại số.

– Nhận biết được tử thức, mẫu thức của một phân thức đã cho. Viết được phân thức với tử thức và mẫu thức đã cho.

– Giải thích được vì sao hai phân thức đã cho bằng nhau.

– Viết được điều kiện xác định của một phân thức đã cho.

– Tính được giá trị của phân thức đã cho tại những giá trị đã cho của biến.

Ví dụ 1 Hãy giải thích vì sao $\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{(x+2)(x+1)}{x^2-1}$.

Giải. Vì $x^2-1=(x+1)(x-1)$ nên $(x+2)(x^2-1)=(x+2)(x+1)(x-1)$.

Do đó $\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{(x+2)(x+1)}{x^2-1}$.

Ví dụ 2 Cho phân thức $P=2+\dfrac{3}{x}$.

a) Viết điều kiện xác định của phân thức P.

b) Tính giá trị của P tại $x=5$.

c) Tìm tập hợp các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Giải. a) Điều kiện xác định của phân thức là $x\neq 0$.

b) Thay $x=5$ vào biểu thức P, ta được: $P=2+\dfrac{3}{5}=2{,}6$.

Giá trị của P tại $x=5$ là 2,6.

c) $P=2+\dfrac{3}{x}$ suy ra $\dfrac{3}{x}=P-2$. Nếu $x,P\in\mathbb{Z}$ thì $\dfrac{3}{x}=P-2\in\mathbb{Z}$, suy ra x là một ước số nguyên của 3.

Do đó $x\in\{1;\,3;\,-1;\,-3\}$. Thử lại thấy đúng. Vậy $x\in\{1;\,3;\,-1;\,-3\}$.

C BÀI TẬP

6.1. Viết phân thức với tử và mẫu lần lượt là

a) $2x-1$ và $x+1$; b) x^2-x và -2; c) 3 và $2x+5$.

6.2. Viết điều kiện xác định của các phân thức sau:

a) $\dfrac{2x+1}{x^2-1}$; b) $\dfrac{x^3+1}{x^2-x+1}$; c) $\dfrac{2x^2+1}{3x-1}$.

6.3. Viết phân thức có tử thức là $2x^2-1$ và mẫu thức là $2x+1$. Viết điều kiện xác định của phân thức nhận được. Tính giá trị của phân thức đó tại $x=-3$.

6.4. Giải thích vì sao hai phân thức sau bằng nhau: $\dfrac{x^2-x-2}{x+1}$ và $\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$.

6.5. Tìm tập hợp các giá trị nguyên của x sao cho $P(x)=\dfrac{2}{x+1}$ có giá trị là số nguyên.

BÀI 22 TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Tính chất cơ bản của phân thức

– Nếu nhân cả tử và mẫu của một phân thức với cùng một đa thức khác đa thức 0 thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B}=\frac{A\cdot C}{B\cdot C}\ (C \text{ là đa thức khác đa thức } 0).$$

– Nếu tử và mẫu của một phân thức có nhân tử chung thì khi chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung đó ta được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B}=\frac{A:C}{B:C}\ (C \text{ là một nhân tử chung}).$$

2. Quy tắc đổi dấu

Nếu đổi dấu cả tử và mẫu của một phân thức thì được một phân thức bằng phân thức đã cho:

$$\frac{A}{B}=\frac{-A}{-B}.$$

3. Rút gọn một phân thức là biến đổi phân thức đó thành một phân thức mới bằng nó nhưng đơn giản hơn.

4. Quy đồng mẫu thức hai hay nhiều phân thức là biến đổi các phân thức đã cho thành những phân thức mới có cùng mẫu thức và lần lượt bằng các phân thức đã cho.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Trong thực hành, các em cần thành thạo các kĩ năng sau:

– Mô tả được các tính chất cơ bản của phân thức đại số.

– Biết rút gọn phân thức bằng cách chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung.

– Biết cách tìm mẫu thức chung của hai hay nhiều phân thức đã cho.

– Biết cách quy đồng mẫu thức của hai hay nhiều phân thức với mẫu thức chung đã chọn.

Ví dụ 1 Rút gọn phân thức $P = \dfrac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 + x}$.

Giải

Ta có: $x^3 + x^2 + x + 1 = \left(x^3 + x^2\right) + (x+1) = x^2(x+1) + (x+1) = (x+1)\left(x^2+1\right)$ và

$x^2 + x = x(x+1)$. Do đó $P = \dfrac{(x+1)\left(x^2+1\right)}{x(x+1)} = \dfrac{x^2+1}{x}$.

Ví dụ 2 Quy đồng mẫu thức hai phân thức $\dfrac{5}{x^2+x}$ và $\dfrac{2}{x^2-x}$.

Giải

Ta có: $x^2 + x = x(x+1)$; $x^2 - x = x(x-1)$.

Mẫu thức chung (MTC) = $x(x-1)(x+1) = x^3 - x$.

Do đó $\dfrac{5}{x^2+x} = \dfrac{5(x-1)}{x^3-x}$ và $\dfrac{2}{x^2-x} = \dfrac{2(x+1)}{x^3-x}$.

Ví dụ 3 Quy đồng mẫu thức ba phân thức: $\dfrac{5}{x^2-2x}$; $\dfrac{2}{x^2-4x+4}$ và $\dfrac{1}{x^2}$.

Giải

Ta có: $x^2 - 2x = x(x-2)$; $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$. MTC = $x^2(x-2)^2$.

Do đó $\dfrac{5}{x^2-2x} = \dfrac{5x(x-2)}{x^2(x-2)^2}$; $\dfrac{2}{x^2-4x+4} = \dfrac{2x^2}{x^2(x-2)^2}$ và $\dfrac{1}{x^2} = \dfrac{(x-2)^2}{x^2(x-2)^2}$.

C BÀI TẬP

6.6. Dùng tính chất cơ bản của phân thức, chứng minh $\dfrac{x^4-1}{x-1} = x^3 + x^2 + x + 1$.

6.7. Sử dụng tính chất cơ bản của phân thức và quy tắc đổi dấu, viết phân thức $\dfrac{24x^2y^2}{3xy^5}$ thành một phân thức có mẫu là $-y^3$ rồi tìm đa thức B trong đẳng thức $\dfrac{24x^2y^2}{3xy^5} = \dfrac{B}{-y^3}$.

6.8. Rút gọn phân thức $\frac{x-x^2}{5x^2-5}$ rồi tìm đa thức A trong đẳng thức $\frac{x-x^2}{5x^2-5}=\frac{x}{A}$.

6.9. Rút gọn phân thức $\frac{2x+2xy+y+y^2}{y^3+3y^2+3y+1}$.

6.10. Rút gọn rồi tính giá trị của các phân thức sau:

a) $P=\frac{(2x^2+2x)(2-x)^2}{(x^3-4x)(x+1)}$ với $x=0,5$;

b) $Q=\frac{x^3-x^2y+xy^2}{x^3+y^3}$ với $x=-5$; $y=10$.

6.11. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{25}{14x^2y}$ và $\frac{14}{21xy^5}$;

b) $\frac{4x-4}{2x(x+3)}$ và $\frac{x-3}{3x(x+1)}$.

6.12. Tìm mẫu thức chung của ba phân thức sau:

$$\frac{1}{x^2-x};\ \frac{x}{1-x^3}\text{ và }\frac{-1}{x^2+x+1}.$$

Quy đồng mẫu thức ba phân thức đã cho với mẫu thức chung tìm được.

6.13. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau:

a) $\frac{1}{x^2y};\ \frac{1}{y^2z}$ và $\frac{1}{z^2x}$;

b) $\frac{1}{1-x};\ \frac{1}{x+1}$ và $\frac{1}{x^2+1}$.

6.14. Cho x, y, z thoả mãn $x+y+z=0$ và $x\neq 0$, $y\neq z$. Hãy rút gọn phân thức $\frac{x}{y^2-z^2}$.

BÀI 23 PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Cộng hai phân thức cùng mẫu: Cộng các tử thức với nhau và giữ nguyên mẫu thức:

$$\frac{A}{M}+\frac{B}{M}=\frac{A+B}{M}.$$

2. Cộng hai phân thức không cùng mẫu: Quy đồng mẫu thức rồi cộng hai phân thức cùng mẫu nhận được:

$$\frac{A}{M}+\frac{B}{N}=\frac{AN+BM}{MN}.$$

3. Trừ hai phân thức cùng mẫu: Trừ các tử thức và giữ nguyên mẫu thức:

$$\frac{A}{M}-\frac{B}{M}=\frac{A-B}{M}.$$

4. Trừ hai phân thức không cùng mẫu: Quy đồng mẫu thức rồi trừ hai phân thức cùng mẫu nhận được:

$$\frac{A}{M}-\frac{B}{N}=\frac{AN-BM}{MN}.$$

5. Cộng, trừ nhiều phân thức: Ta có thể đổi chỗ các số hạng (kèm theo dấu); nhóm (kết hợp) các số hạng một cách tuỳ ý.

6. Quy tắc dấu ngoặc: Nếu trước dấu ngoặc có dấu "+" thì khi bỏ dấu ngoặc ta giữ nguyên các số hạng. Nếu trước dấu ngoặc có dấu "−" thì khi bỏ dấu ngoặc ta đổi dấu các số hạng.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Trong thực hành, các em cần thành thạo các kĩ năng sau:

– Thực hiện được các phép cộng, trừ hai phân thức.

– Thực hiện được các phép cộng, trừ nhiều phân thức bằng cách sử dụng các tính chất giao hoán, kết hợp của phép cộng phân thức.

– Sử dụng linh hoạt quy tắc dấu ngoặc (bỏ dấu ngoặc hoặc đưa một số hạng vào trong dấu ngoặc) khi rút gọn những biểu thức gồm nhiều phép cộng, trừ phân thức và có dấu ngoặc.

Ví dụ 1 Thực hiện các phép tính sau:

a) $\dfrac{5}{x+1}+\dfrac{2}{x-1}$; b) $\dfrac{5}{x^2-1}-\dfrac{2}{x+1}$.

Giải. a) $\dfrac{5}{x+1}+\dfrac{2}{x-1}=\dfrac{5(x-1)+2(x+1)}{(x+1)(x-1)}=\dfrac{7x-3}{x^2-1}$.

b) $\dfrac{5}{x^2-1}-\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{5-2(x-1)}{x^2-1}=\dfrac{-2x+7}{x^2-1}$.

Ví dụ 2 Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{4}{x+3}-\dfrac{3}{x-7}+\dfrac{38-x}{x^2-4x-21}$.

Giải. Ta có: $\dfrac{4}{x+3}-\dfrac{3}{x-7}=\dfrac{4(x-7)-3(x+3)}{(x+3)(x-7)}=\dfrac{x-37}{x^2-4x-21}$.

Do đó $A=\dfrac{x-37}{x^2-4x-21}+\dfrac{38-x}{x^2-4x-21}=\dfrac{x-37+38-x}{x^2-4x-21}=\dfrac{1}{x^2-4x-21}$.

C BÀI TẬP

6.15. Tính các tổng sau:

a) $\dfrac{x^2-2}{x(x-1)^2}+\dfrac{2-x}{x(x-1)^2}$; b) $\dfrac{1-2x}{6x^3y}+\dfrac{3+2x}{6x^3y}+\dfrac{2x-4}{6x^3y}$.

6.16. Tính các hiệu sau:

a) $\dfrac{2x^2-1}{x^2-3x}-\dfrac{(x-1)(x+1)}{x^2-3x}$; b) $\dfrac{1}{2x-3}-\dfrac{13}{(2x-3)(4x+7)}$.

6.17. Tính:

a) $\dfrac{5x+y^2}{x^2y}-\dfrac{5y-x^2}{xy^2}$; b) $\dfrac{y}{2x^2-xy}+\dfrac{4x}{y^2-2xy}$.

6.18. Tính các tổng sau:

a) $\dfrac{5}{6x^2y}+\dfrac{7}{12xy^2}+\dfrac{11}{18xy}$; b) $\dfrac{x^3+2x}{x^3+1}+\dfrac{2x}{x^2-x+1}+\dfrac{1}{x+1}$.

6.19. a) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{x^4}{1-x}+x^3+x^2+x+1$.

b) Tính giá trị của P tại $x=-99$.

6.20. a) Rút gọn biểu thức $Q = \dfrac{18}{(x-3)(x^2-9)} - \dfrac{3}{x^2-6x+9} - \dfrac{x}{x^2-9}$.

b) Tính giá trị của Q tại $x = 103$.

6.21. a) Chứng minh rằng nếu $a, b, c \neq 0, a+b+c=0$ thì $\dfrac{1}{ab} + \dfrac{1}{bc} + \dfrac{1}{ca} = 0$.

b) Chứng minh rằng nếu $x \neq y, y \neq z, z \neq x$ thì

$$\frac{1}{(x-y)(y-z)} + \frac{1}{(y-z)(z-x)} + \frac{1}{(z-x)(x-y)} = 0.$$

6.22. Cho biểu thức $P = \dfrac{x}{y-2} + \dfrac{2x-3y}{x-6}$. Chứng minh rằng khi x, y thay đổi luôn thoả mãn điều kiện $3y - x = 6$ thì P có giá trị không đổi.

6.23. Cho biểu thức $P = \dfrac{2x-6}{x^3-3x^2-x+3} + \dfrac{2x^2}{1-x^2} - \dfrac{6}{x-3}$ $(x \neq 3, x \neq 1, x \neq -1)$.

a) Rút gọn phân thức $\dfrac{2x-6}{x^3-3x^2-x+3}$.

b) Chứng tỏ rằng có thể viết $P = a + \dfrac{b}{x-3}$ trong đó a, b là những hằng số.

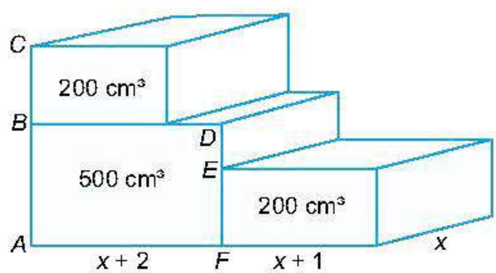
c) Tìm tập hợp các giá trị nguyên của x để P có giá trị là số nguyên.

6.24. a) Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{x^2+2x}{x^3-1} - \dfrac{1}{x^2-x} - \dfrac{1}{x^2+x+1}$ $(x \neq 0, x \neq 1)$.

b) Chứng tỏ rằng chỉ có một giá trị nguyên của x để P cũng nhận giá trị nguyên.

6.25. Một tàu chở hàng đi từ cảng A đến cảng B cách nhau 900 km với vận tốc không đổi là x (km/h). Khi đi được $\dfrac{1}{3}$ quãng đường thì một động cơ của tàu bị hỏng nên tàu chỉ còn chạy với vận tốc 12 km/h trong suốt 3 giờ tàu sửa chữa động cơ. Để về cảng B không muộn hơn dự định, tàu phải tăng vận tốc thêm 5 km/h. Viết phân thức tính thời gian thực tế để tàu đi từ cảng A đến cảng B.

6.26. Cho hai hình hộp chữ nhật bằng nhau cùng có thể tích 200 cm^3 và một hình hộp chữ nhật có thể tích 500 cm^3 sắp xếp như trong hình bên (độ dài các cạnh hình hộp được tính bằng đơn vị cm). Viết các phân thức biểu thị độ dài (tính bằng cm) của các đoạn thẳng AC và DE.



BÀI 24 PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nhân hai phân thức: Nhân các tử thức với nhau và nhân các mẫu thức với nhau:

$$\frac{A}{B}\cdot\frac{C}{D}=\frac{A\cdot C}{B\cdot D}.$$

2. Nếu C, D là hai đa thức khác 0 thì $\frac{C}{D}\cdot\frac{D}{C}=1$. Ta nói $\frac{D}{C}$ là nghịch đảo của $\frac{C}{D}$.

3. Chia một phân thức cho một phân thức: Nhân phân thức bị chia với nghịch đảo của phân thức chia:

$$\frac{A}{B}:\frac{C}{D}=\frac{A\cdot D}{B\cdot C}.$$

4. Phép nhân phân thức có các tính chất sau:

– Giao hoán: $\frac{A}{B}\cdot\frac{C}{D}=\frac{C}{D}\cdot\frac{A}{B}$.

– Kết hợp: $\left(\frac{A}{B}\cdot\frac{C}{D}\right)\cdot\frac{E}{F}=\frac{A}{B}\cdot\left(\frac{C}{D}\cdot\frac{E}{F}\right)$.

– Phân phối đối với phép cộng: $\frac{A}{B}\cdot\left(\frac{C}{D}+\frac{E}{F}\right)=\frac{A}{B}\cdot\frac{C}{D}+\frac{A}{B}\cdot\frac{E}{F}$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Trong thực hành, các em cần có được các kĩ năng sau:

– Thực hiện được các phép nhân, chia hai phân thức.

– Thực hiện được phép nhân nhiều phân thức bằng cách sử dụng các tính chất giao hoán, kết hợp của phép nhân phân thức.

– Sử dụng các tính chất của phép nhân phân thức (giao hoán, kết hợp, phân phối với phép cộng) để rút gọn các biểu thức gồm nhiều phép toán cộng, trừ, nhân, chia phân thức.

Ví dụ 1 Thực hiện phép tính: $\dfrac{x}{y-2}\cdot\dfrac{x^2-9}{2x^2-x}\cdot\dfrac{y^3-4y}{2x+6}$.

Giải

Ta có: $\dfrac{x}{y-2}\cdot\dfrac{x^2-9}{2x^2-x}\cdot\dfrac{y^3-4y}{2x+6}=\dfrac{x\left(x^2-9\right)\left(y^3-4y\right)}{(y-2)\left(2x^2-x\right)(2x+6)}$

$=\dfrac{x(x-3)(x+3)y(y-2)(y+2)}{(y-2)x(2x-1)2(x+3)}=\dfrac{y(x-3)(y+2)}{2(2x-1)}$.

Ví dụ 2 Tính $\dfrac{2}{x}-\dfrac{2}{x}:\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{x}\cdot\dfrac{x^2}{2}$.

Giải

Ta có: $\dfrac{2}{x}-\dfrac{2}{x}:\dfrac{1}{x}+\dfrac{4}{x}\cdot\dfrac{x^2}{2}=\dfrac{2}{x}-\dfrac{2}{1}+\dfrac{4x^2}{2x}=\dfrac{2}{x}-2+2x=\dfrac{2x^2-2x+2}{x}$.

C BÀI TẬP

6.27. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\dfrac{2x^3}{5y^2}\cdot\dfrac{125y^5}{8x}$;

b) $\dfrac{24y^5}{7x^2}\cdot\left(-\dfrac{21x}{12y^3}\right)$.

6.28. Tính:

a) $\dfrac{x^2-6x+9}{x^2-3x+9}\cdot\dfrac{x^3+27}{3x-9}$;

b) $\dfrac{2x^2-20x+50}{3x+3}\cdot\dfrac{x^2-1}{4(x-5)^3}$.

6.29. Tính:

a) $\dfrac{x^2-y^2}{6x^2y}:\dfrac{x+y}{3xy}$;

b) $16x^2y^2:\left(-\dfrac{18x^2y^5}{5}\right)$;

c) $\dfrac{1-4x^2}{x^2+4x}:\dfrac{2-4x}{3x}$.

6.30. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\left(\dfrac{1}{x^2+x}-\dfrac{2-x}{x+1}\right):\left(\dfrac{1}{x}+x-2\right)$;

b) $\left(\dfrac{3x}{1-3x}+\dfrac{2x}{3x+1}\right):\dfrac{6x^2+10x}{1-6x+9x^2}$.

6.31. Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\left(\frac{9}{x^3-9x}+\frac{1}{x+3}\right):\left(\frac{x-3}{x^2+3x}-\frac{x}{3x+9}\right)$;

b) $\frac{x+1}{x+2}\cdot\left(\frac{x+2}{x+3}:\frac{x+3}{x+1}\right)$.

6.32. Cho biểu thức $P=\left(\frac{1}{x-1}-\frac{x}{1-x^3}\cdot\frac{x^2+x+1}{x+1}\right):\frac{2x+1}{x^2+2x+1}$.

a) Viết điều kiện xác định của P.

b) Rút gọn biểu thức P.

c) Tính giá trị của P khi $x=\frac{1}{2}$.

6.33. Hai công nhân cùng làm một mặt hàng. Người công nhân thứ nhất làm được 1 000 sản phẩm trong x (giờ); người công nhân thứ hai làm được 1 250 sản phẩm trong $x+10$ (giờ).

a) Viết các phân thức biểu thị số sản phẩm người công nhân thứ nhất làm được trong 1 giờ; số sản phẩm người công nhân thứ hai làm được trong 1 giờ; tỉ số giữa năng suất của người công nhân thứ hai so với năng suất của người công nhân thứ nhất.

b) Tính giá trị tỉ số giữa năng suất của người công nhân thứ hai so với năng suất của người công nhân thứ nhất trong trường hợp $x=240$. Hãy cho biết trong trường hợp này, năng suất lao động của người công nhân thứ hai tăng bao nhiêu phần trăm so với năng suất lao động của người công nhân thứ nhất.

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. Biểu thức nào sau đây **không phải** là phân thức đại số?

A. $2x+1$. B. $\sqrt{5}$. C. π. D. $\sqrt{x}$.

2. Phân thức nào sau đây bằng phân thức $\dfrac{16x^4-1}{12x^3-3x}$?

A. $\dfrac{4x^2-1}{3x}$. B. $\dfrac{4x^2+1}{3x}$. C. $\dfrac{4x^2-1}{4x-3}$. D. $\dfrac{4x^2+1}{4-3x}$.

3. Đa thức nào sau đây **không thể** chọn làm mẫu thức chung của hai phân thức $\dfrac{x}{3(x^2-1)(x+2)}$ và $\dfrac{x^3-x+1}{(x^2-4)(x^3+1)}$?

A. $3(x^2-1)(x^2-4)(x^2-x+1)$. B. $3(x^2-1)(x^2-4)(x^3+1)$.

C. $3(x^2-1)(x^2-4)(x^2+x+1)$. D. $3(x^4-1)(x^6-1)(x^6-64)$.

4. Giá trị của phân thức $\dfrac{8x-4}{8x^3-1}$ tại $x=-0{,}5$ là

A. 4. B. -4. C. $0{,}25$. D. $-0{,}25$.

5. Rút gọn biểu thức $\dfrac{x-1}{x^3+1}+\dfrac{1-2x}{x-1}-\dfrac{3x+2}{x^3+1}+\dfrac{1-x}{x^3+1}+\dfrac{3x}{x^3+1}+\dfrac{1-2x}{1-x}$, ta được kết quả là

A. $\dfrac{2}{x-1}$. B. $\dfrac{-2}{x^3+1}$. C. $\dfrac{2}{x^3+1}$. D. $\dfrac{2}{x+1}$.

B BÀI TẬP

6.34. Cho phân thức $P=\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-9}$.

a) Viết điều kiện xác định của phân thức. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của x không thoả mãn điều kiện xác định.

b) Rút gọn phân thức đã cho.

c) Tìm tập hợp tất cả các giá trị nguyên của x để phân thức P nhận giá trị là số nguyên.

6.35. Cho hai phân thức: $P = \dfrac{1}{2x^2 + 7x - 15}$ và $Q = \dfrac{1}{x^2 + 3x - 10}$.

Có thể quy đồng mẫu thức hai phân thức đã cho với mẫu thức chung là $M = 2x^3 + 3x^2 - 29x + 30$ được không? Vì sao?

6.36. Rút gọn biểu thức $P = \left(x - \dfrac{x^2 + y^2}{x + y}\right) \cdot \left(\dfrac{2x}{y} + \dfrac{4x}{x - y}\right) : \dfrac{1}{y}$ $(y \neq 0,\ y \neq x,\ y \neq -x)$.

6.37. Cho phân thức $P = \dfrac{x^2 - y^2}{(x + y)(ay - ax)}$ $(a \neq 0,\ y \neq x,\ y \neq -x)$.

Chứng minh rằng P có giá trị không phụ thuộc vào x, y.

6.38. Biết $x + y + z = 0$ và $x, y \neq 0$. Chứng minh phân thức $\dfrac{xy}{x^2 + y^2 - z^2}$ có giá trị không đổi.

6.39. Cho $x + y + z = 0$ và $x, y, z \neq 0$. Rút gọn biểu thức sau:

$$\frac{xy}{x^2 + y^2 - z^2} + \frac{yz}{y^2 + z^2 - x^2} + \frac{zx}{z^2 + x^2 - y^2}.$$

6.40. Cho phân thức $P = \dfrac{4x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$ $\left(x \neq -\dfrac{1}{2}\right)$.

a) Tìm thương và dư của phép chia đa thức $4x^2 + 2x + 3$ cho đa thức $2x + 1$.

b) Sử dụng kết quả của câu a, hãy viết P dưới dạng tổng của một đa thức và một phân thức với tử thức là một hằng số. Dùng kết quả đó để tìm tất cả các giá trị nguyên của x để phân thức đã cho có giá trị cũng là số nguyên.

6.41. a) Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{(x + 2)^2}{x} \cdot \left(1 - \dfrac{x^2}{x + 2}\right) - \dfrac{x^2 + 6x + 4}{x}$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của P.

6.42. Cho phân thức $P = \dfrac{x^2 - 4x + 12}{x^2 - 4x + 10}$. Đặt $t = x - 2$, hãy biểu diễn P dưới dạng một phân thức của biến t. Từ đó suy ra P luôn nhận giá trị dương.

6.43. Một bể chứa nước có hai vòi thoát. Biết rằng khi bể chứa đầy nước thì thời gian cần thiết để xả hết nước trong bể mà chỉ dùng vòi thứ nhất là x (giờ) và thời gian cần thiết để xả hết nước trong bể mà chỉ dùng vòi thứ hai là y (giờ).

a) Viết phân thức biểu thị thời gian cần thiết để xả hết nước trong bể (khi bể chứa đầy nước) nếu mở cả hai vòi.

b) Tính thời gian cần thiết để xả hết nước trong bể (khi bể chứa đầy nước) nếu mở cả hai vòi, biết rằng khi chỉ mở một vòi, vòi thứ nhất xả hết nước trong 2 giờ, vòi thứ hai xả hết nước trong 3 giờ.

CHƯƠNG VII PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ HÀM SỐ BẬC NHẤT

BÀI 25 PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phương trình ẩn x có dạng $A(x) = B(x)$. Giải một phương trình là tìm tất cả các nghiệm của nó, tức là tìm *tập nghiệm* của nó.

2. Phương trình dạng $ax + b = 0$, với a, b là hai số đã cho và $a \neq 0$, được gọi là *phương trình bậc nhất một ẩn x*.

3. Phương trình bậc nhất $ax + b = 0$ ($a \neq 0$) được giải như sau:

$$ax + b = 0$$
$$ax = -b$$
$$x = -\frac{b}{a}.$$

Phương trình bậc nhất $ax + b = 0$ $(a \neq 0)$ luôn có nghiệm duy nhất $x = -\dfrac{b}{a}$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết và giải được phương trình bậc nhất một ẩn.

– Giải được những phương trình đơn giản đưa được về phương trình dạng $ax + b = 0$.

– Các bước giải:

+ Quy đồng mẫu hai vế (nếu cần) và khử mẫu bằng cách nhân cả hai vế với mẫu số chung;

+ Thực hiện phép tính và bỏ dấu ngoặc;

+ Chuyển các hạng tử chứa ẩn sang một vế, các hằng số sang vế kia;

+ Thu gọn và giải phương trình nhận được.

– Giải quyết một số vấn đề thực tiễn đơn giản gắn với phương trình bậc nhất.

Ví dụ 1 Giải phương trình $\frac{1}{2}(x+5)-4=\frac{1}{3}(2x-1)$.

Giải

$$\frac{1}{2}(x+5)-4=\frac{1}{3}(2x-1)$$

$$\frac{3(x+5)-24}{6}=\frac{2(2x-1)}{6}$$

$$3(x+5)-24=2(2x-1)$$

$$3x+15-24=4x-2$$

$$3x-4x=-2-15+24$$

$$-x=7$$

$$x=-7.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -7$.

Ví dụ 2 Một xe máy khởi hành từ Hà Nội đi Hải Phòng với vận tốc 40 km/h. Sau đó 30 phút, một ô tô cũng khởi hành từ Hà Nội đi Hải Phòng với vận tốc 60 km/h, đi cùng tuyến đường với xe máy và cùng điểm xuất phát.

a) Viết phương trình biểu thị việc ô tô đuổi kịp xe máy sau x (giờ), kể từ khi ô tô khởi hành.

b) Giải phương trình nhận được ở câu a để tìm x.

Giải

a) Đổi 30 phút = 0,5 giờ.

Quãng đường ô tô đi được sau x (giờ) là $60x$ (km).

Xe máy xuất phát trước ô tô 0,5 giờ nên quãng đường xe máy đi được là $40(x + 0{,}5)$ (km).

Ô tô đuổi kịp xe máy khi quãng đường đi được của chúng bằng nhau, tức là:

$$60x=40(x+0{,}5).$$

b) Giải phương trình nhận được ở câu a:

$$60x=40(x+0{,}5)$$

$$60x=40x+20$$

$$20x=20$$

$$x=1.$$

Vậy sau khi khởi hành 1 giờ thì ô tô đuổi kịp xe máy.

BÀI TẬP

7.1. Giải các phương trình sau:

a) $2x + 5 = 0$;

b) $8 - 4x = 0$;

c) $\frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0$;

d) $0,2 - 2,5x = 0$.

7.2. Giải các phương trình sau:

a) $4x - 2 = x + 5$;

b) $-2x - 5 = 5x - 7$;

c) $2(2x - 1) = 5(x - 1)$;

d) $5(1 - 3x) = -2(4x + 5)$.

7.3. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = 2 - \frac{x}{3}$;

b) $1 - \frac{x+5}{3} = \frac{3(x-1)}{4}$;

c) $\frac{6(x-2)}{7} - 12 = \frac{2(x-7)}{3}$;

d) $\frac{7-2x}{2} - \frac{2}{5}(2-x) = 1\frac{1}{4}$.

7.4. Tìm tất cả các số thực a sao cho:

a) $x = 4$ là một nghiệm của phương trình:

$$x + 2a = 16 + ax - 6a;$$

b) $x = -2$ là một nghiệm của phương trình:

$$x + 2a = x - 4 + 2ax.$$

7.5. Tuỳ theo các giá trị của m, hãy giải phương trình ẩn x sau:

$$(m^2 - 1)x + 1 - m = 0.$$

7.6. Bác Minh gửi tiết kiệm ngân hàng số tiền 100 triệu đồng theo thể thức lãi đơn với lãi suất năm không đổi là r (r ở dạng số thập phân). Khi đó số tiền A (triệu đồng) bác Minh nhận được (cả vốn lẫn lãi) sau t năm gửi tiết kiệm được cho bởi công thức $A = 100(1 + rt)$.

a) Nếu thời gian gửi tiết kiệm là 2 năm và bác Minh thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là 116 triệu đồng thì lãi suất năm là bao nhiêu?

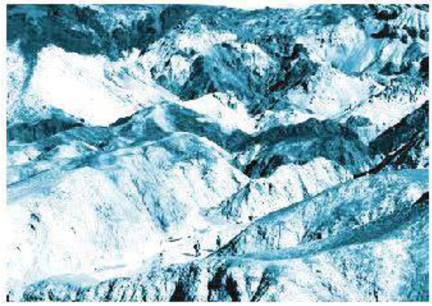
b) Nếu lãi suất năm là 8,5% thì hỏi sau bao nhiêu năm gửi tiết kiệm, bác Minh sẽ thu được 134 triệu đồng?

7.7. Ở Mỹ, một đơn vị thường được sử dụng để đo nhiệt độ là độ F (°F). Công thức chuyển đổi từ độ F sang độ C là $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.

a) Nhiệt độ cao nhất ở Mỹ được ghi lại ở Thung lũng Chết ở bang California là 134 °F. Nhiệt độ này tính bằng độ C là bao nhiêu?

b) Vào mùa đông ở Mỹ, nhiệt độ thường xuống dưới 0 °C. Có phải khi đó nhiệt độ cũng giảm xuống dưới 0 °F không?

c) Nhiệt độ thấp nhất ở Mỹ được ghi lại ở khe núi Triển Vọng (Prospect Creek) bang ở Alaska là –62,1 °C. Nhiệt độ này tính bằng độ F là bao nhiêu?



Thung lũng Chết, California, Mỹ

Prospect Creek, Alaska, Mỹ

7.8. Khi bê tông khô đi, nó sẽ co lại. Hàm lượng nước trong bê tông càng cao thì độ co càng lớn. Giả sử một dầm bê tông có hàm lượng nước là w (kg/m^3) sẽ co lại theo hệ số:

$$S = \frac{0,032w - 2,5}{10\,000},$$

trong đó S là phần nhỏ của chiều dài dầm ban đầu biến mất do co lại.

a) Một thanh dầm dài 12,025 m được đúc bằng bê tông chứa 250 kg/m^3 nước. Hệ số co S là bao nhiêu?

b) Một thanh dầm dài 10,014 m khi bị ướt. Nếu muốn nó co lại đến 10,0135 m thì hệ số co phải là S = 0,0005. Hàm lượng nước nào sẽ cung cấp lượng co ngót này?

BÀI 26 GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Các bước giải một bài toán bằng cách lập phương trình:

Bước 1. Lập phương trình:

– Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số;

– Biểu diễn các đại lượng chưa biết theo ẩn và các đại lượng đã biết;

– Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2. Giải phương trình.

Bước 3. Trả lời: Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với phương trình bậc nhất.

Một số dạng toán giải bằng cách lập phương trình thường gặp:

+ Toán về chuyển động đều: Quãng đường đi = Vận tốc × Thời gian đi.

+ Toán về năng suất lao động:

Khối lượng công việc = Năng suất lao động × Thời gian hoàn thành công việc.

+ Toán có nội dung liên quan đến tỉ số, tỉ số phần trăm.

+ Toán có nội dung liên quan đến Vật lí, Hoá học, Hình học.

– Điểm mấu chốt khi giải các bài toán này là chọn ẩn x phù hợp, biểu diễn các đại lượng trong bài toán theo x và dựa vào dữ kiện đã cho ở đề bài để lập được phương trình tương ứng đối với x.

Ví dụ 1 Bạn An đi bộ với vận tốc không đổi trong 45 phút trước khi chạy bộ trong nửa giờ với vận tốc gấp đôi vận tốc đi bộ. Bạn An di chuyển được quãng đường tổng cộng dài 7 km. Tính vận tốc đi bộ của bạn An.

Giải

Đổi 45 phút = 0,75 giờ; nửa giờ = 0,5 giờ.

Gọi x (km/h) là vận tốc đi bộ của bạn An. Điều kiện: $x > 0$.

Khi đó vận tốc chạy bộ của bạn An là $2x$ (km/h).

Quãng đường bạn An đi bộ là $0,75x$ (km).

Quãng đường bạn An chạy bộ là $2x \cdot 0,5 = x$ (km).

Theo đề bài, ta có phương trình: $0,75x + x = 7$.

Giải phương trình:

$$0,75x + x = 7$$

$$1,75x = 7$$

$$x = 4.$$

Giá trị này của x thoả mãn điều kiện của ẩn.

Vậy vận tốc đi bộ của bạn An là 4 km/h.

Ví dụ 2 Nhà cung cấp dịch vụ truyền hình cáp A tính phí 200 nghìn đồng lắp đặt ban đầu và cước phí là 120 nghìn đồng/tháng. Nhà cung cấp dịch vụ truyền hình cáp B miễn phí lắp đặt ban đầu và cước phí là 160 nghìn đồng/tháng. Hỏi với bao nhiêu tháng sử dụng thì chi phí sử dụng dịch vụ truyền hình cáp của hai nhà cung cấp này là như nhau?

Giải

Gọi x là số tháng sử dụng truyền hình cáp cần tìm. Điều kiện: $x > 0$.

Chi phí sử dụng dịch vụ truyền hình cáp của nhà cung cấp A sau x tháng là $200 + 120x$ (nghìn đồng).

Chi phí sử dụng dịch vụ truyền hình cáp của nhà cung cấp B sau x tháng là $160x$ (nghìn đồng).

Theo đề bài, ta có phương trình: $200 + 120x = 160x$.

Giải phương trình này ta được $x = 5$ (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy với 5 tháng sử dụng thì chi phí sử dụng dịch vụ truyền hình cáp của hai nhà cung cấp là như nhau.

BÀI TẬP

7.9. Giả sử nhiệt độ tại thời điểm hiện tại là 18 °C. Dự kiến là trong những giờ tới nhiệt độ sẽ tăng thêm 1,5 °C mỗi giờ. Hỏi sau bao lâu thì nhiệt độ sẽ là 26 °C?

7.10. Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 5 ngày, tổ thứ hai may trong 7 ngày thì cả hai tổ may được 1 000 chiếc áo. Biết rằng năng suất lao động của tổ thứ nhất hơn tổ thứ hai là 8 chiếc áo/ngày. Tính năng suất lao động của mỗi tổ.

7.11. Một công ty nước giải khát quảng cáo soda cam của họ là "có hương vị tự nhiên", mặc dù nó chỉ chứa 5% nước cam. Theo quy định, một nước uống được gọi là "có hương vị tự nhiên" phải chứa ít nhất 10% nước trái cây. Nhà sản xuất này phải thêm ít nhất bao nhiêu mililít nước cam nguyên chất vào 900 ml soda cam để đảm bảo yêu cầu này?

7.12. Chu vi của một hình chữ nhật là 40 cm. Chiều rộng ngắn hơn chiều dài 8 cm. Hãy tìm các kích thước của hình chữ nhật đó.

7.13. Tìm ba số chẵn liên tiếp có tổng bằng 54.

7.14. Hai công ty cho thuê ô tô du lịch tính phí như sau: Công ty A tính phí 3 triệu đồng một ngày và 15 nghìn đồng cho mỗi kilômét di chuyển. Công ty B tính phí 2,5 triệu đồng một ngày và 20 nghìn đồng cho mỗi kilômét di chuyển. Hỏi trong một ngày, số kilômét di chuyển bằng bao nhiêu thì chi phí thuê xe của hai công ty là như nhau?

7.15. Trong đợt phát động làm kế hoạch nhỏ của một trường trung học cơ sở, các học sinh khối 7 đã thu nhặt được 345 vỏ lon và dự định sẽ thu nhặt 115 lon trong mỗi ngày sắp tới. Các học sinh khối 8 đã thu nhặt được 255 vỏ lon và dự định sẽ thu nhặt 130 vỏ lon trong mỗi ngày sắp tới. Nếu cả hai khối lớp này tiếp tục thu nhặt được số vỏ lon đúng như dự định thì sau bao nhiêu ngày, kể từ thời điểm hiện tại, số vỏ lon mà hai khối lớp thu được sẽ bằng nhau?

7.16. Một tàu thuỷ du lịch xuôi dòng từ bến A đến bến B mất 2 giờ và ngược dòng từ bến B về bến A hết 2,5 giờ. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B, biết rằng vận tốc của dòng nước là 2 km/h và vận tốc riêng của tàu thuỷ là không đổi.

BÀI 27 KHÁI NIỆM HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Khái niệm hàm số

Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là *hàm số* của x và x gọi là *biến số*.

2. Mặt phẳng toạ độ

– Trên mặt phẳng, ta vẽ hai trục số Ox, Oy vuông góc với nhau và cắt nhau tại gốc của mỗi trục số. Các trục Ox và Oy gọi là *các trục toạ độ*, Ox thường vẽ nằm ngang và gọi là *trục hoành*, Oy thường vẽ thẳng đứng và gọi là *trục tung*, giao điểm O gọi là *gốc toạ độ*. Mặt phẳng có hệ trục toạ độ Oxy gọi là *mặt phẳng toạ độ*.

– Trong mặt phẳng toạ độ, mỗi điểm M ứng với duy nhất một cặp số $(x_0; y_0)$ và mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ ứng với duy nhất một điểm M.

– Cặp số $(x_0; y_0)$ gọi là *toạ độ* của điểm M và kí hiệu là $M(x_0; y_0)$, trong đó x_0 là *hoành độ* và y_0 là *tung độ* của điểm M.

3. Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; y)$ trên mặt phẳng toạ độ.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết được những mô hình thực tế đơn giản dẫn đến khái niệm hàm số.

– Tính được giá trị của hàm số tại giá trị cho trước của biến số x.

– Xác định được toạ độ của một điểm trên mặt phẳng toạ độ và điểm trên mặt phẳng toạ độ khi biết toạ độ của nó.

– Nhận biết và đọc được những thông tin đơn giản từ đồ thị hàm số cho sẵn.

Ví dụ 1 Chị Hương là một nhân viên bán hàng cho một đại lí ô tô. Lương tháng của chị bao gồm 3 triệu đồng lương cơ bản cố định hằng tháng và tiền hoa hồng 5 triệu đồng cho mỗi chiếc ô tô bán được. Gọi y (triệu đồng) là lương tháng của chị Hương khi bán được x (chiếc) ô tô trong tháng đó.

a) Hoàn thành bảng sau:

x	0	1	2	3	4	5
$y = f(x)$	?	?	?	?	?	?

b) Tổng tiền lương tháng y (triệu đồng) của chị Hương có phải là một hàm số $y = f(x)$ của x (chiếc) ô tô chị ấy đã bán được trong tháng không? Nếu có, hãy vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ với $0 \le x \le 5$.

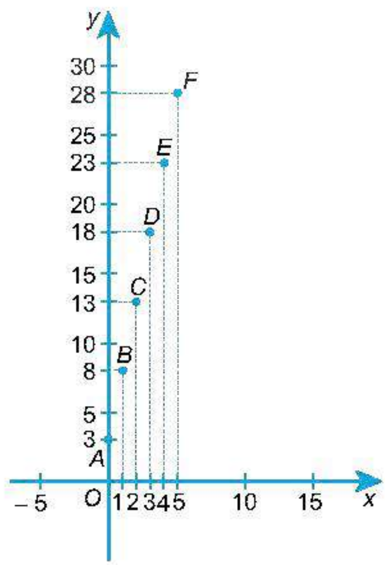
Giải

a) Ta có: $y = 3 + 5x \ (x \in \mathbb{N})$. Do đó ta có bảng sau:

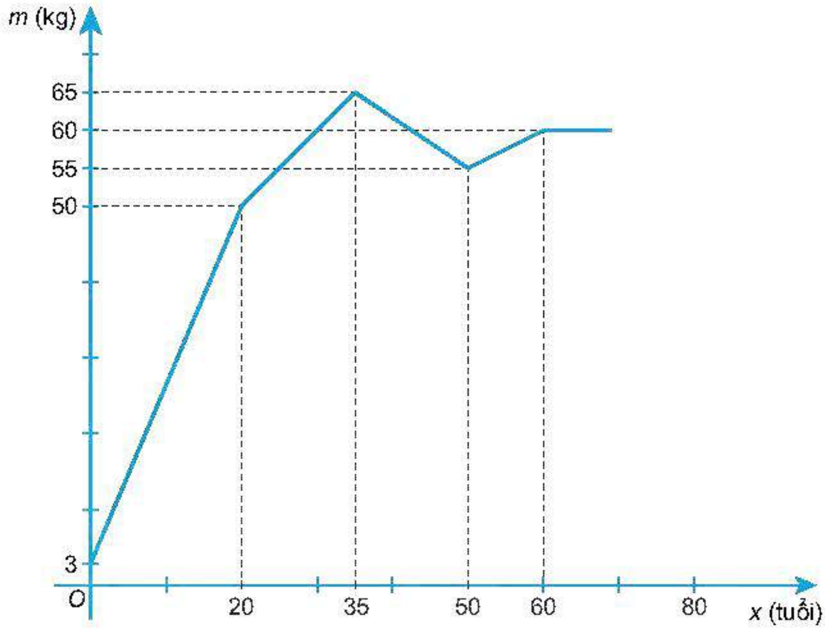
x	0	1	2	3	4	5
$y = f(x)$	3	8	13	18	23	28

b) Tổng tiền lương tháng y (triệu đồng) của chị Hương là một hàm số $y = f(x)$ của x (chiếc) ô tô chị ấy đã bán được trong tháng vì với mỗi giá trị của x ta chỉ xác định được đúng một giá trị y tương ứng. Lưu ý rằng ở đây x là số ô tô bán được nên x chỉ nhận các giá trị là các số tự nhiên 0; 1; 2;...

Từ bảng giá trị ở câu a, ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ với $0 \le x \le 5$ gồm 6 điểm $A(0; 3)$, $B(1; 8)$, $C(2; 13)$, $D(3; 18)$, $E(4; 23)$ và $F(5; 28)$ như hình vẽ dưới đây.



Ví dụ 2 Đồ thị trong hình sau cho biết cân nặng m (kg) của một người nào đó thay đổi theo tuổi x của người đó trong suốt cả cuộc đời.



Hỏi:

a) Cân nặng của người đó lúc mới sinh ra là bao nhiêu?

b) Cân nặng của người đó lúc 20 tuổi là bao nhiêu?

c) Ở tuổi nào người đó có cân nặng lớn nhất?

d) Ở trong khoảng độ tuổi nào, người đó có cân nặng không thay đổi?

Giải

a) Với $x = 0$ ta có $m = 3$. Vậy cân nặng của người đó lúc mới sinh ra là 3 kg.

b) Với $x = 20$ ta có $m = 50$. Vậy cân nặng của người đó lúc 20 tuổi là 50 kg.

c) Ta có m lớn nhất và bằng 65 khi $x = 35$.

Vậy khi 35 tuổi, người đó có cân nặng lớn nhất.

d) Từ 60 tuổi trở đi, người đó có cân nặng không thay đổi và bằng 60 kg.

BÀI TẬP

7.17. Các giá trị tương ứng của hai đại lượng x và y cho bởi các bảng dưới đây. Đại lượng y có phải là một hàm số của x không?

a)

x	–3	–1	0	2	4
y	1	1	1	1	1

b)

x	–2	1	0	1	2
y	–2	1	0	2	2

7.18. Mối quan hệ giữa số tháng tuổi x (tháng) và cân nặng y (kg) của một em bé trong 6 tháng đầu đời được cho bởi bảng sau:

Tháng tuổi x (tháng)	1	2	3	4	5	6
Cân nặng y (kg)	3,6	4,5	5,3	6,2	7	7,5

Hỏi cân nặng y của em bé đó có phải là hàm số của số tháng tuổi x không? Hãy xác định cân nặng của em bé đó lúc 4 tháng tuổi.

7.19. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 - 1$.

a) Tính $f(0)$; $f(-1)$.

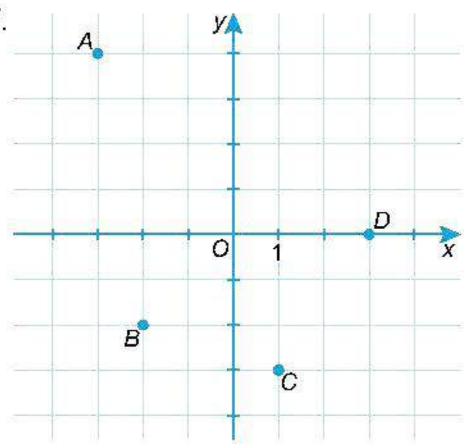
b) Hoàn thành bảng sau:

x	–2	–1	0	1	2
$y = f(x)$	?	?	?	?	?

c) Tìm tất cả các giá trị x sao cho $y = 17$.

7.20. a) Xác định toạ độ của các điểm A; B; C; D trong hình bên.

b) Xác định các điểm $E(0; -1)$ và $F(-2; 3)$ trong hình bên.



7.21. Hàm số $y = f(x)$ được cho trong bảng sau:

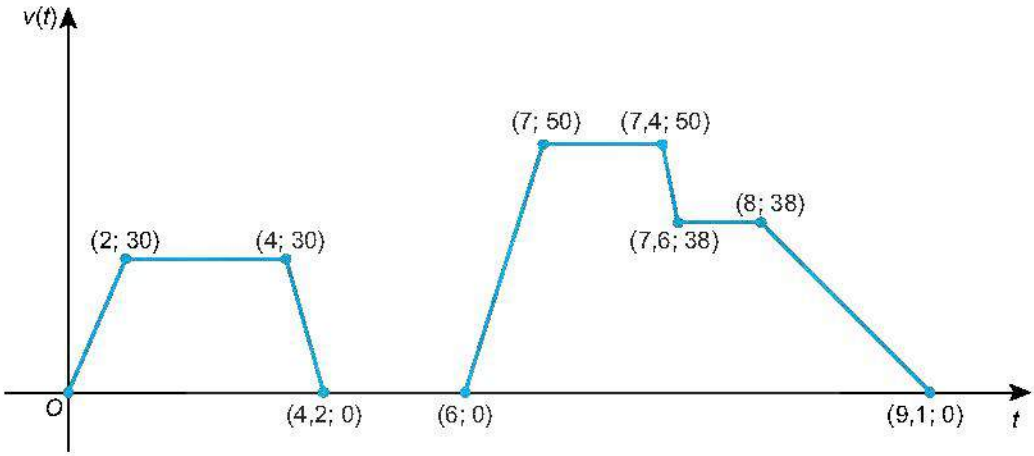
x	-2	-1	0	1	2
$y = f(x)$	6	3	0	-3	-6

Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

7.22. Hệ thức $y^2 + x^2 = 1$ có xác định một hàm số $y = f(x)$ không? Vì sao?

7.23. Hãy biểu thị diện tích S của hình chữ nhật dưới dạng một hàm số của chiều dài x nếu chiều dài của hình chữ nhật gấp đôi chiều rộng.

7.24. Đồ thị sau biểu diễn vận tốc xe máy v (tính bằng km/h) của anh Nam dưới dạng một hàm số của thời gian t (tính bằng phút).



Dựa vào đồ thị trên, hãy trả lời các câu hỏi sau:

a) Anh Nam đi nhanh nhất trong khoảng thời gian nào?

b) Vận tốc của anh Nam bằng 0 trong khoảng thời gian nào?

c) Vận tốc của anh Nam trong khoảng thời gian từ 2 phút đến 4 phút là bao nhiêu?

d) Trong khoảng thời gian nào anh Nam đi với vận tốc 38 km/h?

BÀI 28 HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. *Hàm số bậc nhất* là hàm số cho bởi công thức $y = ax + b$, trong đó a, b là các số cho trước và $a \neq 0$.
2. *Đồ thị* của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ là một đường thẳng.
3. Để vẽ đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$, ta chỉ cần xác định được hai điểm phân biệt nào đó thuộc đồ thị rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó.

   Nếu $b = 0$ ta thường chọn hai điểm đó là gốc toạ độ $O(0;\ 0)$ và điểm $A(1;\ a)$.

   Nếu $b \neq 0$ ta thường chọn hai điểm đó là giao điểm của đồ thị với hai trục toạ độ, tức là hai điểm $P(0;\ b)$ và $Q\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết được hàm số bậc nhất, tìm hàm số bậc nhất thoả mãn điều kiện đã cho.

– Vẽ được đồ thị của hàm số bậc nhất.

– Tìm được giao điểm của hai đường thẳng là đồ thị của hai hàm số bậc nhất.

– Vận dụng hàm số bậc nhất và đồ thị hàm số bậc nhất vào giải quyết một số bài toán thực tiễn.

Ví dụ 1 Cho hàm số $y = (m-1)x + 2$.

a) Với những giá trị nào của m thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất?

b) Tìm m, biết đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(1;\ -2)$.

c) Với giá trị m tìm được ở câu b, hãy vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

Giải

a) Hàm số đã cho là hàm số bậc nhất khi $m - 1 \neq 0$, tức là $m \neq 1$.

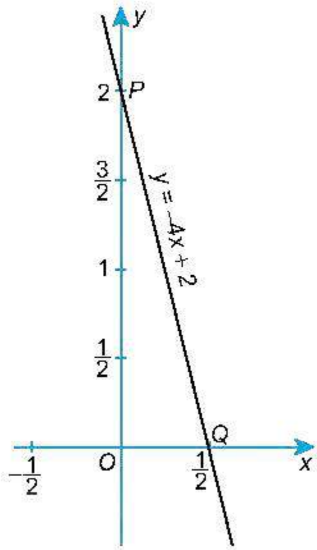
b) Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;\ -2)$ nên $-2 = (m-1)\cdot 1 + 2$ hay $-4 = m - 1$. Suy ra $m = -3$.

c) Với $m = -3$ ta có hàm số $y = -4x + 2$.

Cho $x = 0$ ta được $y = 2$. Giao điểm của đồ thị với trục tung Oy là $P(0; 2)$.

Cho $y = 0$ ta được $x = \frac{1}{2}$. Giao điểm của đồ thị với trục hoành Ox là $Q\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm P và Q.



Ví dụ 2 Một công ty viễn thông cung cấp gói dịch vụ điện thoại cố định với cước thuê bao hằng tháng là 40 nghìn đồng và cước gọi là 800 đồng/phút.

a) Viết công thức của hàm số bậc nhất biểu thị chi phí C (nghìn đồng) trong tháng khi gọi tổng cộng x (phút).

b) Tính chi phí khi gọi 150 phút trong tháng.

c) Nếu chi phí của một tháng nào đó là 180 nghìn đồng thì trong tháng đó thuê bao đã gọi tổng cộng bao nhiêu phút?

Giải

Đổi 800 đồng = 0,8 nghìn đồng.

a) Chi phí trong tháng bằng cước gọi tính theo số phút gọi trong tháng cộng với cước thuê bao cố định hằng tháng. Do đó:

$$C = 0{,}8x + 40 \text{ (nghìn đồng)}.$$

b) Khi $x = 150$ ta có $C = 0{,}8 \cdot 150 + 40 = 160$.

Vậy chi phí khi gọi 150 phút trong tháng là 160 nghìn đồng.

c) Theo đề bài, ta có phương trình: $180 = 0{,}8x + 40$.

Giải phương trình này ta được $x = 175$.

Vậy trong tháng đó thuê bao đã gọi tổng cộng 175 phút.

BÀI TẬP

7.25. Cho hàm số $y=(1-2m)x+3$.

a) Với những giá trị nào của m thì hàm số đã cho là hàm số bậc nhất?

b) Tìm m, biết đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1; 4)$.

c) Với giá trị m tìm được ở câu b, hãy hoàn thành bảng giá trị sau vào vở:

x	-2	-1	0	1	2
y	?	?	?	?	?

7.26. Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

a) $y = 2x + 3$;

b) $y = -3x + 5$;

c) $y=\frac{1}{2}x$;

d) $y=-\frac{3}{2}x$.

7.27. Cho ba đường thẳng:

$$(d_1): y=-2x+1;\ (d_2): y=x+4 \text{ và } (d_3): y=2mx-3\ (m\neq 0).$$

a) Tìm giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2).

b) Xác định giá trị của m để ba đường thẳng đã cho đồng quy.

7.28. Một cửa hàng sửa chữa máy điều hoà không khí tính phí bao gồm 50 nghìn đồng cho một cuộc gọi dịch vụ và 80 nghìn đồng cho mỗi giờ nhân công. Viết hàm số biểu thị phí C (tính theo nghìn đồng) cho một cuộc gọi dịch vụ với x (giờ) lao động. Phí dịch vụ sẽ là bao nhiêu nếu có 3 giờ lao động?

7.29. Anh Nam đang tiết kiệm tiền để mua một chiếc máy tính mới với giá 15 triệu đồng. Anh Nam đã có 4,5 triệu đồng và dự định sẽ tiết kiệm 300 nghìn đồng mỗi tuần.

a) Viết hàm số $y = f(x)$ biểu thị số tiền y (triệu đồng) mà anh Nam tiết kiệm được sau x (tuần).

b) Vẽ đồ thị của hàm số tìm được ở câu a. Từ đó xác định số tuần anh Nam sẽ tiết kiệm đủ tiền để mua chiếc máy tính đó.

7.30. Hải lí (còn gọi là dặm biển) là một đơn vị chiều dài hàng hải và 1 hải lí bằng 1,852 km.

a) Viết công thức biểu thị y (km) theo x (hải lí). Giá trị âm của x có ý nghĩa gì trong tình huống này không? Giải thích.

b) Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ nhận được ở câu a.

c) Một hành trình đi biển dài 350 hải lí. Hỏi hành trình đó dài bao nhiêu kilômét?

7.31. Một công ty cho thuê ô tô tính phí bao gồm 1,5 triệu đồng/ngày và 10 nghìn đồng cho mỗi kilômét di chuyển.

a) Viết hàm số bậc nhất biểu thị chi phí thuê xe mỗi ngày C (đơn vị nghìn đồng) theo x (km) đã di chuyển trong ngày.

b) Chi phí thuê xe trong ngày là bao nhiêu nếu trong ngày đó xe di chuyển quãng đường tổng cộng dài 180 km?

7.32. *Giá trị sổ sách* là giá trị của tài sản mà một công ty sử dụng để tạo ra bảng cân đối kế toán của mình. Một số công ty khấu hao tài sản của họ bằng cách sử dụng phương pháp khấu hao đường thẳng để giá trị của tài sản giảm đi một lượng cố định mỗi năm. Mức suy giảm phụ thuộc vào thời gian sử dụng hữu ích mà công ty đặt vào tài sản. Giả sử rằng một công ty vận tải vừa mua một số ô tô mới với giá là 640 triệu đồng một chiếc. Công ty lựa chọn khấu hao từng chiếc xe theo phương pháp khấu hao đường thẳng trong vòng 8 năm. Điều này có nghĩa là sau mỗi năm, mỗi chiếc xe sẽ giảm giá 640 : 8 = 80 triệu đồng.

a) Tìm hàm số bậc nhất biểu thị giá trị sổ sách V (tính theo triệu đồng) của mỗi chiếc ô tô theo tuổi x (năm) của nó.

b) Vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất tìm được ở câu a.

c) Giá trị sổ sách của mỗi chiếc xe sau 3 năm là bao nhiêu?

d) Khi nào giá trị sổ sách của mỗi chiếc xe là 160 triệu đồng?

BÀI 29 HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hệ số góc của đường thẳng

Ta gọi a là *hệ số góc* của đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$.

2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng (d): $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và (d'): $y = a'x + b'$ $(a' \neq 0)$.

Khi đó:

- d cắt d' nếu $a \neq a'$;
- d song song với d' nếu $a = a'$ và $b \neq b'$;
- d trùng với d' nếu $a = a'$ và $b = b'$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Tìm được hàm số bậc nhất khi biết đồ thị của nó là đường thẳng với hệ số góc cho trước (hoặc song song với một đường thẳng đã cho) và thoả mãn thêm một điều kiện thích hợp khác, chẳng hạn đi qua một điểm nào đó.

– Sử dụng hệ số góc để nhận biết vị trí tương đối của hai đường thẳng hoặc tìm điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau, song song hay trùng nhau.

Ví dụ 1 Tìm hệ số góc của đường thẳng $y = (a-1)x + 3$ $(a \neq 1)$ trong mỗi trường hợp sau:

a) Đường thẳng song song với đường thẳng $y = -2x$;

b) Đường thẳng đi qua điểm (1; –1).

Giải

Hệ số góc của đường thẳng đã cho là $k = a - 1$.

a) Đường thẳng đã cho song song với đường thẳng $y = -2x$ khi $a - 1 = -2$.

Vậy hệ số góc cần tìm là $k = a - 1 = -2$.

b) Đường thẳng đã cho đi qua điểm (1; –1) khi $-1=(a-1)\cdot 1+3$ hay $-1=a+2$, tức là $a=-3$.

Vậy hệ số góc cần tìm là $k=a-1=-3-1=-4$.

Ví dụ 2 Tìm các giá trị của a để hai đường thẳng:

$$y=(a+1)x-3\ (a\neq -1) \text{ và } y=(2-a)x+1\ (a\neq 2)$$

a) cắt nhau;

b) song song với nhau.

Giải

a) Hai đường thẳng đã cho cắt nhau khi $a+1\neq 2-a$ hay $2a\neq 1$, tức là $a\neq \frac{1}{2}$.

b) Hai đường thẳng đã cho song song với nhau khi $a+1=2-a$ hay $2a=1$, tức là $a=\frac{1}{2}$.

Chú ý. Vì ở đây $b=-3\neq 1=b'$ nên hai đường thẳng đã cho là hai đường thẳng phân biệt, do đó để hai đường thẳng này song song với nhau ta chỉ cần yêu cầu hai hệ số góc của chúng bằng nhau.

BÀI TẬP

7.33. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng đi qua điểm (1; 2) và có hệ số góc là –3.

7.34. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng với hệ số góc là 2 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng –3.

7.35. Hãy chỉ ra các cặp đường thẳng song song và các cặp đường thẳng cắt nhau trong các đường thẳng sau:

a) $y = 2x + 1$; b) $y = -3x + 1$;

c) $y = -3x + 2$; d) $y = 2x + 2$.

7.36. Cho hai hàm số $y = 2x + 3m$ và $y = (2m + 1)x - 5$. Tìm các giá trị của m để đồ thị của hai hàm số là:

a) Hai đường thẳng song song;

b) Hai đường thẳng cắt nhau.

7.37. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng song song với đường thẳng $y = -2x + 1$ và đi qua điểm (–1; 4).

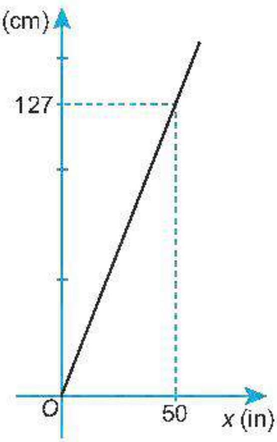
7.38. Người ta chứng minh được rằng hai đường thẳng $y = ax + b\,(a \neq 0)$ và $y = a'x + b'\,(a' \neq 0)$ vuông góc với nhau khi tích hai hệ số góc của chúng bằng –1, tức là khi $aa' = -1$. Tìm giá trị của m để đường thẳng $y = (2m - 4)x + 3\ (m \neq 2)$ vuông góc với đường thẳng $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$.

7.39. Trên cùng mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai đường thẳng:

$$(d_m): y = (1 - m)x + 2 \text{ và } (d'_m): y = (m + 1)x - 3.$$

Tuỳ theo giá trị của m, xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng đã cho.

7.40. Inch (viết tắt là in) là một đơn vị chiều dài trong hệ đo lường Mỹ. Phần đường thẳng trong hình vẽ sau mô tả sự quy đổi từ x (in) sang y (cm).



a) Tính hệ số góc của đường thẳng này.

b) Đại lượng y có tỉ lệ thuận với đại lượng x không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

c) Đại lượng x có tỉ lệ thuận với đại lượng y không? Nếu có thì hệ số tỉ lệ bằng bao nhiêu?

ÔN TẬP CHƯƠNG VII

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất một ẩn?

A. $0x + 1 = 0$. B. $x - 1 = x + 2$. C. $3x^2 + 2 = 0$. D. $-3x = 2$.

2. Tập nghiệm S của phương trình $3(x + 1) - (x - 2) = 7 - 2x$ là

A. $S = \{0\}$. B. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \varnothing$. D. $S = \mathbb{R}$.

3. Hàm số nào sau đây là hàm số bậc nhất?

A. $y = 0x + 3$. B. $y = 2x^2 + 5$. C. $y = -x$. D. $y = 0$.

4. Phương trình đường thẳng có hệ số góc -2 và đi qua điểm $(1; 3)$ là

A. $y = -2x + 3$. B. $y = -2x + 1$. C. $y = -2x + 4$. D. $y = -2x + 5$.

5. Hệ số góc của đường thẳng $y = \frac{1-4x}{2}$ là

A. -4. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. -2.

6. Giá trị m để đường thẳng $y = (m - 1)x + 3$ $(m \neq 1)$ song song với đường thẳng $y = x$ là

A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. Không có giá trị của m.

7. Hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng song song với đường thẳng $y = -x + 2$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 là

A. $y = x + 1$. B. $y = -x + 1$. C. $y = 1$. D. Không có hàm số nào.

8. Hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng song song với đường thẳng $y = -2x$ và đi qua điểm $A(1; -1)$ là

A. $y = 2x + 1$. B. $y = -2x + 1$. C. $y = 1$. D. Không có hàm số nào.

9. Giá trị m để phương trình $(m-2)x + 4 - m^2 = 0$ có vô số nghiệm là

A. $m \neq 2$. B. $m = -2$. C. $m = 0$. D. $m = 2$.

10. Giá trị m để phương trình $(m^2 - 9)x + 3 - m = 0$ vô nghiệm là

A. $m \neq \pm 3$. B. $m = 3$. C. $m = -3$. D. $m = 0$.

B TỰ LUẬN

7.41. Giải các phương trình sau:

a) $5(x-1)-(6-2x)=8x-3$;

b) $\frac{2x-1}{3}-\frac{5-3x}{2}=\frac{x+7}{4}$.

7.42. Với hãng taxi A, số tiền khách phải trả khi di chuyển trên quãng đường không quá 30 km được cho bởi công thức sau:

$$T(x) = 12x + 10 \text{ (nghìn đồng)},$$

trong đó $0 \leq x \leq 30$ là số kilômét mà khách hàng đã di chuyển.

a) Tính số tiền khách phải trả khi di chuyển 15 km.

b) Nếu một người khách phải trả số tiền là 250 nghìn đồng thì người đó đã di chuyển bao nhiêu kilômét?

7.43. Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất phải làm 900 sản phẩm. Do cải tiến kĩ thuật nên tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ vượt mức được 110 sản phẩm. Hỏi mỗi tổ đã sản xuất được bao nhiêu sản phẩm?

7.44. Hoà 400 gam dung dịch NaCl loại I với 600 gam dung dịch NaCl loại II được một dung dịch NaCl có nồng độ phần trăm là 27%. Tính nồng độ phần trăm của mỗi dung dịch NaCl loại I và loại II, biết rằng nồng độ phần trăm dung dịch NaCl loại I ít hơn nồng độ phần trăm dung dịch NaCl loại II là 5%.

7.45. Trong mỗi học kì, điểm đánh giá môn Toán gồm 4 điểm thường xuyên tính hệ số 1, điểm thi giữa kì tính hệ số 2 và điểm thi cuối học kì tính hệ số 3. Bạn An được 4 điểm thường xuyên là 8; 9; 10; 10 và điểm giữa kì là 8,5. Biết rằng điểm trung bình môn Toán của bạn An là 9,0. Hỏi bạn An được mấy điểm thi cuối học kì?

7.46. Cho hàm số $y = (2m-1)x + 5$ $\left(m \neq \frac{1}{2}\right)$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = -3x$.

b) Vẽ đồ thị hàm số với giá trị m tìm được ở câu a.

c) Tìm giao điểm A của đồ thị hàm số ở câu b và đồ thị của hàm số $y = x + 5$. Tính diện tích của tam giác OAB, trong đó B là giao điểm của đồ thị hàm số $y = x + 5$ với trục Ox.

7.47. Cho đường thẳng $y = mx - 4$ $(m \neq 0)$. Tìm m sao cho:

a) Đường thẳng đã cho cắt đường thẳng $y = -2x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

b) Đường thẳng đã cho cắt đường thẳng $y = 3x - 2$ tại điểm có tung độ bằng 4.

7.48. Một công ty cho thuê thuyền du lịch tính phí thuê thuyền là 1 triệu đồng, ngoài ra tính phí sử dụng 500 nghìn đồng một giờ.

a) Viết công thức của hàm số biểu thị tổng chi phí y (nghìn đồng) để thuê một chiếc thuyền du lịch trong x (giờ).

b) Vẽ đồ thị của hàm số thu được ở câu a để tìm tổng chi phí cho một lần thuê trong 3 giờ.

c) Giao điểm của đồ thị với trục tung biểu thị điều gì?

7.49. Chị Lan vay mẹ 900 nghìn đồng và dự định trả cho mẹ 100 nghìn đồng mỗi tuần.

a) Viết công thức của hàm số biểu thị số tiền y (nghìn đồng) mà chị Lan còn nợ mẹ sau x (tuần) vay.

b) Vẽ đồ thị của hàm số thu được ở câu a. Từ đó, tìm số tiền mà chị Lan nợ mẹ sau 4 tuần.

c) Giao điểm của đồ thị với trục hoành biểu thị điều gì?

7.50. Giả sử rằng lượng cung S và lượng cầu D về áo phông tại một buổi biểu diễn được cho bởi các hàm số sau:

$$S(p) = -600 + 10p,\ D(p) = 1\ 200 - 20p,$$

trong đó p (nghìn đồng) là giá của một chiếc áo phông.

a) Tìm mức giá cân bằng (tức là mức giá mà lượng cung bằng lượng cầu) của áo phông tại buổi biểu diễn này.

b) Vẽ đồ thị của hai hàm số $S(p)$ và $D(p)$ trên cùng một hệ trục toạ độ.

c) Từ kết quả của câu b, xác định mức giá của áo phông mà lượng cung lớn hơn lượng cầu. Khi đó, điều gì sẽ xảy ra?

CHƯƠNG VIII MỞ ĐẦU VỀ TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

BÀI 30 KẾT QUẢ CÓ THỂ VÀ KẾT QUẢ THUẬN LỢI

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Trong thực tế, ta thường gặp các hành động, thực nghiệm mà kết quả của chúng không thể biết trước khi thực hiện. Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp ta có thể liệt kê được tất cả các kết quả có thể xảy ra (gọi tắt là các kết quả có thể) của hành động, thực nghiệm đó.

– Xét một biến cố E mà E có xảy ra hay không xảy ra tuỳ thuộc vào kết quả của hành động, thực nghiệm T. Một kết quả có thể của T để biến cố E xảy ra được gọi là *kết quả thuận lợi* cho biến cố E.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Xác định các kết quả có thể của một hành động, thực nghiệm.

– Xác định các kết quả thuận lợi cho biến cố E mà E có xảy ra hay không xảy ra tuỳ thuộc vào kết quả của hành động, thực nghiệm.

Ví dụ Lớp 8A có 30 học sinh, trong đó có 12 học sinh nữ. Trong lớp có 2 học sinh nữ cận thị và 6 học sinh nam không cận thị. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp và kèm theo ghi chú: nam hay nữ, cận thị hay không cận thị.

a) Liệt kê các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố E: "Chọn được học sinh nữ không cận thị".

c) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố F: "Chọn được học sinh cận thị".

Giải

Lớp 8A có 30 – 12 = 18 học sinh nam, trong đó có 6 bạn không cận thị và 12 bạn cận thị.

Lớp 8A có 12 học sinh nữ, trong đó có 10 bạn không cận thị và 2 bạn cận thị.

Kí hiệu 12 học sinh nam cận thị là A1, A2,..., A12;

6 học sinh nam không cận thị là B1, B2,..., B6;

10 học sinh nữ không cận thị là C1, C2,..., C10;

2 học sinh nữ cận thị là D1, D2.

a) Tập hợp các kết quả có thể là

{A1, A2,..., A12, B1, B2,..., B6, C1, C2,..., C10, D1, D2}.

b) Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố *E* là {C1, C2,..., C10}.

c) Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố *F* là {A1, A2,..., A12, D1, D2}.

BÀI TẬP

8.1. Lớp 8C có 16 học sinh nam và 22 học sinh nữ, trong đó có 3 bạn nam thuận tay trái, 2 bạn nữ thuận tay trái. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp và kèm theo ghi chú: nam hay nữ và thuận tay trái hay tay phải.

a) Liệt kê các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố *E*: "Chọn được học sinh nam thuận tay phải".

c) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố *F*: "Chọn được học sinh nữ thuận tay trái".

d) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho biến cố *G*: "Chọn được học sinh thuận tay trái".

8.2. Một hộp đựng 20 tấm thẻ được ghi số 1, 2,..., 20. Bạn Mai rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ trong hộp.

a) Liệt kê các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

- *E*: "Rút được tấm thẻ ghi số lẻ";
- *F*: "Rút được tấm thẻ ghi số chia hết cho 5";
- *G*: "Rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố".

8.3. Một túi đựng 5 viên bi được ghi số 1, 2, 3, 4, 5. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ trong hộp.

a) Liệt kê các kết quả có thể của hành động trên.

b) Liệt kê các kết quả thuận lợi cho các biến cố sau:

- *M*: "Tổng hai số ghi trên hai viên bi là một số chẵn";
- *N*: "Tích hai số ghi trên hai viên bi là một số lẻ".

BÀI 31 CÁCH TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ BẰNG TỈ SỐ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Giả thiết rằng các kết quả có thể của một hành động hay thực nghiệm là đồng khả năng. Khi đó, xác suất của biến cố *E*, kí hiệu là *P*(*E*), bằng tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố *E* và tổng số kết quả có thể:

$$P(E) = \frac{\text{Số kết quả thuận lợi cho } E}{\text{Tổng số kết quả có thể}}.$$

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Việc tính xác suất của một biến cố *E* trong một hành động hay thực nghiệm đồng khả năng được thực hiện theo các bước sau:

Bước 1. Đếm các kết quả có thể (thường bằng cách liệt kê);

Bước 2. Chỉ ra các kết quả có thể là đồng khả năng;

Bước 3. Đếm các kết quả thuận lợi cho biến cố *E*;

Bước 4. Lập tỉ số giữa số kết quả thuận lợi cho biến cố *E* và tổng số kết quả có thể.

Ví dụ 1 Một túi đựng 20 viên bi cùng khối lượng và kích thước, chỉ khác màu, trong đó có 10 viên bi màu đỏ, 3 viên bi màu xanh, 2 viên bi màu vàng và 5 viên bi màu tím. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong túi. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) *E*: "Lấy được viên bi màu đỏ";

b) *F*: "Lấy được viên bi màu xanh";

c) *G*: "Lấy được viên bi màu vàng hoặc màu tím";

d) *H*: "Lấy được viên bi không có màu đỏ hoặc màu vàng".

Giải

Kí hiệu 10 viên bi màu đỏ là D1, D2,..., D10;

3 viên bi màu xanh là X1, X2, X3;

2 viên bi màu vàng là V1, V2;

5 viên bi màu tím là T1, T2, T3, T4, T5.

Có 20 kết quả có thể là D1, D2,..., D10, X1, X2, X3, V1, V2, T1, T2, T3, T4, T5. Vì lấy ngẫu nhiên nên 20 kết quả có thể này là đồng khả năng.

a) Các kết quả thuận lợi cho biến cố E là D1, D2,..., D10. Có 10 kết quả thuận lợi cho biến cố E. Do đó, xác suất của biến cố E là $P(E) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố F là X1, X2, X3. Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố F. Do đó, xác suất của biến cố F là $P(F) = \frac{3}{20}$.

c) Các kết quả thuận lợi cho biến cố G là V1, V2, T1, T2, T3, T4, T5. Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố G. Do đó, xác suất của biến cố G là $P(G) = \frac{7}{20}$.

d) Các kết quả thuận lợi cho biến cố H là X1, X2, X3, T1, T2, T3, T4, T5. Có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố H. Do đó, xác suất của biến cố H là $P(H) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.

Ví dụ 2 Một chiếc túi đựng 117 đôi tất, trong đó có một số đôi màu trắng, một số đôi màu đen, còn lại là các màu khác. Lấy ngẫu nhiên một đôi tất trong túi. Biết rằng xác suất chọn được đôi tất màu trắng và màu đen tương ứng là $\frac{2}{9}$ và $\frac{3}{13}$. Tìm số đôi tất trong túi không phải màu đen hoặc màu trắng.

Giải

Gọi x và y tương ứng là số đôi tất màu trắng và màu đen trong túi. Khi đó xác suất lấy được đôi tất màu trắng là $\frac{x}{117}$; xác suất lấy được đôi tất màu đen là $\frac{y}{117}$.

Suy ra $\frac{x}{117} = \frac{2}{9}$ hay $x = 26$; $\frac{y}{117} = \frac{3}{13}$ hay $y = 27$.

Vậy số đôi tất trong túi không phải màu đen hoặc màu trắng là

$$117 - 26 - 27 = 64 \text{ (đôi)}.$$

C BÀI TẬP

8.4. Một túi đựng 15 viên bi màu xanh, 13 viên bi màu đỏ, 17 viên bi màu trắng, có cùng khối lượng và kích thước. Bạn Việt lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong túi. Tính xác suất để bạn Việt lấy được viên bi trắng.

8.5. Một hộp đựng các tấm thẻ được ghi số 10, 11, 12,..., 20. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp. Tính xác suất để rút được tấm thẻ ghi số là:

a) Số nguyên tố.

b) Số lẻ.

c) Số chia hết cho 4.

8.6. Bạn An có 10 tấm thẻ, mỗi tấm thẻ ghi một chữ cái trong từ "TELEVISION". Bạn An rút ngẫu nhiên một tấm thẻ. Tính xác suất để rút được tấm thẻ ghi:

a) Chữ E;

b) Chữ I hoặc chữ V.

8.7. Một nhóm 30 người gồm 9 ông, 6 bà, 12 em trai và 3 em gái. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm. Tính xác suất để chọn được:

a) Một người có giới tính nam;

b) Một bà hoặc một em trai.

8.8. Một chiếc hộp chứa 36 quả cầu được ghi số từ 1 đến 36. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: "Lấy được quả cầu ghi số là bội của 4 và 6";

b) F: "Lấy được quả cầu ghi số là bội của 4 hoặc là bội của 6".

8.9. Một túi đựng các viên kẹo có cùng khối lượng và kích thước với 9 viên kẹo màu đỏ, 6 viên kẹo màu xanh, 4 viên kẹo màu vàng và 5 viên kẹo màu đen. Lấy ngẫu nhiên một viên kẹo từ trong túi. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) E: "Lấy được viên kẹo màu đỏ hoặc màu vàng";

b) F: "Lấy được viên kẹo màu đen hoặc màu xanh";

c) G: "Lấy được viên kẹo không có màu đen".

8.10. Một hộp đựng 24 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, trong đó có một số viên bi màu đỏ, một số viên bi màu xanh, còn lại là màu đen. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong hộp. Biết rằng xác suất lấy được viên bi màu đỏ và màu xanh tương ứng là $\frac{1}{3}$ và $\frac{1}{6}$. Tính số viên bi màu đen trong hộp.

8.11. Một túi đựng một số tấm thẻ được đánh số 1, 2, 3, 4. Rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong túi. Biết rằng xác suất rút được tấm thẻ ghi số 3 gấp đôi xác suất rút được tấm thẻ ghi số 1; xác suất rút được tấm thẻ ghi số 2 gấp ba lần xác suất rút được tấm thẻ ghi số 3 và xác suất rút được tấm thẻ ghi số 2 bằng xác suất rút được tấm thẻ ghi số 4. Tính xác suất để rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố.

BÀI 32 MỐI LIÊN HỆ GIỮA XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM VỚI XÁC SUẤT VÀ ỨNG DỤNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Giả sử trong n lần thực nghiệm hoặc n lần theo dõi (quan sát) một hiện tượng ta thấy biến cố E xảy ra k lần. Khi đó xác suất thực nghiệm của biến cố E bằng $\frac{k}{n}$, tức là bằng tỉ số giữa số lần xuất hiện biến cố E và số lần thực hiện thực nghiệm hoặc theo dõi hiện tượng đó.

– Xác suất của biến cố E được ước lượng bằng xác suất thực nghiệm của biến cố E:

$$P(E) \approx \frac{k}{n};$$

trong đó n là số lần thực nghiệm hay theo dõi một hiện tượng,

k là số lần biến cố E xảy ra.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Xác định được số lần thực hiện hành động, thực nghiệm hay số lần theo dõi, quan sát một hiện tượng, số lần xuất hiện biến cố E trong quá trình hành động, thực nghiệm hay theo dõi, quan sát đó.

– Lập được tỉ số giữa số lần xuất hiện biến cố E và số lần thực hiện hành động, thực nghiệm hay theo dõi, quan sát.

– Giả sử trong n lần thực nghiệm hoặc n lần theo dõi, quan sát một hiện tượng ta thấy biến cố E xảy ra k lần. Từ đó trong m lần thực nghiệm hoặc m lần theo dõi, quan sát một hiện tượng trong tương lai, để dự đoán xem biến cố E xảy ra bao nhiêu lần ta tiến hành như sau: Gọi h là số lần xảy ra biến cố E trong m lần thực nghiệm hoặc m lần theo dõi, quan sát một hiện tượng.

Ta có: $P(E) \approx \frac{h}{m}$. Lại có $P(E) \approx \frac{k}{n}$. Từ đó $\frac{h}{m} \approx \frac{k}{n}$, suy ra $h \approx \frac{mk}{n}$.

Ví dụ Một cửa hàng bán năm loại trái cây: táo, chuối, cam, vải, nhãn. Tháng vừa qua cửa hàng bán được tổng số 2 084 kg trái cây. Bảng thống kê ghi lại khối lượng của mỗi loại (đã làm tròn) như sau:

Loại quả	Táo	Chuối	Cam	Vải	Nhãn
Khối lượng (kg)	840	514	380	154	196

a) Tính xác suất thực nghiệm tiêu thụ mỗi kilôgam các loại trái cây của cửa hàng.

b) Giả sử tháng sau cửa hàng bán được tổng số 2 975 kg trái cây các loại. Hãy dự đoán xem trong tháng sau cửa hàng bán được:

- Bao nhiêu kilôgam táo.
- Bao nhiêu kilôgam cam, vải hoặc nhãn.

Giải

a) Trong 2 084 kg trái cây các loại cửa hàng đã bán, có 840 kg táo.

Do đó, xác suất thực nghiệm bán được một kilôgam táo là $\frac{840}{2\,084} = \frac{210}{521}$.

Tương tự, xác suất thực nghiệm bán được một kilôgam chuối là $\frac{514}{2\,084} = \frac{257}{1042}$, một kilôgam cam là $\frac{380}{2\,084} = \frac{95}{521}$, một kilôgam vải là $\frac{154}{2\,084} = \frac{77}{1042}$ và một kilôgam nhãn là $\frac{196}{2\,084} = \frac{49}{521}$.

b) Gọi h (kg) là khối lượng quả táo cửa hàng bán được trong tháng sau.

Ta có: $\frac{h}{2\,975} \approx \frac{210}{521}$, suy ra $h \approx \frac{2\,975 \cdot 210}{521} = 1\,199{,}136...$

Vậy ta dự đoán có khoảng 1 199 kg táo cửa hàng bán được trong tháng sau.

Gọi k (kg) là khối lượng quả cam, vải hoặc nhãn cửa hàng bán được trong tháng sau.

Ta có: $\frac{k}{2\,975} \approx \frac{380+154+196}{2\,084} = \frac{730}{2\,084}$, suy ra $k \approx \frac{2\,975 \cdot 730}{2\,084} = 1\,042{,}106...$

Vậy ta dự đoán có khoảng 1 042 kg cam, vải hoặc nhãn cửa hàng bán được trong tháng sau.

BÀI TẬP

8.12. Một trò chơi có nội dung như sau: Ở mỗi ván chơi, người chơi gieo đồng thời hai con xúc xắc. Người chơi thắng nếu tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là bội của 3. Một người chơi 100 ván và kết quả trong 100 ván chơi được ghi trong bảng sau:

Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số ván	2	6	9	10	14	16	13	11	8	7	4

Tính xác suất thực nghiệm của biến cố A: "Người chơi thắng trong một ván chơi".

8.13. Một cửa hàng điện máy thống kê lại số lượng các mặt hàng bán trong năm qua như bảng sau:

Mặt hàng	Số lượng (chiếc)
Ti vi	2 545
Tủ lạnh	3 136
Điện thoại	719
Máy tính	311
Quạt	55
Điều hoà	57

a) Tính xác suất thực nghiệm tiêu thụ mỗi mặt hàng của cửa hàng.

b) Giả sử năm sau cửa hàng bán được tổng số 7 500 chiếc các loại. Hãy dự đoán xem trong đó có:

- Bao nhiêu chiếc ti vi.
- Bao nhiêu chiếc tủ lạnh, quạt hoặc điều hoà.

8.14. Số liệu thống kê về 1 830 vụ tai nạn giao thông ở một thành phố cho trong bảng sau:

Phương tiện	Ô tô	Xe máy	Xe đạp	Phương tiện khác hoặc đi bộ
Số vụ tai nạn	380	1 354	55	41

Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) E: "Gặp tai nạn khi đi ô tô";

b) F: "Gặp tai nạn khi đi xe máy hoặc xe đạp";

c) G: "Gặp tai nạn khi đi xe đạp, phương tiện khác hoặc đi bộ".

8.15. Trong tháng vừa qua có 3 084 người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X. Cơ quan hải quan thống kê mục đích nhập cảnh của họ và cho kết quả trong bảng sau:

Mục đích	Số lượng (người)
Dự hội nghị	88
Kinh doanh	320
Thăm thân nhân	599
Du lịch	1 565
Làm việc	55
Đi học	125
Lí do khác	332
Tổng số	3 084

a) Tính xác suất thực nghiệm để người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X tháng qua (biểu diễn bằng phần trăm) với mục đích:

- Kinh doanh;
- Du lịch;
- Làm việc hoặc đi học;
- Kinh doanh hoặc dự hội nghị.

b) Biết rằng tháng tới có 2 156 người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X. Hãy dự đoán xem trong đó có:

- Bao nhiêu người với mục đích du lịch.
- Bao nhiêu người với mục đích kinh doanh, làm việc hoặc đi học.

8.16. Camera quan sát tại đường X trong 365 ngày liên tiếp ghi nhận 217 ngày bị tắc đường vào giờ cao điểm buổi sáng (từ 7 giờ 30 phút đến 8 giờ). Từ số liệu thống kê đó, hãy dự đoán xem trong 100 ngày tới có khoảng bao nhiêu ngày bị tắc đường vào giờ cao điểm buổi sáng tại đường X.

ÔN TẬP CHƯƠNG VIII

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. Chọn ngẫu nhiên một số có hai chữ số. Xác suất để chọn được số chính phương là

A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{1}{14}$. D. $\frac{2}{31}$.

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi 2, 3.

Lớp 12A gồm 38 học sinh, trong đó có 18 học sinh nam, tổ chức đi du lịch bằng máy bay. Khi làm thủ tục có 6 học sinh nam gửi hành lí và 8 học sinh nữ không gửi hành lí. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp.

2. Xác suất để chọn được một học sinh nữ có gửi hành lí là

A. $\frac{7}{20}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{8}{21}$. D. $\frac{9}{23}$.

3. Xác suất để chọn được một học sinh không gửi hành lí là

A. $\frac{11}{20}$. B. $\frac{12}{19}$. C. $\frac{13}{21}$. D. $\frac{10}{19}$.

Sử dụng dữ liệu sau để trả lời các câu hỏi từ câu 4 đến câu 8.

Một túi đựng các viên bi có cùng khối lượng và kích thước với 26 viên bi màu đỏ, 62 viên bi màu tím, 8 viên bi màu vàng, 9 viên bi màu trắng và 12 viên bi màu đen. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong túi.

4. Xác suất để lấy được viên bi có màu tím là

A. $\frac{62}{117}$. B. $\frac{20}{39}$. C. $\frac{63}{118}$. D. $\frac{65}{118}$.

5. Xác suất để lấy được viên bi có màu trắng là

A. $\frac{11}{117}$. B. $\frac{1}{13}$. C. $\frac{13}{118}$. D. $\frac{15}{118}$.

6. Xác suất để lấy được viên bi có màu trắng hoặc màu đen là

A. $\frac{20}{117}$. B. $\frac{19}{119}$. C. $\frac{7}{39}$. D. $\frac{20}{119}$.

7. Lấy 2 viên bi màu đỏ và 1 viên bi màu trắng ra khỏi túi. Chọn ngẫu nhiên một viên bi trong túi. Xác suất để chọn được viên bi không phải màu vàng là

A. $\frac{107}{114}$. B. $\frac{109}{115}$. C. $\frac{103}{115}$. D. $\frac{53}{57}$.

8. Bỏ thêm 2 viên bi màu đỏ và 1 viên bi màu trắng vào túi. Chọn ngẫu nhiên một viên bi trong túi. Xác suất để chọn được viên bi không phải màu đỏ là

A. $\frac{23}{30}$. B. $\frac{91}{120}$. C. $\frac{93}{121}$. D. $\frac{92}{121}$.

B BÀI TẬP

8.17. Một bộ bài tú lơ khơ gồm 52 lá bài chia thành bốn chất: rô (hình thoi, màu đỏ), cơ (hình trái tim, màu đỏ), bích (hình mâu, màu đen) và nhép (hình cây, màu đen). Mỗi chất có 13 lá bài là: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K, A. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tính xác suất của các biến cố sau:

a) *A*: "Rút được lá bài có màu đen";

b) *B*: "Rút được lá bài A màu đỏ";

c) *C*: "Rút được lá bài mang số 3";

d) *D*: "Rút được lá bài chất rô";

e) *E*: "Rút được lá bài không phải chất bích";

f) *F*: "Rút được lá bài tranh" (Các lá bài J, Q, K gọi là lá bài tranh).

8.18. Lớp 8A có 23 học sinh nam và 35 học sinh nữ. Giả sử cuối năm lớp có 7 học sinh nam và 11 học sinh nữ chuyển lớp. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp 8A. Tính xác suất để chọn được học sinh nam.

8.19. Một hộp có 40 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, gồm ba màu: đỏ, vàng, đen. Biết rằng nếu lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp thì xác suất lấy được viên bi màu đỏ, viên bi màu vàng tương ứng là $\frac{1}{4}$ và $\frac{2}{5}$. Bạn Minh bỏ thêm 25 viên bi màu đỏ, 14 viên bi vàng vào hộp và lấy ra 9 viên bi màu đen. Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để Minh lấy được viên bi màu vàng.

8.20. Tại một quán ăn, lúc đầu có 50 khách hàng, trong đó có 32 khách hàng nam. Sau một giờ, quán ăn có 12 khách hàng nam ra về và 27 khách hàng mới đến là nữ. Chọn ngẫu nhiên một người khách hàng trong quán ăn. Tính xác suất để chọn được một khách hàng nữ.

8.21. Bạn Bình thống kê số điểm trong 44 bài kiểm tra tiếng Anh của mình như sau (điểm tối đa là 100):

Số điểm	Nhỏ hơn 83 điểm	Từ 84 đến 87 điểm	Từ 88 đến 91 điểm	Từ 92 đến 95 điểm	Từ 96 đến 100 điểm
Số bài kiểm tra	3	5	7	20	9

Bạn Bình sẽ làm bài kiểm tra trong tuần tới. Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

a) *A*: "Bạn Bình được ít hơn 84 điểm";

b) *B*: "Bạn Bình được số điểm từ 84 đến 95 điểm".

8.22. Thống kê số vụ tai nạn giao thông trong tháng 8 và 9 vừa qua của thành phố X, ta có bảng sau:

Số vụ tai nạn giao thông xảy ra trong một ngày	0	1	2	3	4	5	6	7	> 7
Số ngày	4	9	15	10	8	6	4	3	2

a) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố A: "Ở thành phố X, trong một ngày có nhiều nhất 3 vụ tai nạn giao thông".

b) Tính xác suất thực nghiệm của biến cố B: "Ở thành phố X, trong một ngày có từ 5 vụ tai nạn giao thông trở lên".

c) Từ số liệu thống kê trên, hãy dự đoán xem trong 100 ngày tới ở thành phố X:

• Có bao nhiêu ngày có nhiều nhất 3 vụ tai nạn giao thông.

• Có bao nhiêu ngày có từ 5 vụ tai nạn giao thông trở lên.

8.23. Khảo sát vị trí công việc của 100 cán bộ công tác trong ngành giáo dục tại quận X, thu được kết quả như bảng sau:

Vị trí công việc	Cán bộ hành chính	Giáo viên	Công việc khác
Số người	16	76	8

a) Chọn ngẫu nhiên một cán bộ công tác trong ngành giáo dục được khảo sát tại quận X. Tính xác suất thực nghiệm của các biến cố sau:

• A: "Người đó là giáo viên".

• B: "Người đó là cán bộ hành chính".

b) Giả sử quận X có 921 cán bộ công tác ngành giáo dục. Hãy dự đoán xem trong đó:

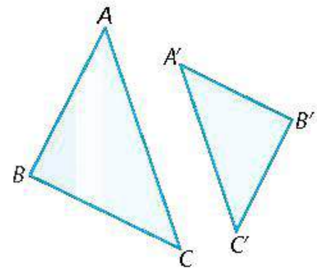
• Có bao nhiêu người là giáo viên.

• Có bao nhiêu người là cán bộ hành chính.

CHƯƠNG IX TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

BÀI 33 HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ



Tam giác $A'B'C'$ được gọi là đồng dạng với tam giác ABC nếu các cạnh tương ứng tỉ lệ và các góc tương ứng bằng nhau, nghĩa là:

$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC};$$

$$\widehat{A'}=\widehat{A},\widehat{B'}=\widehat{B},\widehat{C'}=\widehat{C}.$$

Tam giác $A'B'C'$ đồng dạng với tam giác ABC được kí hiệu là $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ (viết theo thứ tự cặp đỉnh tương ứng).

Ở đây: hai đỉnh A và A' (B và B', C và C') là hai đỉnh tương ứng. Tỉ số các cạnh tương ứng $\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'C'}{AC}=k$ được gọi là tỉ số đồng dạng.

Nhận xét:

- $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng k thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng $\frac{1}{k}$. Do vậy khi $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ thì ta nói hai tam giác $A'B'C'$ và ABC đồng dạng với nhau.
- Hai tam giác bằng nhau thì đồng dạng với nhau theo tỉ số đồng dạng $k=1$. Đặc biệt mọi tam giác đồng dạng với chính nó.
- Nếu $\Delta A''B''C'' \backsim \Delta A'B'C'$ với tỉ số đồng dạng k và $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng m thì $\Delta A''B''C'' \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng $k \cdot m$.

Định lí (*Một trường hợp đặc biệt của hai tam giác đồng dạng*). Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và song song với cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới đồng dạng với tam giác đã cho.

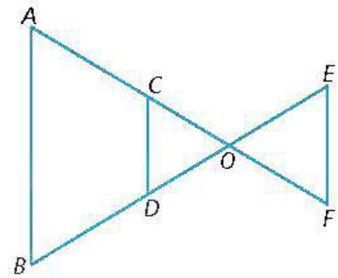
B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết hai tam giác đồng dạng bằng định nghĩa.

– Áp dụng được định lí về trường hợp đồng dạng đặc biệt của hai tam giác cho các bài toán nhận biết hai tam giác đồng dạng đơn giản.

– Chứng minh được các yếu tố bằng nhau (góc hoặc tỉ lệ các cạnh) của hai tam giác cho trước bằng cách chỉ ra hai tam giác đó đồng dạng.

Ví dụ 1 Trong Hình 9.1, các đường thẳng AB, CD, EF song song với nhau. Hãy tìm ba cặp tam giác (phân biệt) đồng dạng trong hình và viết đúng kí hiệu đồng dạng của mỗi cặp tam giác.



Hình 9.1

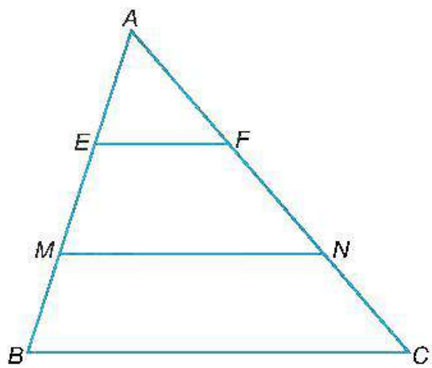
Giải

Vì $AB \parallel CD$ nên $\Delta OAB \backsim \Delta OCD$.

Vì $AB \parallel EF$ nên $\Delta OAB \backsim \Delta OFE$.

Vì $CD \parallel EF$ nên $\Delta OCD \backsim \Delta OFE$.

Ví dụ 2 Cho các điểm như Hình 9.2, biết rằng $MN \parallel BC$ và E, F lần lượt là trung điểm của AM, AN. Chứng minh rằng tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.



Hình 9.2

Giải

Vì E, F lần lượt là trung điểm của AM, AN nên theo định lí Thalès cho tam giác AMN và cát tuyến EF, ta có $EF \parallel MN$. Do vậy $EF \parallel BC$ (cùng song song với MN). Suy ra $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$ (do $EF \parallel BC$).

C BÀI TẬP

9.1. Khi viết $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ thì góc nào của tam giác ABC tương ứng với góc PNM của tam giác MNP. Hãy viết các cặp góc bằng nhau và các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ của hai tam giác đã cho.

9.2. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$. Những cách viết nào dưới đây đúng?

(1) $\Delta BCA \backsim \Delta FED$.   (2) $\Delta CAB \backsim \Delta EDF$.

(3) $\Delta BAC \backsim \Delta EDF$.   (4) $\Delta CBA \backsim \Delta FED$.

9.3. Với hai tam giác ABC và MNP bất kì sao cho $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$. Những câu nào dưới đây đúng?

(1) $AB = MN, AC = MP, BC = NP$.

(2) $\widehat{A} = \widehat{M}, \widehat{B} = \widehat{N}, \widehat{C} = \widehat{P}$.

(3) $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP} = \dfrac{BC}{NP}$.

(4) $\widehat{B} = \widehat{P}, \widehat{C} = \widehat{M}, \widehat{A} = \widehat{N}$.

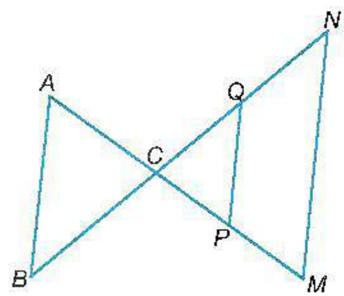
9.4. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$, biết $\widehat{A} = 60^0$, $\widehat{B'} = 50^0$. Hãy tính số đo các góc còn lại của tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$.

9.5. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$. Biết $AB = 5$ cm, $MN = 8$ cm và chu vi tam giác ABC bằng 20 cm. Hỏi $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ với tỉ số đồng dạng bằng bao nhiêu và chu vi tam giác MNP bằng bao nhiêu ?

9.6. Cho tam giác ABC đồng dạng với một tam giác có ba đỉnh là D, E, F. Biết rằng $\widehat{A} > \widehat{B} = 60^0 = \widehat{D} > \widehat{E}$, hãy chỉ ra các đỉnh tương ứng và viết đúng kí hiệu đồng dạng của hai tam giác đó.

9.7. Cho tam giác không cân ABC đồng dạng với một tam giác có ba đỉnh là M, N, P. Biết rằng $\dfrac{AB}{NP} = \dfrac{AC}{PM} = \dfrac{BC}{MN}$, hãy chỉ ra các đỉnh tương ứng và viết đúng kí hiệu đồng dạng của hai tam giác đó.

9.8. Trong Hình 9.3, cho PQ và MN cùng song song với AB. Hãy liệt kê ba cặp tam giác phân biệt đồng dạng với nhau.



Hình 9.3

9.9. Cho hình bình hành $ABCD$ và cho E, F lần lượt là trung điểm của AB và AC. Chứng minh rằng $\Delta AEF \backsim \Delta CDA$.

9.10. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A và tam giác MNP cân tại đỉnh M. Biết rằng $\widehat{ABC} = \widehat{MNP}$ và $BC = 2NP$. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ và tìm tỉ số đồng dạng.

9.11. Cho tam giác ABC với $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm.

a) Lấy các điểm M, N lần lượt trên các cạnh AB, AC sao cho $AM = 4$ cm, $AN = 6$ cm. Chứng minh rằng $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$ và tìm tỉ số đồng dạng.

b) Lấy điểm P trên cạnh AC sao cho $AP = 4$ cm. Chứng minh rằng $\Delta APB \backsim \Delta ABC$.

BÀI 34

BA TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí (*trường hợp đồng dạng cạnh - cạnh - cạnh*)

Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

Định lí (*trường hợp đồng dạng cạnh - góc - cạnh*)

Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

Định lí (*trường hợp đồng dạng góc - góc*)

Nếu hai góc của tam giác này lần lượt bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết hai tam giác đồng dạng theo các trường hợp (c.c.c), (c.g.c) hoặc (g.g).

– Biết chứng minh các góc bằng nhau hoặc tỉ lệ các cạnh tương ứng bằng nhau của hai tam giác nhờ nhận ra hai tam giác đồng dạng theo các trường hợp (c.c.c), (c.g.c) hoặc (g.g).

Ví dụ 1 Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $AC = 8$ cm, $BC = 12$ cm và tam giác MNP có $MN = 2$ cm, $MP = 4$ cm, $NP = 6$ cm. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ và tìm tỉ số đồng dạng.

Giải

Xét hai tam giác ΔABC và MNP, ta có: $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP} = \dfrac{BC}{NP} = 2.$

Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ (c.c.c) với tỉ số đồng dạng bằng 2.

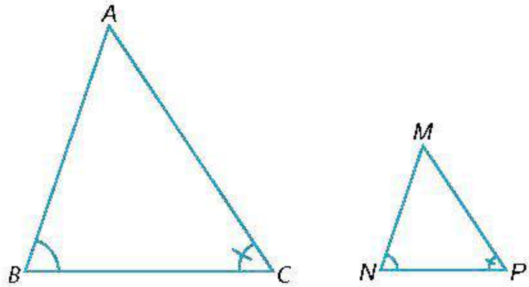
Ví dụ 2 Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $AC = 8$ cm, $\widehat{BAC} = 60^0$ và tam giác MNP có $MN = 2$ cm, $MP = 4$ cm, $\widehat{NMP} = 60^0$. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ và tìm tỉ số đồng dạng.

Giải

Xét hai tam giác ABC và MNP, ta có: $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP} = 2, \widehat{A} = \widehat{M}$.

Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ (c.g.c) với tỉ số đồng dạng bằng 2.

Ví dụ 3 Cho hai tam giác ABC và MNP như Hình 9.4 (các góc bằng nhau được kí hiệu giống nhau). Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$.



Hình 9.4

Giải

Xét hai tam giác ABC và MNP, ta có: $\widehat{B} = \widehat{N}, \widehat{C} = \widehat{P}$.

Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ (g.g).

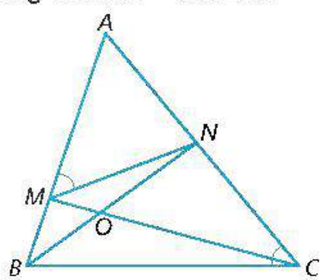
Ví dụ 4 Cho tam giác ABC và các điểm M, N lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC sao cho $\widehat{AMN} = \widehat{ACB}$.

a) Chứng minh rằng $\Delta AMN \backsim \Delta ACB$.

b) Chứng minh rằng $\Delta ABN \backsim \Delta ACM$.

c) Gọi O là giao điểm của BN và CM. Chứng minh rằng $\Delta OMN \backsim \Delta OBC$.

Giải (H.9.5).



Hình 9.5

a) Hai tam giác AMN và ACB có:

$\widehat{MAN} = \widehat{CAB}$ (góc chung),

$\widehat{AMN} = \widehat{ACB}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta AMN \backsim \Delta ACB$ (g.g).

b) Vì $\Delta AMN \backsim \Delta ACB$, ta có $\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AN}{AB}$. Suy ra $\dfrac{AN}{AM} = \dfrac{AB}{AC}$.

Xét ΔABN và ΔACM, ta có: $\widehat{BAN} = \widehat{CAM}$ (góc chung), $\dfrac{AN}{AM} = \dfrac{AB}{AC}$ (chứng minh trên). Do đó $\Delta ABN \backsim \Delta ACM$ (c.g.c).

c) Xét ΔMOB và ΔNOC, ta có:

$\widehat{MBO} = \widehat{ABN} = \widehat{ACM} = \widehat{NCO}$ (vì $\Delta ABN \backsim \Delta ACM$),

$\widehat{MOB} = \widehat{NOC}$ (hai góc đối đỉnh).

Suy ra $\Delta MOB \backsim \Delta NOC$ (g.g). Do đó $\frac{OM}{ON} = \frac{OB}{OC}$, hay $\frac{OM}{OB} = \frac{ON}{OC}$.

Xét ΔOMN và ΔOBC, ta có: $\frac{OM}{OB} = \frac{ON}{OC}$ (theo chứng minh trên), $\widehat{MON} = \widehat{BOC}$ (hai góc đối đỉnh). Vậy $\Delta OMN \backsim \Delta OBC$ (c.g.c).

BÀI TẬP

9.12. Hai tam giác có độ dài ba cạnh như sau có đồng dạng không? Vì sao?

(1) 2 cm, 3 cm, 4 cm và 6 cm, 9 cm, 12 cm.

(2) 3 cm, 5 cm, 6 cm và 6 cm, 10 cm, 11 cm.

(3) 2 cm, 3 cm, 3 cm và 2 cm, 2 cm, 3 cm.

(4) 4 cm, 4 cm, 4 cm và 3 cm, 3 cm, 3 cm.

9.13. Cho hai tam giác ABC và DEF lần lượt có chu vi là 15 cm và 20 cm. Biết rằng $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{3}{4}$. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$.

9.14. Cho hai tam giác ABC và MNP thoả mãn $2AB = 3AC = 4BC$ và DE = 6 cm, DF = 4 cm, EF = 3 cm. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$.

9.15. Cho tam giác ABC và điểm O nằm trong tam giác. Lấy M, N, P là các điểm lần lượt trên các tia OA, OB, OC sao cho $OA = 3OM$, $OB = 3ON$, $OC = 3OP$. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ và tìm tỉ số đồng dạng.

9.16. Cho tam giác ABC và các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ và tìm tỉ số đồng dạng.

9.17. Cho tứ giác $ABCD$ với AB = 2 cm, AD = 3 cm, BD = 4 cm, BC = 6 cm, CD = 8 cm. Chứng minh rằng $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$ và AB song song với CD.

9.18. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh là AB = 4 cm, BC = 5 cm, CA = 6 cm. Tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC và có độ dài cạnh lớn nhất bằng 9 cm. Hãy cho biết độ dài các cạnh MN, MP, NP của tam giác MNP.

9.19. Với hai tam giác bất kì ABC và DEF thoả mãn $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{DF}$, $\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$.

Những khẳng định nào sau đây là đúng?

(1) $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$.

(2) $\Delta CAB \backsim \Delta DEF$.

(3) $\Delta ABC \backsim \Delta EFD$.

(4) $\Delta BCA \backsim \Delta EFD$.

(5) $\Delta ABC \backsim \Delta FDE$.

(6) $\Delta BAC \backsim \Delta FED$.

9.20. Với hai tam giác bất kì ABC và MNP thoả mãn $\widehat{ABC} = \widehat{NMP}$, $\widehat{ACB} = \widehat{MNP}$. Những khẳng định nào sau đây là đúng?

(1) $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$.

(2) $\Delta BCA \backsim \Delta MNP$.

(3) $\Delta ABC \backsim \Delta NPM$.

(4) $\Delta CAB \backsim \Delta NPM$.

(5) $\Delta ABC \backsim \Delta PMN$.

(6) $\Delta BAC \backsim \Delta MNP$.

9.21. Cho hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AB, AC của tam giác ABC sao cho $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

a) Chứng minh rằng $\Delta AMN \backsim \Delta ACB$.

b) Lấy E, F lần lượt là trung điểm của MN, BC. Chứng minh rằng $\widehat{EAB} = \widehat{FAC}$.

9.22. Cho tam giác ABC và hai điểm P, Q lần lượt nằm trên các tia đối của tia AB và AC sao cho $\widehat{APQ} = \widehat{ACB}$. Chứng minh rằng:

a) $AP \cdot AB = AQ \cdot AC$.

b) $\Delta APC \backsim \Delta AQB$.

9.23. Cho tam giác ABC và hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AB, AC sao cho MN song song với BC. Gọi ME, BF lần lượt là phân giác của các góc M, B của các tam giác AMN và ABC. Chứng minh rằng:

a) $\Delta MEN \backsim \Delta BFC$.

b) $\dfrac{AE}{AF} = \dfrac{MN}{BC}$.

9.24. Cho hình thang $ABCD$ (AB // CD). Biết rằng $AB = 2$ cm, $BD = 4$ cm, $CD = 8$ cm. Chứng minh rằng $BC = 2AD$.

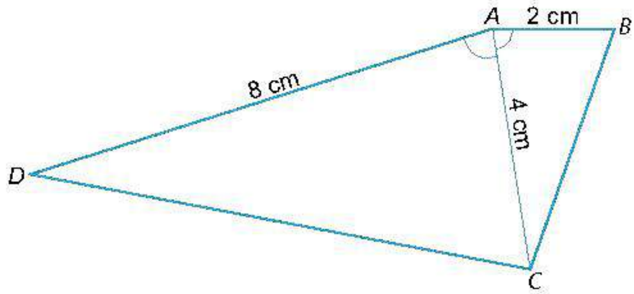
9.25. Cho hình thang $ABCD$ (AB // CD). Biết rằng AD cắt BC tại E, AC cắt BD tại F.

a) Chứng minh rằng: $\Delta EAB \backsim \Delta EDC$, $\Delta FAB \backsim \Delta FCD$.

b) Lấy hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Chứng minh rằng bốn điểm M, N, E, F thẳng hàng.

9.26. Cho tam giác ABC với $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm. Lấy điểm D trên cạnh AC sao cho $AD = 4$ cm. Chứng minh rằng $\Delta ABD \backsim \Delta ACB$ và $BC = \dfrac{3}{2}BD$.

9.27. Cho tứ giác $ABCD$ như Hình 9.6. Biết rằng AB = 2 cm, AC = 4 cm, AD = 8 cm và AC là phân giác của góc BAD. Chứng minh rằng $CD = 2BC$.



Hình 9.6

9.28. Cho tam giác ABC và điểm D trên cạnh AC sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{BCA}$. Chứng minh rằng $AB^2 = AD \cdot AC$.

9.29. Cho hai điểm M, N lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC của tam giác ABC sao cho $\widehat{ABN} = \widehat{ACM}$. Gọi O là giao điểm của BN và CM. Chứng minh rằng:

a) $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

b) $OM \cdot OC = ON \cdot OB$.

9.30. Cho tam giác ABC với $AB = 6$ cm, $AC = 4$ cm, $BC = 5$ cm. Trên tia đối của tia CA, lấy điểm D sao cho $CD = CB$. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABC \backsim \Delta ADB$.

b) $\widehat{ACB} = 2\widehat{ABC}$.

BÀI 35 ĐỊNH LÍ PYTHAGORE VÀ ỨNG DỤNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí Pythagore: Trong một tam giác vuông, bình phương cạnh huyền bằng tổng các bình phương của hai cạnh góc vuông.

Định lí Pythagore đảo: Nếu tam giác có bình phương của một cạnh bằng tổng các bình phương của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Tính độ dài cạnh trong tam giác vuông bằng cách sử dụng định lí Pythagore.

– Giải quyết một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng định lí Pythagore.

Ví dụ 1 Cho tam giác ABC vuông tại đỉnh A có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm. Hãy tính độ dài cạnh huyền BC.

Giải

Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác ABC vuông tại đỉnh A, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25(\text{cm}^2).\ \text{Suy ra } BC = 5 \text{ cm}.$$

Ví dụ 2 Cho tam giác ABC với $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm, $AC = 2\sqrt{5}$ cm. Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác vuông.

Giải

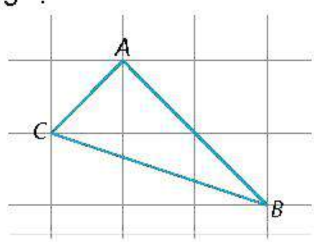
Ta có: $AB^2 + BC^2 = 2^2 + 4^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 = AC^2$.

Vậy theo định lí Pythagore đảo thì tam giác ABC vuông tại đỉnh B.

Ví dụ 3 Trên giấy kẻ ô vuông (cạnh ô vuông bằng 1 cm), cho các điểm A, B, C như Hình 9.7.

a) Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.

b) Chứng minh rằng $\widehat{CAB} = 90^\circ$.



Hình 9.7

Giải

a) Ta thấy AC là cạnh huyền của tam giác vuông cân với cạnh góc vuông có độ dài bằng 1 cm, nên theo định lí Pythagore, ta có: $AC^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ (cm^2). Suy ra $AC = \sqrt{2}$ cm.

Tương tự, vì BC là cạnh huyền của tam giác vuông với hai cạnh góc vuông có độ dài bằng 1 cm và 3 cm, nên: $BC^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ (cm^2). Suy ra $BC = \sqrt{10}$ cm.

Vì AB là cạnh huyền của tam giác vuông cân với cạnh góc vuông có độ dài bằng 2 cm, nên: $AB^2 = 2^2 + 2^2 = 8$ (cm^2). Suy ra $AB = \sqrt{8}$ cm.

b) Vì $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 10$ (cm^2) nên theo định lí Pythagore đảo thì tam giác ABC vuông tại đỉnh A.

BÀI TẬP

9.31. Cho tam giác ABC vuông tại A. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(1) $AB^2 + BC^2 = AC^2$. (2) $AB + BC = AC$.

(3) $AB^2 + AC^2 = BC^2$. (4) $AB + AC = BC$.

(5) $AC^2 + BC^2 = AB^2$. (6) $AC + BC = AB$.

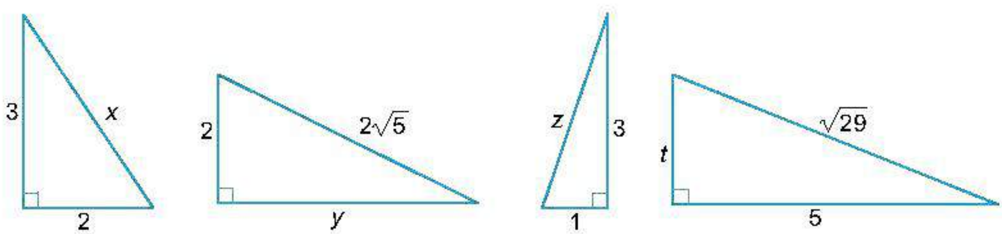
9.32. Những bộ ba số đo nào dưới đây là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông?

(1) 1 cm, 1 cm, 2 cm. (2) 1 cm, 1 cm, $\sqrt{2}$ cm.

(3) 2 cm, 4 cm, 20 cm. (4) 2 cm, 4 cm, $\sqrt{20}$ cm.

(5) 3 cm, 4 cm, 5 cm. (6) 9 cm, 16 cm, 25 cm.

9.33. Tính các độ dài x, y, z, t trong Hình 9.8.



Hình 9.8

9.34. Cho tam giác ABC vuông cân tại đỉnh A có đường cao AH. Biết rằng $AB = 4$ cm, hãy tính độ dài cạnh đáy BC và chiều cao AH.

9.35. Hãy tính độ dài các cạnh của một hình thoi với hai đường chéo lần lượt có độ dài bằng 6 cm và 8 cm.

9.36. Cho tam giác ABC vuông tại đỉnh A, có $BC = 26$ cm và $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{12}$. Tính độ dài các cạnh AB, AC.

9.37. Cho tam giác ABC vuông tại đỉnh A. Gọi AD là đường cao của tam giác. Biết rằng $BD = 2$ cm, $CD = 8$ cm. Hãy tính độ dài các cạnh AB, AC và chiều cao AD của tam giác ABC.

9.38. Tìm độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông biết rằng tỉ số của độ dài hai cạnh góc vuông là 3 : 4 và chu vi tam giác bằng 48 cm.

9.39. Tính diện tích của một tam giác cân, biết rằng tam giác đó có hai cạnh với độ dài bằng 4 cm và 8 cm.

9.40. Tính chiều cao và diện tích của một tam giác đều có cạnh bằng 4 cm.

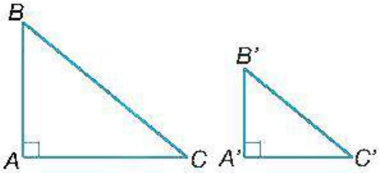
9.41. Một chiếc ti vi màn hình phẳng 32 inch với chiều ngang màn hình là 72 cm (1 inch = 2,54 cm). Tính chiều cao của màn hình ti vi đó.

BÀI 36 CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí 1. Nếu một góc nhọn của tam giác vuông này bằng một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

Định lí 2. Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

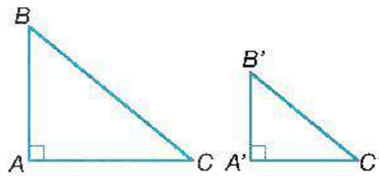


ΔABC vuông tại A, $\Delta A'B'C'$ vuông tại A'.

- Nếu $\widehat{B'} = \widehat{B}$ thì $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$.
- Nếu $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC}$ thì $\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$.

***Định lí 3** (**trường hợp đồng dạng đặc biệt của hai tam giác vuông**).* Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này tỉ lệ với cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó đồng dạng với nhau.

GT	ΔABC, $\Delta A'B'C'$, $\widehat{A} = 90^\circ$, $\widehat{A'} = 90^\circ$. $\dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{A'B'}{AB}$.
KL	$\Delta A'B'C' \backsim \Delta ABC$.



B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết hai tam giác vuông đồng dạng theo các trường hợp.

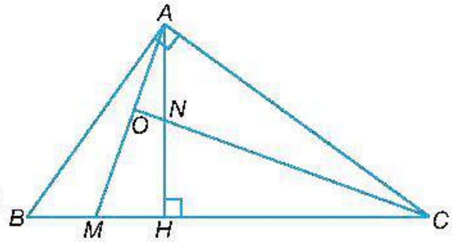
– Biết chứng minh các góc bằng nhau hoặc tỉ lệ các cạnh tương ứng bằng nhau của hai tam giác vuông nhờ vào sự đồng dạng của hai tam giác vuông.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với việc vận dụng các tam giác vuông đồng dạng.

Ví dụ 1 Cho tam giác ABC vuông tại đỉnh A, có đường cao AH. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BH và AH. Chứng minh rằng:

a) $\Delta HAM \backsim \Delta HCN$.

b) $AM \perp CN$.



Hình 9.9

Giải (H.9.9).

a) Hai tam giác vuông ABH (vuông tại H) và CAH (vuông tại H) có:

$\widehat{ABH} = 90^0 - \widehat{BAH} = \widehat{CAH}$.

Do đó $\Delta ABH \backsim \Delta CAH$ (hai góc nhọn bằng nhau). Suy ra $\dfrac{BH}{AH} = \dfrac{AH}{CH}$.

Hai tam giác vuông HAM (vuông tại H) và HCN (vuông tại H) có:

$$\frac{HM}{HN} = \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{CH} \text{ (theo chứng minh trên).}$$

Do đó $\Delta HAM \backsim \Delta HCN$ (cặp cạnh góc vuông tỉ lệ).

b) Gọi O là giao điểm của AM và CN. Hai tam giác NAO và NCH có:

$\widehat{ANO} = \widehat{CNH}$ (hai góc đối đỉnh),

$\widehat{NAO} = \widehat{HAM} = \widehat{NCH}$ (vì $\Delta HAM \backsim \Delta HCN$).

Do đó $\Delta NAO \backsim \Delta NCH$ (g.g). Suy ra $\widehat{NOA} = \widehat{NHC} = 90^0$, hay $AM \perp CN$.

BÀI TẬP

9.42. Những điều kiện nào dưới đây kéo theo hai tam giác vuông đồng dạng.

(1) Một góc nhọn của tam giác này bằng một góc nhọn của tam giác kia.

(2) Một cạnh góc vuông của tam giác này bằng một cạnh góc vuông của tam giác kia.

(3) Hai cạnh góc vuông của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh góc vuông của tam giác kia.

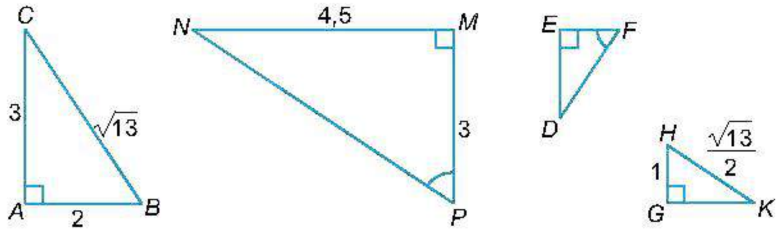
(4) Một góc nhọn của tam giác này phụ với một góc nhọn của tam giác kia.

(5) Cạnh huyền của tam giác này bằng cạnh huyền của tam giác kia.

(6) Một cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác này tỉ lệ với một cạnh góc vuông và cạnh huyền của tam giác kia.

9.43. Cho tam giác ABC vuông cân tại A và tam giác MNP có $MN = MP = 4$ cm và $NP = 4\sqrt{2}$ cm. Chứng minh rằng $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$.

9.44. Hãy liệt kê ba cặp tam giác vuông trong Hình 9.10 đồng dạng và giải thích chúng đồng dạng dựa theo trường hợp nào của hai tam giác vuông đồng dạng?



Hình 9.10

9.45. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Từ H kẻ đường thẳng HE vuông góc với AB (E thuộc AB). Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABC \backsim \Delta HAC$ và $CA^2 = CH \cdot CB$;

b) $\dfrac{AH}{BC} = \dfrac{HE}{AB}$.

9.46. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Biết rằng $AB = 6$ cm và $AC = 8$ cm, hãy tính độ dài các đoạn thẳng BC, AH, BH, CH.

9.47. Cho tam giác nhọn ABC có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau ở H. Chứng minh rằng:

a) $HA \cdot HD = HB \cdot HE = HC \cdot HF$;

b) $\Delta AFC \backsim \Delta AEB$ và $AF \cdot AB = AE \cdot AC$;

c) $\Delta BDF \backsim \Delta EDC$ và DA là tia phân giác của góc EDF.

9.48. Cho tam giác nhọn ABC có các đường cao AD, BE, CF. Chứng minh rằng:

a) $\Delta BDF \backsim \Delta BAC$ và $\Delta CDE \backsim \Delta CAB$;

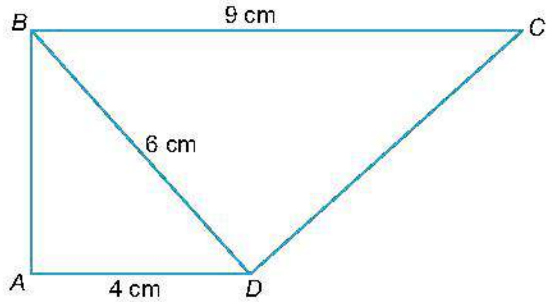
b) $BF \cdot BA + CE \cdot CA = BC^2$.

9.49. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Cho M là một điểm nằm trên cạnh BC (M nằm giữa C và H). Kẻ đường thẳng qua M vuông góc với BC lần lượt cắt AC và tia đối của tia AB tại N và P. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ANP \backsim \Delta HBA$ và $\Delta MCN \backsim \Delta MPB$;

b) $\dfrac{MB}{MC} \cdot \dfrac{NC}{NA} \cdot \dfrac{PA}{PB} = 1$.

9.50. Cho tứ giác $ABCD$ như Hình 9.11. Biết rằng $\widehat{BAD} = \widehat{BDC} = 90^0$, $AD = 4$ cm, $BD = 6$ cm và $BC = 9$ cm. Chứng minh rằng $BC \parallel AD$.



Hình 9.11

9.51. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ H xuống AB và AC. Chứng minh rằng:

a) $AM \cdot AB = AH^2$ và $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

b) $\Delta AMN \backsim \Delta ACB$.

9.52. Cho ABC và $A'B'C'$ lần lượt là các tam giác vuông tại đỉnh A và A'. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của AC và $A'C'$. Chứng minh rằng:

a) $BC^2 + 3BA^2 = 4BM^2$ và $B'C'^2 + 3B'A'^2 = 4B'M'^2$;

b) Nếu $\dfrac{BC}{BM} = \dfrac{B'C'}{B'M'}$ thì $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$.

9.53. Cho hình vuông $ABCD$ và M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Gọi O là giao điểm của CM và DN.

a) Chứng minh rằng $CM \perp DN$.

b) Biết $AB = 4$ cm, hãy tính diện tích tam giác ONC.

BÀI 37 HÌNH ĐỒNG DẠNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Các cặp hình phóng to - thu nhỏ được gọi là các hình đồng dạng phối cảnh.

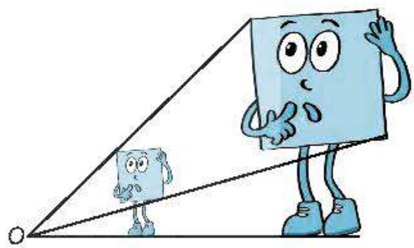
B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết được các cặp hình đồng dạng phối cảnh đơn giản và xác định được tâm phối cảnh trong một số trường hợp.

– Nhận biết được các cặp hình đồng dạng đơn giản trong hình học hoặc trong thế giới tự nhiên.

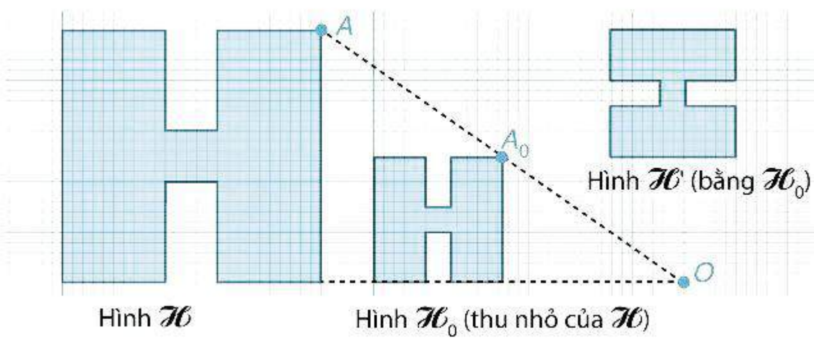
– Vẽ được hình đồng dạng phối cảnh của đoạn thẳng, tam giác khi biết tỉ số đồng dạng và tâm phối cảnh.

Ví dụ 1 Cặp hình phóng to và thu nhỏ của bạn Vuông (H.9.12) là hai hình đồng dạng phối cảnh. Điểm O như trong hình gọi là tâm phối cảnh của hai hình.



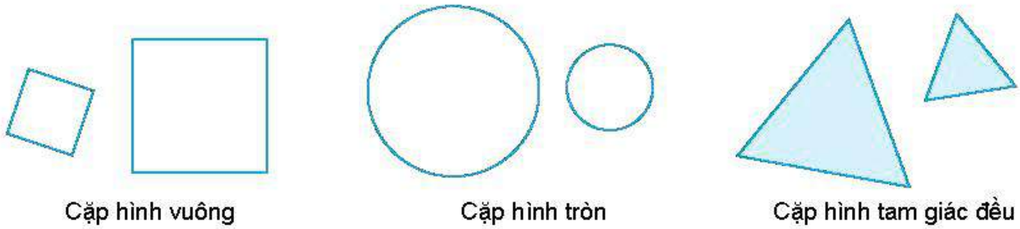
Hình 9.12

Một hình $\mathscr{H}'$ được gọi là đồng dạng với hình $\mathscr{H}$ nếu nó bằng $\mathscr{H}$ hoặc bằng với một hình phóng to hay thu nhỏ của $\mathscr{H}$ (H.9.13).



Hình 9.13

Ví dụ 2 Cặp hình vuông, cặp hình tròn, cặp hình tam giác đều là các cặp hình đồng dạng.



Hình 9.14

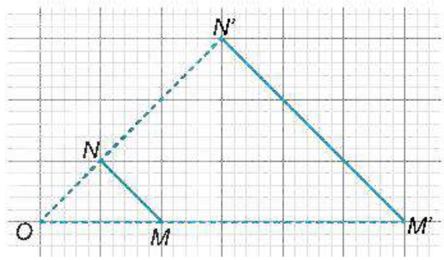
Ví dụ 3 Vẽ hình đồng dạng phối cảnh của đoạn thẳng MN với tâm phối cảnh O cho trước theo tỉ số đồng dạng bằng 3.

Giải (H.9.15)

– Trên tia OM lấy M' sao cho $OM' = 3OM$.

– Trên tia ON lấy N' sao cho $ON' = 3ON$.

– Nối M' với N' được được đoạn thẳng $M'N'$ là hình đồng dạng phối cảnh của đoạn thẳng MN với tâm phối cảnh O và tỉ số đồng dạng bằng 3.



Hình 9.15

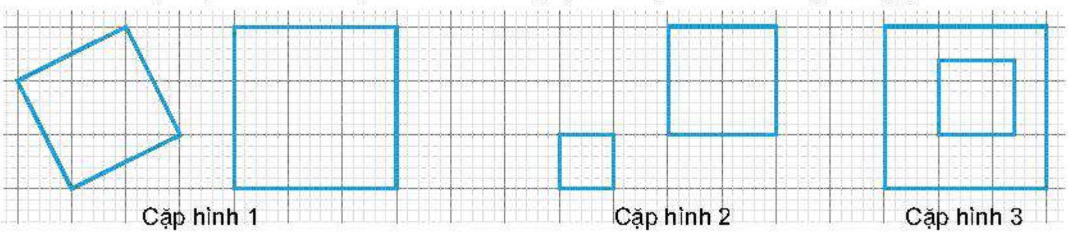
BÀI TẬP

9.54. Hãy vẽ hình đồng dạng phối cảnh của đoạn thẳng AB với tâm phối cảnh là điểm A và tỉ số đồng dạng bằng 3.

9.55. Lấy một điểm O nằm ngoài một đoạn thẳng AB. Hãy vẽ hình đồng dạng phối cảnh của đoạn thẳng AB với tâm phối cảnh là điểm O và tỉ số đồng dạng bằng 2.

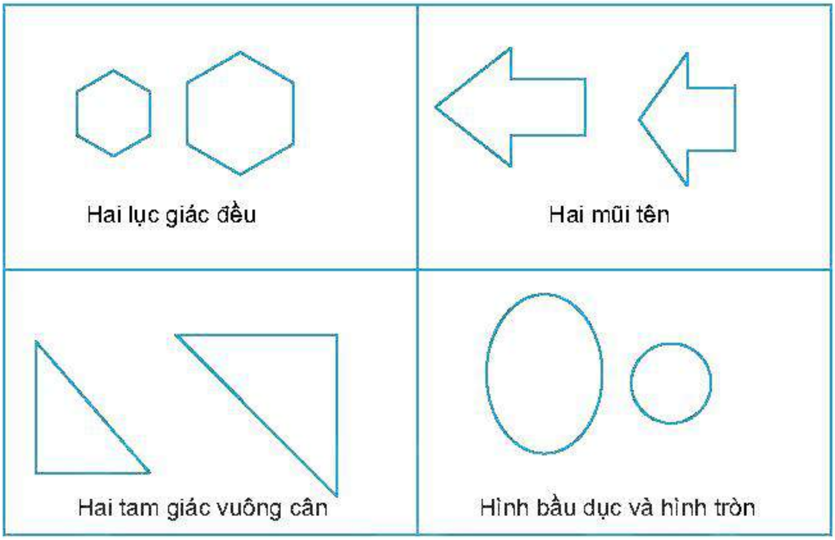
9.56. Lấy một điểm O nằm trong tam giác ABC. Hãy vẽ hình đồng dạng phối cảnh của tam giác ABC với tâm phối cảnh là điểm O và tỉ số đồng dạng bằng 2.

9.57. Những cặp hình vuông nào dưới đây (H.9.16) là hình đồng dạng phối cảnh?



Hình 9.16

9.58. Những cặp hình nào dưới đây (H.9.17) là hình đồng dạng?



Hình 9.17

9.59. Những câu nào sau đây là đúng?

(1) Hai tam giác cân có một cặp góc bằng nhau thì đồng dạng.

(2) Hai tam giác đều bất kì luôn đồng dạng.

(3) Hai tam giác đều bất kì luôn đồng dạng phối cảnh.

(4) Hai lục giác đều bất kì luôn đồng dạng phối cảnh.

(5) Hai hình vuông bất kì luôn đồng dạng.

(6) Hai hình bình hành bất kì luôn đồng dạng.

9.60. Những câu nào sau đây là đúng?

(1) Hai hình bằng nhau thì đồng dạng phối cảnh với nhau.

(2) Hai hình đồng dạng phối cảnh với nhau thì đồng dạng với nhau.

(3) Hai hình bằng nhau thì đồng dạng với nhau.

(4) Hai hình cùng đồng dạng với một hình khác thì đồng dạng với nhau.

(5) Hai hình cùng là phóng to của một hình thì bằng nhau.

(6) Hai hình cùng là thu nhỏ của một hình thì đồng dạng với nhau.

ÔN TẬP CHƯƠNG IX

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. Câu nào sau đây là **sai**?

A. Hai tam giác có các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ thì có các cặp góc tương ứng bằng nhau.

B. Hai tam giác có hai cặp góc tương ứng bằng nhau thì có cặp các cạnh tương ứng tỉ lệ.

C. Hai tam giác có một cặp góc tương ứng bằng nhau và hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ thì đồng dạng với nhau.

D. Hai tam giác cùng đồng dạng với một tam giác theo cùng một tỉ số đồng dạng thì bằng nhau.

2. Bộ ba số đo nào dưới đây **không** là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông?

A. $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{2}$ cm, 2 cm.

B. 1 cm, 1 cm, $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ cm.

C. 2 cm, 4 cm, $\sqrt{20}$ cm.

D. 3 cm, 4 cm, 5 cm.

B BÀI TẬP

9.61. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ với $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{N} = 40^\circ$. Hãy tính số đo các góc còn lại của hai tam giác ABC và MNP.

9.62. Cho $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ với $AB = 5$ cm, $AC = 6$ cm, $BC = 7$ cm. Biết rằng tam giác MNP có chu vi bằng 36 cm, hãy tính độ dài các cạnh của tam giác MNP và tỉ số đồng dạng của tam giác ABC với tam giác MNP.

9.63. Cho tam giác ABC có $AB = \sqrt{15}$ cm và $AC = 2BC$. Tìm độ dài hai cạnh AC, BC sao cho ABC là một tam giác vuông.

9.64. Cho tam giác ABC với $AB > AC$. Lấy điểm D trên cạnh BC sao cho $AC = AD$. Qua D kẻ đường thẳng song song với BC và cắt AC tại E. Qua E kẻ đường thẳng song song với CD và cắt AB tại F. Chứng minh rằng:

a) $AD^2 = AF \cdot AB$;

b) $\Delta ACF \backsim \Delta ABC$.

9.65. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), có AD là đường phân giác của góc A (D thuộc BC). Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt cạnh AC tại E và cắt tia BA tại F. Chứng minh rằng:

a) $\Delta BDF \backsim \Delta EDC$;   b) $DB = DE$.

9.66. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH.

a) Biết $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, hãy tính độ dài các đoạn thẳng AH, BH, CH.

b) Gọi M, N lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC. Chứng minh rằng $\Delta HMN \backsim \Delta ABC$.

9.67. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của HA, HB, HC. Chứng minh rằng:

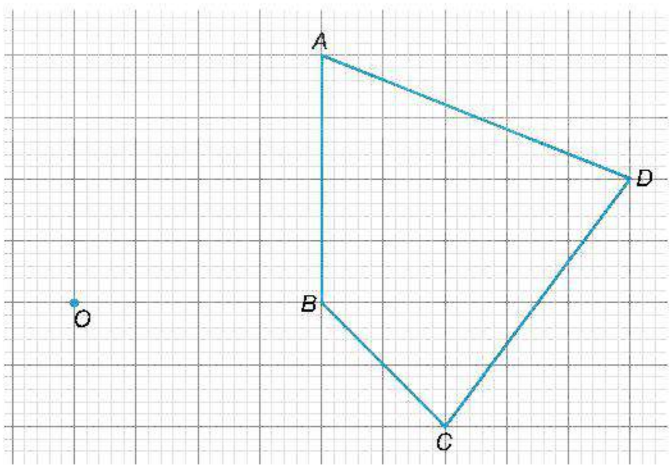
a) $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ và tìm tỉ số đồng dạng.

b) $\Delta ABN \backsim \Delta CAM$ và $\Delta ACP \backsim \Delta BAM$.

c) $AN \perp CM$ và $AP \perp BM$.

9.68. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AH, AB. Chứng minh rằng $\Delta CAM \backsim \Delta CBN$ và $\Delta CHM \backsim \Delta CAN$.

9.69. Vẽ lại Hình 9.18 vào vở và vẽ tứ giác $A'B'C'D'$ là hình đồng dạng phối cảnh của tứ giác $ABCD$ theo tỉ số đồng dạng $\frac{3}{2}$ và tâm phối cảnh là điểm O.



Hình 9.18

CHƯƠNG X

MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

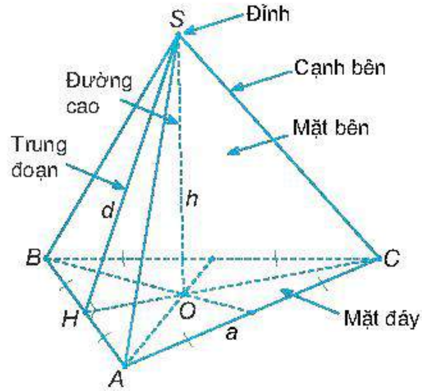
BÀI 38 HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình chóp tam giác đều có mặt đáy là một tam giác đều, các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau chung một đỉnh. Đỉnh chung này được gọi là *đỉnh* của hình chóp tam giác đều.

Trong Hình 10.1, $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều.

- Đoạn thẳng nối đỉnh của hình chóp và trọng tâm của tam giác đáy gọi là *đường cao* của hình chóp tam giác đều.
- Đường cao vẽ từ đỉnh của mỗi mặt bên gọi là *trung đoạn* của hình chóp tam giác đều.



Hình 10.1

2. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều bằng tích của nửa chu vi đáy với trung đoạn:

$$S_{xq} = p \cdot d,$$

trong đó p là nửa chu vi đáy,

d là trung đoạn.

3. Thể tích hình chóp tam giác đều bằng $\frac{1}{3}$ tích của diện tích đáy với chiều cao của nó:

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h,$$

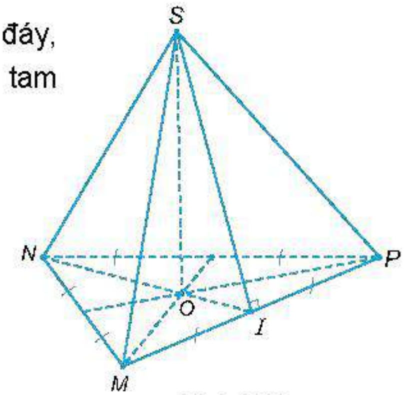
trong đó S là diện tích đáy,

h là chiều cao của hình chóp.

Chú ý: Diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều bằng tổng của diện tích xung quanh với diện tích của mặt đáy.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Ví dụ 1 Gọi tên đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy, đường cao, một trung đoạn của hình chóp tam giác đều trong Hình 10.2.



Hình 10.2

Giải

Đỉnh: S.

Các cạnh bên: SM, SN, SP.

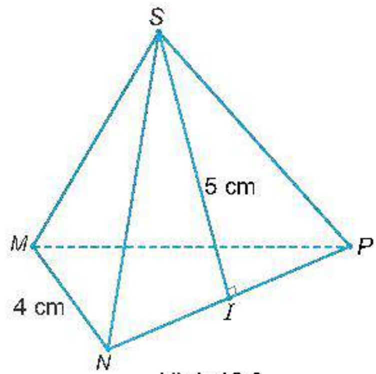
Các mặt bên: SMN, SMP, SNP.

Mặt đáy: MNP.

Đường cao: SO.

Một trung đoạn: SI.

Ví dụ 2 Tính diện tích xung quanh của hình chóp $S.MNP$ có cạnh đáy bằng 4 cm, trung đoạn bằng 5 cm như Hình 10.3.



Hình 10.3

Giải

Diện tích xung quanh của hình chóp $S.MNP$ là:

$$S_{xq} = \frac{1}{2}(4+4+4)\cdot 5 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Ví dụ 3 Một đồ chơi trẻ em có hình dạng là một hình chóp tam giác đều, cạnh đáy 6 cm, chiều cao của đáy là $3\sqrt{3}$ cm và chiều cao hình chóp là 4 cm như Hình 10.4. Tính thể tích khối đồ chơi đó.

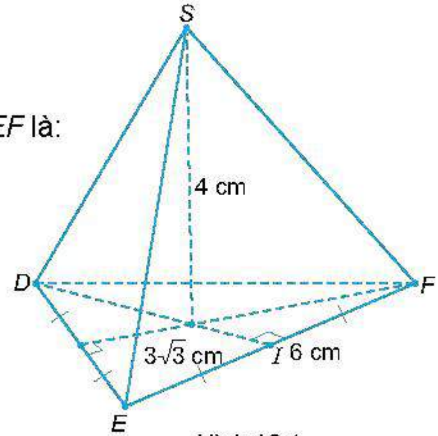
Giải

Diện tích đáy của hình chóp tam giác đều $S.DEF$ là:

$$S = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thể tích của hình chóp tam giác đều $S.DEF$ là:

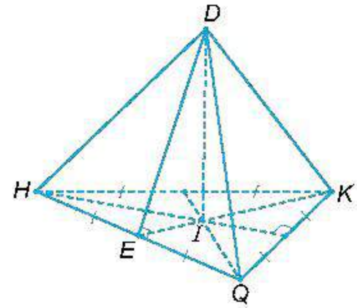
$$V = \frac{1}{3}S\cdot h = \frac{1}{3}\cdot 9\sqrt{3}\cdot 4 = 12\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$



Hình 10.4

BÀI TẬP

10.1. Gọi tên đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy, đường cao, một trung đoạn của hình chóp tam giác đều trong Hình 10.5.



Hình 10.5

10.2. Cho hình chóp tam giác đều $S.MNE$ có cạnh bên $SM = 10$ cm và cạnh đáy $MN = 5$ cm. Hãy cho biết:

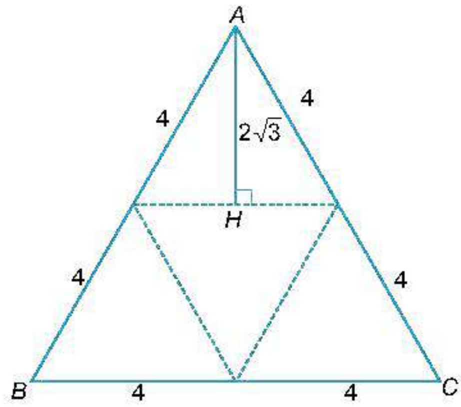
a) Mặt bên và mặt đáy của hình chóp tam giác đều đó.

b) Độ dài cạnh bên và cạnh đáy còn lại của hình chóp tam giác đều đó.

10.3. Nhân dịp tết Trung thu, bạn Khôi dự định làm một chiếc đèn lồng có dạng hình chóp tam giác đều, có độ dài cạnh đáy và đường cao của mặt bên tương ứng với 30 cm và 40 cm. Hỏi bạn Khôi phải dùng bao nhiêu mét vuông giấy màu vừa đủ để dán tất cả các mặt bên của chiếc đèn lồng, biết rằng nếp gấp không đáng kể.

10.4. Một khối gỗ trang trí có dạng hình chóp tam giác đều. Diện tích đáy của khối gỗ bằng 43 cm^2, chiều cao của khối gỗ bằng 8 cm. Hỏi thể tích của khối gỗ bằng bao nhiêu?

10.5. Từ một miếng bìa hình tam giác đều có cạnh 8 cm gấp theo các nét đứt (H.10.6) để được một hình chóp tam giác đều. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều tạo thành bằng bao nhiêu?

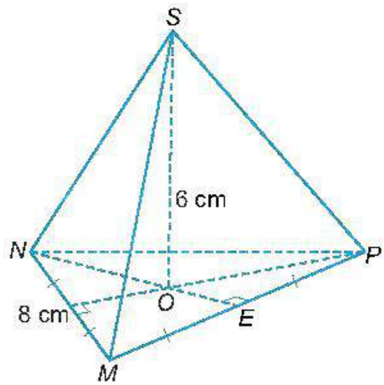


Hình 10.6

10.6. Một đồ chơi có dạng hình chóp tam giác đều như Hình 10.7. Tất cả các cạnh của hình chóp bằng 4 cm. Đường cao kẻ từ đỉnh tới cạnh đáy của các mặt bằng 3,5 cm. Tính diện tích giấy để làm vỏ bọc bốn mặt của đồ chơi này (coi mép dán không đáng kể).

Hình 10.7

10.7. Cho hình chóp tam giác đều $S.MNP$ có cạnh đáy bằng 8 cm, đường cao bằng 6 cm (H.10.8). Hãy tính thể tích của hình chóp $S.MNP$. Cho biết $\sqrt{48} \approx 6,9$.



Hình 10.8

BÀI 39 HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

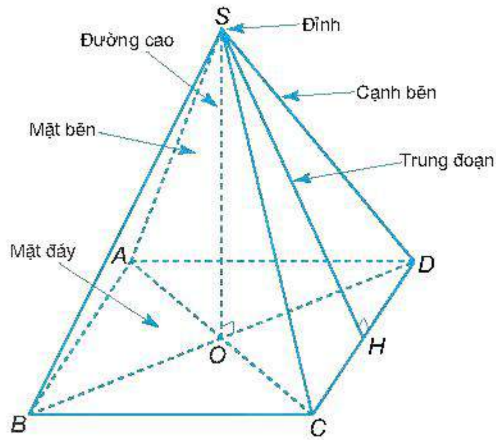
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình chóp tứ giác đều có mặt đáy là hình vuông, các mặt bên là những tam giác cân bằng nhau, có chung đỉnh.

Đỉnh chung này được gọi là *đỉnh* của hình chóp tứ giác đều.

Trong Hình 10.9, $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

- Gọi O là giao điểm hai đường chéo của đáy $ABCD$. Khi đó SO là đường cao của hình chóp và độ dài SO là chiều cao của hình chóp.
- Đường cao vẽ từ đỉnh của mỗi mặt bên được gọi là *trung đoạn* của hình chóp tứ giác đều.



Hình 10.9

2. Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều bằng tích của nửa chu vi đáy với trung đoạn:

$$S_{xq} = p \cdot d,$$

trong đó p là nửa chu vi đáy,

d là trung đoạn.

3. Thể tích của hình chóp tứ giác đều bằng $\frac{1}{3}$ tích của diện tích mặt đáy với chiều cao của nó:

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h,$$

trong đó S là diện tích đáy,

h là chiều cao của hình chóp.

Chú ý: Diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều bằng tổng của diện tích xung quanh với diện tích của mặt đáy.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Ví dụ 1 Hãy cho biết đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy, đường cao, một trung đoạn của hình chóp tứ giác đều $S.HKPQ$ trong Hình 10.10.

Giải

Đỉnh: S.

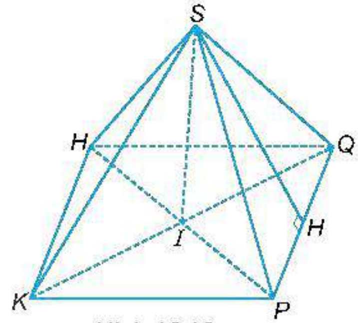
Các cạnh bên: SH, SK, SP, SQ.

Các mặt bên: SHK, SKP, SPQ, SHQ.

Mặt đáy: $HKPQ$.

Đường cao: SI.

Một trung đoạn: SH.



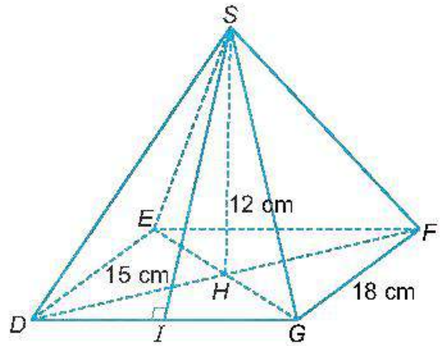
Hình 10.10

Ví dụ 2 Cho hình chóp tứ giác đều $S.DEFG$ có cạnh đáy bằng 18 cm, chiều cao 12 cm, trung đoạn bằng 15 cm như Hình 10.11.

a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

b) Tính thể tích hình chóp.

c) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.



Hình 10.11

Giải

a) Chu vi của đáy $DEFG$ là $4 \cdot 18 = 72$ (cm).

Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều $S.DEFG$ là

$$S_{xq} = p \cdot d = 36 \cdot 15 = 540 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Diện tích đáy $DEFG$ là $S = 18^2 = 324$ (cm^2).

Thể tích của hình chóp tứ giác đều $S.DEFG$ là

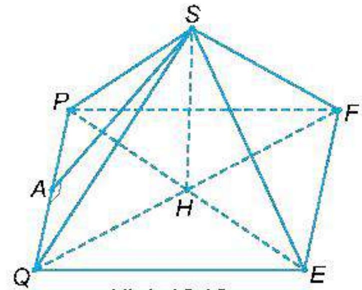
$$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 324 \cdot 12 = 1\,296 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

c) Diện tích toàn phần của hình chóp là

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 540 + 324 = 864 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

BÀI TẬP

10.8. Hãy cho biết đỉnh, cạnh bên, mặt bên, mặt đáy, đường cao, một trung đoạn của hình chóp tứ giác đều *S.PQEF* trong Hình 10.12.



Hình 10.12

10.9. Kẻ lại bảng sau vào vở và điền vào ô còn trống.

	Đáy	Mặt bên	Số cạnh đáy	Số cạnh bên	Số mặt
Hình chóp tam giác đều	Tam giác đều				
Hình chóp tứ giác đều		Tam giác cân			

10.10. Cho hình chóp tứ giác đều *S.HKIJ* có cạnh bên *SI* = 10 cm, cạnh đáy *HK* = 8 cm.

Hãy cho biết:

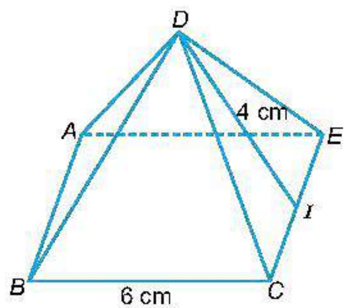
a) Mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

b) Độ dài các cạnh bên và các cạnh đáy còn lại của hình chóp.

10.11. Cho hình chóp tứ giác đều *D.ABCE* có cạnh đáy bằng 6 cm, trung đoạn bằng 4 cm như Hình 10.13.

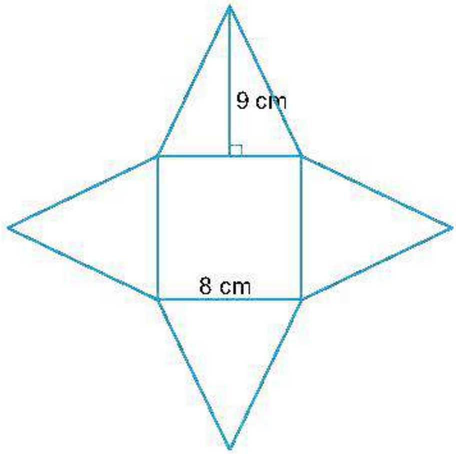
a) Tính diện tích xung quanh của hình chóp.

b) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.



Hình 10.13

10.12. Sau khi cắt và gấp miếng bìa như Hình 10.14, ta được một hình chóp tứ giác đều. Tính diện tích toàn phần của hình chóp tứ giác đều tạo thành.

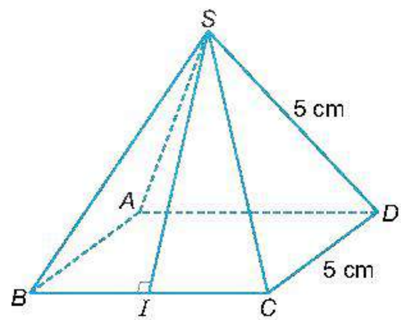


Hình 10.14

10.13. Bạn Thu dự định làm một chiếc đèn lồng có dạng là một hình chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng 20 cm, chiều cao bằng 30 cm. Chiếc đèn lồng này có thể tích bằng bao nhiêu?

10.14. Một hình chóp tứ giác đều có chiều cao bằng 12 cm, chu vi đáy bằng 32 cm. Thể tích của khối chóp này bằng bao nhiêu?

10.15. Tính diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ trong Hình 10.15. Biết $\sqrt{18,75} \approx 4,3$.



Hình 10.15

ÔN TẬP CHƯƠNG X

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều, tứ giác đều bằng:

A. Tích nửa chu vi đáy và đường cao của hình chóp.

B. Tích nửa chu vi đáy và trung đoạn.

C. Tích chu vi đáy và trung đoạn.

D. Tổng chu vi đáy và trung đoạn.

2. Hình chóp tam giác đều có chiều cao h, thể tích V. Diện tích đáy S bằng:

A. $S = \frac{h}{V}$. B. $S = \frac{V}{h}$. C. $S = \frac{3V}{h}$. D. $S = \frac{3h}{V}$.

3. Tổng số cạnh bên và cạnh đáy của một hình chóp tứ giác đều là:

A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

4. Mặt đáy của hình chóp tứ giác đều là hình:

A. Tam giác đều. B. Hình bình hành.

C. Tam giác cân. D. Hình vuông.

5. Một hình chóp tam giác đều có diện tích đáy bằng 4 cm^2, thể tích bằng 8 cm^3. Chiều cao của khối chóp bằng:

A. 8 cm. B. 9 cm. C. 4 cm. D. 6 cm.

6. Một đèn lồng có dạng hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 15 cm, độ dài trung đoạn bằng 10 cm. Diện tích giấy dán kín bốn mặt bên của đèn lồng (coi như mép dán không đáng kể) là:

A. 200 cm^2. B. 300 cm^2. C. 400 cm^2. D. 500 cm^2.

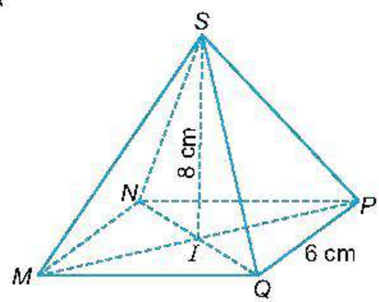
7. Thể tích của hình chóp tứ giác đều $S.MNPQ$ trong Hình 10.16 là:

A. 288 cm^3.

B. 14 cm^3.

C. 96 cm^3.

D. 48 cm^3.



Hình 10.16

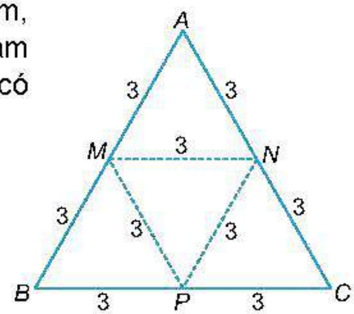
8. Từ một mảnh bìa hình tam giác đều có cạnh 6 cm, gấp theo các nét đứt ta được một hình chóp tam giác đều (H.10.17). Hình chóp tam giác đều này có cạnh bên bằng:

A. 6 cm.

B. 3 cm.

C. 9 cm.

D. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ cm.



Hình 10.17

9. Một hình chóp tứ giác đều có thể tích bằng 64 cm^3, chiều cao bằng 12 cm. Độ dài cạnh đáy là:

A. 16 cm. B. 8 cm. C. 4 cm. D. 10 cm.

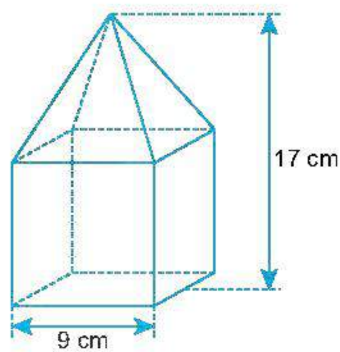
10. Một khối gỗ (H.10.18) gồm đế là hình lập phương cạnh 9 cm và phần trên là một hình chóp tứ giác đều. Thể tích khối gỗ bằng:

A. 1 539 cm^3.

B. 945 cm^3.

C. 270 cm^3.

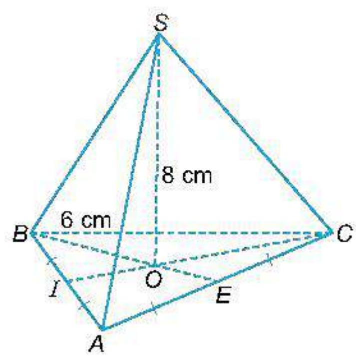
D. 513 cm^3.



Hình 10.18

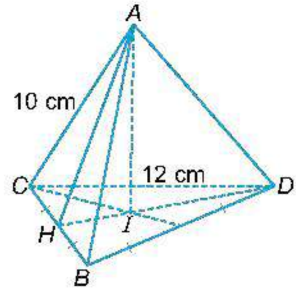
B BÀI TẬP

10.16. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 6 cm, chiều cao 8 cm như Hình 10.19. Tính thể tích hình chóp, biết $\sqrt{27} \approx 5,2$.



Hình 10.19

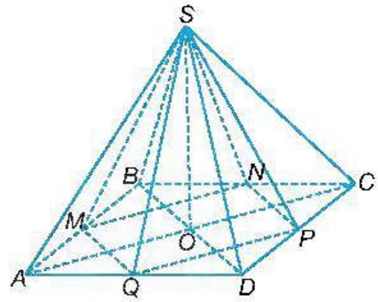
10.17. Cho hình chóp tam giác đều $A.BCD$ có cạnh đáy bằng 12 cm, cạnh bên bằng 10 cm (H.10.20). Tính diện tích xung quanh của hình chóp.



Hình 10.20

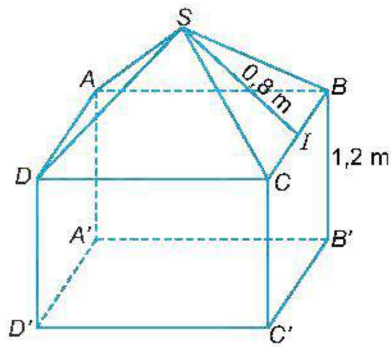
10.18. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích bằng 144 cm^3. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA (H.10.21).

Tính thể tích của hình chóp $S.MNPQ$.



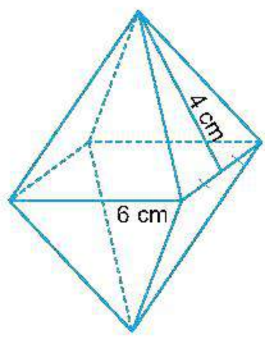
Hình 10.21

10.19. Một cái lều đồ chơi cho trẻ em có hình dạng gồm một hình lập phương có cạnh 1,2 m và nóc lều là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy 1,2 m, trung đoạn bằng 0,8 m (H.10.22). Tính diện tích vải để phủ nóc và các mặt bên của lều (coi các mép nối không đáng kể).



Hình 10.22

10.20. Một khối đồ chơi làm bằng gỗ được tạo thành từ hai hình chóp tứ giác đều. Cạnh đáy của mỗi hình chóp tứ giác đều bằng 6 cm, trung đoạn của nó bằng 4 cm (H.10.23). Người ta sơn mặt ngoài của món đồ chơi. Hỏi diện tích cần sơn bằng bao nhiêu centimét vuông?



Hình 10.23

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

ĐẠI SỐ

1. Biết rằng hai đa thức A và B thoả mãn các điều kiện sau:

- $A \cdot (-0,5\,x^2y) = -6x^2y^3 + x^3y^2 + 3x^2y - 2x^4y$.
- $A + B = 9y^2 + 4x^2 - 6$.

a) Tìm các đa thức A và B, xác định bậc của mỗi đa thức đó.

b) Tính giá trị của B tại $x = 3$; $y = 2$.

2. Cho các đa thức:

$A = 27x^3y^6 - \frac{1}{8}y^3$; $\quad B = 9x^2y^4 + \frac{3}{2}xy^3 + \frac{1}{4}y^2$; $\quad C = 3xy^2 - \frac{1}{2}y$.

Chứng minh rằng $A : B = C$.

3. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x.

$$M = (3x-2)^2 - (3x+2)^2 + (x+2)^3 + (x-2)^3 - 2x^3.$$

4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3 + y^3 + 5x + 5y$; $\qquad$ b) $16x^2 + 8xy + y^2 - 4x^2$.

5. Thực hiện các phép tính sau:

a) $\dfrac{2x+4}{x+3} + \dfrac{3}{x} - \dfrac{6}{x^2+3x}$; $\qquad$ b) $\dfrac{x^2-3x+4}{x^2+x} : \dfrac{x^2-x-12}{x^2-x}$.

6. Cho phân thức đại số $P = \dfrac{x^3+8}{x^2-4}$.

a) Tìm điều kiện xác định của phân thức.

b) Rút gọn phân thức đã cho.

c) Sử dụng kết quả câu b), tìm tất cả các số nguyên x sao cho giá trị của phân thức P đã cho là số nguyên.

7. Quãng đường AC gồm hai đoạn AB và BC. Đoạn BC dài hơn đoạn AB là 60 km. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h, rồi tiếp tục đi từ B đến C với vận tốc 60 km/h. Tính quãng đường AC biết thời gian đi trên đoạn đường AB ít hơn thời gian đi trên đoạn đường BC là 1 giờ 30 phút.

8. Cho hàm số $y = (3m+1)x - 2m$.

a) Tìm điều kiện của m để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.

b) Tìm m để đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng song song với đường thẳng $y = -2x + 5$.

c) Với m tìm được ở câu b), hãy vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

HÌNH HỌC

9. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA. Từ M kẻ đường thẳng song song với BP, đường thẳng này cắt NP tại K.

a) Tứ giác $AMNP$ là hình gì?

b) Chứng minh tứ giác $BMKP$ là hình bình hành.

c) Chứng minh tứ giác $ANCK$ là hình thoi.

d) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $ANCK$ là hình vuông.

10. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi E, F lần lượt là chân các đường vuông góc hạ từ H xuống các cạnh AB, AC và M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng:

a) $EF = AH$. b) $AM \perp EF$.

11. Cho tam giác ABC. Giả sử M là điểm trên cạnh AB sao cho $\dfrac{MB}{MA} = \dfrac{1}{3}$, N là điểm trên cạnh BC sao cho $\dfrac{NB}{NC} = \dfrac{1}{3}$.

a) Chứng minh $MN \mathbin{//} AC$ và $MN = \dfrac{1}{4}AC$.

b) Gọi K là giao điểm của AN và CM. Chứng minh $\dfrac{KN}{KA} = \dfrac{KM}{KC} = \dfrac{1}{4}$.

c) Nếu thay điều kiện $\dfrac{MB}{MA} = \dfrac{1}{3}$ và $\dfrac{NB}{NC} = \dfrac{1}{3}$ bằng điều kiện CM là phân giác của góc C, AN là phân giác của góc A thì tam giác ABC phải thoả mãn điều kiện gì để $MN \mathbin{//} AC$?

12. Cho tam giác ABC có đường cao AH. Lấy các điểm E, F lần lượt trên AB, AC sao cho HE, HF lần lượt vuông góc với AB, AC. Lấy điểm D trên EF sao cho AD vuông góc EF. Đường thẳng AD cắt BC tại M. Chứng minh rằng:

a) $AE.AB = AF.AC$; b) $\Delta ADE \backsim \Delta AHC$ và $\Delta ANF \backsim \Delta AMB$.

13. Cho tam giác ABC có $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, $BC = 5$ cm. Lấy điểm D trên cạnh BC sao cho $BD = 2$ cm. Lấy các điểm E, F trên các cạnh AB, AC sao cho DE, DF lần lượt vuông góc với AB, AC.

a) Chứng minh rằng $\Delta BDE \backsim \Delta DCF$.

b) Tính độ dài đoạn thẳng AD.

14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $AB = 10$ cm, cạnh bên $SD = 15$ cm. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

a) Chứng minh $SO \perp MN$. Từ đó tính độ dài đường cao SO của hình chóp.

b) Tính thể tích của hình chóp.

c) Tính diện tích toàn phần của hình chóp.

THỐNG KÊ - XÁC SUẤT

15. Khảo sát trên 1 200 người trẻ tuổi ở Việt Nam với câu hỏi "*Bạn sử dụng nguồn thông tin nào cho các vấn đề hiện tại?*" với các lựa chọn *Mạng xã hội, Internet, Ti vi, Bạn bè, Báo chí, Gia đình, Đài phát thanh, Giáo viên, Thành viên cộng đồng* cho kết quả như sau:

Nguồn	Mạng xã hội	Internet	Ti vi	Bạn bè	Báo chí
Tỉ lệ người lựa chọn (%)	73	69	59	50	43
Nguồn	Gia đình	Đài phát thanh	Giáo viên	Thành viên cộng đồng	
Tỉ lệ người lựa chọn (%)	39	25	16	16	

Theo: *Báo cáo nghiên cứu thế hệ trẻ Việt Nam của Hội đồng Anh, tháng 8* - 2020.

a) Dữ liệu nhóm khảo sát thu được từ câu hỏi trên thuộc loại nào?

b) Lựa chọn và vẽ biểu đồ biểu diễn dữ liệu trong bảng thống kê trên.

c) Tính tổng số lượng lựa chọn T cho các loại nguồn thông tin.

Giải thích tại sao $T > 1\,200$.

16. Một túi đựng 24 viên bi giống hệt nhau chỉ khác màu, với 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh, 4 viên bi màu vàng và 5 viên bi màu đen. Bạn Mai rút ngẫu nhiên một viên bi từ túi.

a) Có bao nhiêu kết quả có thể?

b) Chứng tỏ rằng các kết quả có thể không đồng khả năng. Tính xác suất để xảy ra mỗi kết quả có thể đó.

c) Tính xác suất để rút được viên bi màu đỏ hoặc màu vàng.

d) Tính xác suất để rút được viên bi không có màu đen.

LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

CHƯƠNG VI. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

BÀI 21. PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

6.1. a) $\frac{2x-1}{x+1}$; b) $\frac{x^2-x}{-2}$; c) $\frac{3}{2x+5}$.

6.2. a) $x^2-1\neq 0$; b) $x^2-x+1\neq 0$; c) $3x-1\neq 0$.

6.3. Phân thức $P=\frac{2x^2-1}{2x+1}$. Điều kiện xác định của phân thức này là $2x+1\neq 0$. Giá trị của P tại $x=-3$ là $P=-3,4$.

6.4. Ta có: $\left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)=x^3-2x^2-x+2$ và

$$\left(x+1\right)\left(x^2-3x+2\right)=x^3-2x^2-x+2.$$

Suy ra $\left(x^2-x-2\right)\left(x-1\right)=\left(x+1\right)\left(x^2-3x+2\right)$. Do đó $\frac{x^2-x-2}{x+1}=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$.

6.5. Nếu x và $P\left(x\right)=\frac{2}{x+1}$ là những số nguyên thì $x+1$ là một ước số nguyên của 2. Vì vậy $x+1\in\{1;-1;2;-2\}$ hay tập hợp các giá trị nguyên cần tìm của x là $\{0;-2;1;-3\}$.

BÀI 22. TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

6.6. Ta có: $x^4-1=\left(x^2\right)^2-1=\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)=\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x^2+1\right)$ nên tử thức và mẫu thức của $\frac{x^4-1}{x-1}$ có nhân tử chung là $x-1$. Chia cả tử và mẫu cho nhân tử chung ta được:

$$\frac{x^4-1}{x-1}=x^3+x^2+x+1.$$

6.7. Chia cả tử và mẫu của phân thức cho nhân tử chung $3xy^2$, ta được $\frac{24x^2y^2}{3xy^5}=\frac{8x}{y^3}$.

Áp dụng quy tắc đổi dấu, ta có $\frac{8x}{y^3}=\frac{-8x}{-y^3}$. Đẳng thức đã cho được viết lại thành $\frac{-8x}{-y^3}=\frac{B}{-y^3}$. Do đó $B=-8x$.

6.8. Ta có: $\frac{x-x^2}{5x^2-5}=\frac{x(1-x)}{5\left(x^2-1\right)}=\frac{x(1-x)}{-5(1-x)(1+x)}=\frac{x}{-5(1+x)}$, đẳng thức đã cho được viết lại thành $\frac{x}{-5(1+x)}=\frac{x}{A}$. Suy ra $A=-5(1+x)$.

6.9. Ta có: $\frac{2x+2xy+y+y^2}{y^3+3y^2+3y+1}=\frac{2x(1+y)+y(1+y)}{(y+1)^3}=\frac{(y+1)(2x+y)}{(y+1)^3}=\frac{2x+y}{(y+1)^2}$.

6.10. a) $P=\frac{\left(2x^2+2x\right)(2-x)^2}{\left(x^3-4x\right)(x+1)}=\frac{2x(x+1)(x-2)^2}{x\left(x^2-4\right)(x+1)}=\frac{2(x-2)}{x+2}$.

Với $x=0,5$ thì $P=-1,2$.

b) $Q=\frac{x^3-x^2y+xy^2}{x^3+y^3}=\frac{x\left(x^2-xy+y^2\right)}{(x+y)\left(x^2-xy+y^2\right)}=\frac{x}{x+y}$.

Với $x=-5$; $y=10$ thì $Q=-1$.

6.11. a) $\text{MTC}=42x^2y^5$. Ta có: $\frac{25}{14x^2y}=\frac{75y^4}{42x^2y^5}$; $\frac{14}{21xy^5}=\frac{28x}{42x^2y^5}$.

b) $\text{MTC}=3x(x+3)(x+1)$. Ta có: $\frac{4x-4}{2x(x+3)}=\frac{(6x-6)(x+1)}{3x(x+3)(x+1)}$;

$\frac{x-3}{3x(x+1)}=\frac{(x-3)(x+3)}{3x(x+3)(x+1)}$.

6.12. Vì $x^2-x=x(x-1)$; $1-x^3=-\left(x^3-1\right)=-(x-1)\left(x^2+x+1\right)$ nên mẫu thức của ba phân thức đã cho đều là nhân tử của $M=x(x-1)\left(x^2+x+1\right)=x\left(x^3-1\right)$.

Lần lượt chia M cho mẫu thức của ba phân thức đã cho ta được kết quả là $\left(x^2+x+1\right)$; $-x$; $x(x-1)$.

Vậy $\frac{1}{x^2-x}=\frac{x^2+x+1}{x\left(x^3-1\right)}$; $\frac{x}{1-x^3}=\frac{-x^2}{x\left(x^3-1\right)}$ và $\frac{-1}{x^2+x+1}=\frac{-x(x-1)}{x\left(x^3-1\right)}$.

6.13. a) MTC = $x^2y^2z^2$. Ta có: $\frac{1}{x^2y}=\frac{yz^2}{x^2y^2z^2}$; $\frac{1}{y^2z}=\frac{zx^2}{x^2y^2z^2}$ và $\frac{1}{z^2x}=\frac{xy^2}{x^2y^2z^2}$.

b) MTC = $(1-x)(1+x)(x^2+1)=(1-x^2)(x^2+1)=1-x^4$.

Ta có: $\frac{1}{1-x}=\frac{(1+x)(1+x^2)}{1-x^4}$; $\frac{1}{x+1}=\frac{(1-x)(1+x^2)}{1-x^4}$ và $\frac{1}{x^2+1}=\frac{1-x^2}{1-x^4}$.

6.14. Ta có: $\frac{x}{y^2-z^2}=\frac{x}{(y+z)(y-z)}=\frac{x}{(x+y+z-x)(y-z)}=\frac{x}{-x(y-z)}=\frac{-1}{y-z}$.

BÀI 23. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

6.15. a) $\frac{x^2-2}{x(x-1)^2}+\frac{2-x}{x(x-1)^2}=\frac{x^2-2+2-x}{x(x-1)^2}=\frac{x^2-x}{x(x-1)^2}=\frac{x(x-1)}{x(x-1)^2}=\frac{1}{x-1}$.

b) $\frac{1-2x}{6x^3y}+\frac{3+2x}{6x^3y}+\frac{2x-4}{6x^3y}=\frac{1-2x+3+2x+2x-4}{6x^3y}=\frac{2x}{6x^3y}=\frac{1}{3x^2y}$.

6.16. a) $\frac{2x^2-1}{x^2-3x}-\frac{(x-1)(x+1)}{x^2-3x}=\frac{2x^2-1-(x^2-1)}{x^2-3x}=\frac{x^2}{x(x-3)}=\frac{x}{x-3}$.

b) $\frac{1}{2x-3}-\frac{13}{(2x-3)(4x+7)}=\frac{4x+7-13}{(2x-3)(4x+7)}=\frac{2(2x-3)}{(2x-3)(4x+7)}=\frac{2}{4x+7}$.

6.17. a) $\frac{5x+y^2}{x^2y}-\frac{5y-x^2}{xy^2}=\frac{(5x+y^2)y-(5y-x^2)x}{x^2y^2}=\frac{y^3+x^3}{x^2y^2}$.

b) $\frac{y}{2x^2-xy}+\frac{4x}{y^2-2xy}=\frac{y}{x(2x-y)}+\frac{4x}{y(y-2x)}=\frac{y^2-4x^2}{xy(2x-y)}$

$=\frac{-(4x^2-y^2)}{xy(2x-y)}=\frac{-(2x+y)}{xy}$.

6.18. a) $\frac{5}{6x^2y}+\frac{7}{12xy^2}+\frac{11}{18xy}=\frac{5\cdot 6y+7\cdot 3x+11\cdot 2xy}{36x^2y^2}=\frac{30y+21x+22xy}{36x^2y^2}$.

b) $\frac{x^3+2x}{x^3+1}+\frac{2x}{x^2-x+1}+\frac{1}{x+1}=\frac{x^3+2x+2x(x+1)+x^2-x+1}{x^3+1}$

$=\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x^3+1}=\frac{(x+1)^3}{(x+1)(x^2-x+1)}=\frac{(x+1)^2}{x^2-x+1}$.

6.19. a) $P = \dfrac{x^4 + (1-x)(x^3 + x^2 + x + 1)}{1-x} = \dfrac{x^4 + (x^3 + x^2 + x + 1) - x(x^3 + x^2 + x + 1)}{1-x}$

$P = \dfrac{1}{1-x}$.

b) Thay $x = -99$ vào biểu thức $P = \dfrac{1}{1-x}$, ta được $P = \dfrac{1}{1-(-99)} = 0{,}01$.

6.20. a) $Q = \dfrac{-1}{x-3}$.

b) Thay $x = 103$ vào biểu thức $Q = \dfrac{-1}{x-3}$, ta được $Q = \dfrac{-1}{103-3} = -0{,}01$.

6.21. a) $\dfrac{1}{ab} + \dfrac{1}{bc} + \dfrac{1}{ca} = \dfrac{c+a+b}{abc} = \dfrac{0}{abc} = 0$.

b) $\dfrac{1}{(x-y)(y-z)} + \dfrac{1}{(y-z)(z-x)} + \dfrac{1}{(z-x)(x-y)}$

$= \dfrac{(z-x)+(x-y)+(y-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 0$.

6.22. Từ giả thiết $3y - x = 6$ suy ra $x = 3y - 6$ và $3y = x + 6$. Do đó

$$\frac{x}{y-2} = \frac{3y-6}{y-2} = 3 \text{ và } \frac{2x-3y}{x-6} = \frac{2x-(x+6)}{x-6} = 1.$$

Vậy $P = 4$.

6.23. a) $\dfrac{2x-6}{x^3 - 3x^2 - x + 3} = \dfrac{2(x-3)}{x^2(x-3)-(x-3)} = \dfrac{2(x-3)}{(x-3)(x^2-1)} = \dfrac{2}{x^2-1}$.

b) Sử dụng kết quả trong câu a, ta được:

$P = \dfrac{2}{x^2-1} + \dfrac{2x^2}{1-x^2} - \dfrac{6}{x-3} = \dfrac{-2}{1-x^2} + \dfrac{2x^2}{1-x^2} - \dfrac{6}{x-3}$

$= \dfrac{2x^2-2}{1-x^2} - \dfrac{6}{x-3} = -2 + \dfrac{-6}{x-3}$.

c) Từ câu b ta có $\dfrac{6}{x-3} = -2 - P$. Nếu x, P đều là số nguyên thì $\dfrac{6}{x-3} \in \mathbb{Z}$.

Vì vậy, $x - 3$ là ước số nguyên của 6, do đó $x - 3 \in \{1; 2; 3; 6; -1; -2; -3; -6\}$.

$x-3$	1	2	3	6	-1	-2	-3	-6
x	4	5	6	9	2	1	0	-3

Loại $x=1$ vì không thoả mãn điều kiện $x \neq 3, x \neq 1, x \neq -1$.

Vậy $x \in \{4; 5; 6; 9; 2; 0; -3\}$.

6.24. a) $P = \dfrac{x^2+2x}{(x-1)(x^2+x+1)} - \dfrac{1}{x(x-1)} - \dfrac{1}{x^2+x+1}$

$$= \frac{x(x^2+2x)-(x^2+x+1)-x(x-1)}{x(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{x^3-1}{x(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{1}{x}.$$

b) Nếu $x, P \in \mathbb{Z}$ thì x là ước nguyên của 1, do đó $x \in \{1; -1\}$. Loại $x=1$ vì không thoả mãn điều kiện $x \neq 0$, $x \neq 1$. Do đó, chỉ có $x=-1$ để P cũng nhận giá trị nguyên.

6.25. Tàu hỏng động cơ ở vị trí cách A là $\dfrac{1}{3} \cdot 900 = 300$ (km). Thời gian từ lúc tàu xuất phát đến lúc tàu bị hỏng động cơ là $\dfrac{300}{x}$ (giờ). Quãng đường tàu chạy trong 3 giờ với tốc độ 12 km/h là $3 \cdot 12 = 36$ (km).

Chiều dài quãng đường còn lại là:

$$900 - 300 - 36 = 564 \text{ (km)}.$$

Thời gian tàu chạy từ khi động cơ được sửa đến khi về cảng B là $\dfrac{564}{x+5}$ (giờ).

Tổng thời gian tàu đi từ A đến B là $\dfrac{300}{x} + 3 + \dfrac{564}{x+5} = \dfrac{3x^2+879x+1500}{x(x+5)}$ (giờ).

6.26. Hình hộp chữ nhật có thể tích 500 cm^3 có diện tích đáy $x(x+2)$ (cm^2) và chiều cao $AB = \dfrac{500}{x(x+2)}$ (cm). Tương tự, hình hộp chữ nhật có thể tích 200 cm^3 có chiều cao $BC = EF = \dfrac{200}{x(x+1)}$ (cm).

Do đó $AC = \dfrac{500}{x(x+2)} + \dfrac{200}{x(x+1)} = \dfrac{100(5x+5+2x+4)}{x(x+1)(x+2)} = \dfrac{100(7x+9)}{x(x+1)(x+2)}$ (cm);

$$EF = \frac{500}{x(x+2)} - \frac{200}{x(x+1)} = \frac{100(5x+5-2x-4)}{x(x+1)(x+2)} = \frac{100(3x+1)}{x(x+1)(x+2)} \text{ (cm)}.$$

BÀI 24. PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA PHÂN THỨC ĐẠI SỐ

6.27. a) $\frac{2x^3}{5y^2}\cdot\frac{125y^5}{8x}=\frac{2x^3\cdot 125y^5}{5y^2\cdot 8x}=\frac{25x^2y^3}{4}$.

b) $\frac{24y^5}{7x^2}\cdot\left(-\frac{21x}{12y^3}\right)=-\frac{24y^5\cdot 21x}{7x^2\cdot 12y^3}=\frac{-6y^2}{x}$.

6.28. a) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-3x+9}\cdot\frac{x^3+27}{3x-9}=\frac{(x-3)^2(x+3)(x^2-3x+9)}{(x^2-3x+9)3(x-3)}=\frac{x^2-9}{3}$.

b) $\frac{2x^2-20x+50}{3x+3}\cdot\frac{x^2-1}{4(x-5)^3}=\frac{2(x-5)^2(x-1)(x+1)}{3(x+1)\cdot 4(x-5)^3}=\frac{x-1}{6(x-5)}$.

6.29. a) $\frac{x^2-y^2}{6x^2y}:\frac{x+y}{3xy}=\frac{(x-y)(x+y)3xy}{6x^2y(x+y)}=\frac{x-y}{2x}$.

b) $16x^2y^2:\left(-\frac{18x^2y^5}{5}\right)=\frac{16x^2y^2\cdot 5}{-18x^2y^5}=\frac{-40}{9y^3}$.

c) $\frac{1-4x^2}{x^2+4x}:\frac{2-4x}{3x}=\frac{(1-2x)(1+2x)3x}{x(x+4)2(1-2x)}=\frac{3(1+2x)}{2(x+4)}$.

6.30. a) $\frac{1}{x+1}$. b) $\frac{1-3x}{2(1+3x)}$.

6.31. a) $\left(\frac{9}{x^3-9x}+\frac{1}{x+3}\right):\left(\frac{x-3}{x^2+3x}-\frac{x}{3x+9}\right)=\frac{9+x(x-3)}{x(x^2-9)}:\frac{3(x-3)-x^2}{3x(x+3)}$

$=\frac{x^2-3x+9}{x(x-3)(x+3)}:\frac{-x^2+3x-9}{3x(x+3)}=\frac{x^2-3x+9}{x(x-3)(x+3)}\cdot\frac{3x(x+3)}{-(x^2-3x+9)}=\frac{-3}{x-3}$.

b) $\frac{x+1}{x+2}\cdot\left(\frac{x+2}{x+3}:\frac{x+3}{x+1}\right)=\frac{x+1}{x+2}\cdot\frac{(x+2)(x+1)}{(x+3)(x+3)}=\frac{(x+1)^2}{(x+3)^2}$.

6.32. a) Điều kiện xác định: $x-1\neq 0$; $1-x^3\neq 0$; $x+1\neq 0$; $2x+1\neq 0$ và $x^2+2x+1\neq 0$.

b) Ta có: $\frac{1}{x-1}-\frac{x}{1-x^3}\cdot\frac{x^2+x+1}{x+1}=\frac{1}{x-1}-\frac{x(x^2+x+1)}{(1-x)(x^2+x+1)(x+1)}$

$=\frac{1}{x-1}+\frac{x}{(x-1)(x+1)}=\frac{2x+1}{(x-1)(x+1)}$

và $\dfrac{2x+1}{x^2+2x+1}=\dfrac{2x+1}{(x+1)^2}$. Do đó $P=\dfrac{2x+1}{(x-1)(x+1)}:\dfrac{2x+1}{(x+1)^2}=\dfrac{x+1}{x-1}$.

c) $P=-3$.

6.33. a) Mỗi giờ người công nhân thứ nhất và người công nhân thứ hai làm được số sản phẩm lần lượt là $\dfrac{1000}{x}$ và $\dfrac{1250}{x+10}$.

Tỉ số giữa năng suất của người công nhân thứ hai so với năng suất của người công nhân thứ nhất là $\dfrac{1250}{x+10}:\dfrac{1000}{x}=\dfrac{1{,}25x}{x+10}$.

b) Khi $x=240$ thì phân thức $\dfrac{1{,}25x}{x+10}$ có giá trị bằng

$$\frac{1{,}25\cdot 240}{250}=\frac{300}{250}=\frac{6}{5}=1{,}2.$$

Như vậy, năng suất lao động của người công nhân thứ hai bằng 120% so với năng suất lao động của người công nhân thứ nhất. Người công nhân thứ hai đã tăng năng suất lao động 20% so với người công nhân thứ nhất.

ÔN TẬP CHƯƠNG VI

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. D **2.** B **3.** C **4.** A **5.** B.

B. Bài tập

6.34. a) Điều kiện xác định là $x^2-9\neq 0$.

x không thoả mãn điều kiện $x^2-9\neq 0$ nghĩa là $x^2-9=0$, hay $(x-3)(x+3)=0$, tức là $x-3=0$ hoặc $x+3=0$. Do đó tập hợp tất cả các giá trị của biến x không điều kiện xác định là $\{3;-3\}$.

b) Ta có: $x^2-4x+3=x^2-4x+4-1=(x-2)^2-1=(x-2-1)(x-2+1)$

$$=(x-3)(x-1).$$

Do đó $P=\dfrac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+3)}=\dfrac{x-1}{x+3}$.

c) $P=\frac{x-1}{x+3}=\frac{x-3+2}{x-3}=1+\frac{2}{x-3}$ nên $\frac{2}{x-3}=P-1$. Nếu $x, P\in\mathbb{Z}$ thì $x-3$ là ước số nguyên của 2, do đó $x-3\in\{1; 2; -1; -2\}$.

$x-3$	1	2	-1	-2
x	4	5	2	1

Các giá trị tìm được của x đều thoả mãn điều kiện xác định của phân thức. Do đó tập hợp cần tìm là $\{4; 5; 2; 1\}$.

6.35. Đặt tính chia $M=2x^3+3x^2-29x+30$ cho $2x^2+7x-15$ (mẫu thức của P) ta thấy thương là $x-2$ và dư bằng 0.

Do đó $M=2x^3+3x^2-29x+30=(2x^2+7x-15)(x-2)$.

Tương tự, chia M cho mẫu thức của Q ta được thương là $2x-3$ và dư bằng 0.

Do đó $M=2x^3+3x^2-29x+30=(x^2+3x-10)(2x-3)$.

Vì vậy $P=\frac{x-2}{M}$, $Q=\frac{2x-3}{M}$.

Do đó có thể quy đồng mẫu thức hai phân thức đã cho với mẫu thức chung là M.

6.36. $P=2xy$.

6.37. Ta có: $P=\frac{x^2-y^2}{(x+y)(ay-ax)}=\frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)a(y-x)}=\frac{-1}{a}$ không phụ thuộc vào x, y.

6.38. Từ giả thiết suy ra $z=-(x+y)$ nên $x^2+y^2-z^2=x^2+y^2-(x+y)^2=-2xy$.

Do đó $\frac{xy}{x^2+y^2-z^2}=\frac{xy}{-2xy}=\frac{-1}{2}$.

6.39. Theo Bài tập 6.38, ta có $\frac{xy}{x^2+y^2-z^2}=\frac{-1}{2}$.

Tương tự $\frac{yz}{y^2+z^2-x^2}=\frac{-1}{2}$ và $\frac{zx}{z^2+x^2-y^2}=\frac{-1}{2}$.

Do đó $\frac{xy}{x^2+y^2-z^2}+\frac{yz}{y^2+z^2-x^2}+\frac{zx}{z^2+x^2-y^2}=\frac{-3}{2}$.

6.40. a) Đặt tính chia đa thức $4x^2+2x+3$ cho đa thức $2x+1$ ta được thương là $2x$ và dư là 3. Vậy $4x^2+2x+3=(2x+1)2x+3$.

b) Vì $4x^2+2x+3=(2x+1)2x+3$ nên

$$P=\frac{4x^2+2x+3}{2x+1}=\frac{(2x+1)2x+3}{2x+1}=2x+\frac{3}{2x+1}.$$

Từ đó suy ra $\frac{3}{2x+1}=P-2x$. Nếu $x,P\in\mathbb{Z}$ thì $\frac{3}{2x+1}\in\mathbb{Z}$.

Suy ra $2x+1$ là một ước số nguyên của 3.

Do đó $2x+1\in\{1;\,3;\,-1;\,-3\}$ hay $x\in\{0;\,1;\,-1;\,-2\}$ (các giá trị tìm được của x đều thoả mãn điều kiện $x\neq\frac{-1}{2}$).

6.41. a) $P=-x^2-2x-2$.

b) $P=-x^2-2x-2=-1-(x+1)^2\leq-1$. Giá trị lớn nhất của P là -1 (đạt được tại $x=-1$).

6.42. Ta có: $t=x-2$, suy ra $t^2=(x-2)^2=x^2-4x+4$.

Do đó $x^2-4x=t^2-4$ và $P=\frac{t^2-4+12}{t^2-4+10}=\frac{t^2+8}{t^2+6}>0$.

6.43. a) Gọi t (giờ) là thời gian cần thiết để xả hết nước trong bể (đầy nước) khi mở cả hai vòi. Như vậy, trong một giờ cả hai vòi cùng mở sẽ xả được $\frac{1}{t}$ (bể).

Mặt khác, từ giả thiết suy ra trong một giờ, một mình vòi thứ nhất xả hết $\frac{1}{x}$ (bể), một mình vòi thứ hai xả được $\frac{1}{y}$ (bể). Do đó, trong một giờ cả hai vòi cùng mở sẽ xả được $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}$ (bể). Từ đó suy ra $\frac{1}{t}=\frac{x+y}{xy}$.

Do t là nghịch đảo của $\frac{1}{t}=\frac{x+y}{xy}$ nên $t=\frac{xy}{x+y}$.

b) Với $x=2, y=3$ thì $t=\frac{2\cdot3}{2+3}=1\frac{1}{5}$ (giờ) = 1 giờ 12 phút. Do đó, trong trường hợp khi chỉ mở một vòi, vòi thứ nhất xả hết nước trong 4 giờ, vòi thứ hai xả hết nước trong 3 giờ; khi mở cả hai vòi sẽ xả được hết nước trong bể sau 1 giờ 12 phút.

Chương VII. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ HÀM SỐ BẬC NHẤT

BÀI 25. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

7.1. a) $x = -\frac{5}{2}$; b) $x = 2$; c) $x = -\frac{3}{2}$; d) $x = 0{,}08$.

7.2. a) $x = \frac{7}{3}$; b) $x = \frac{2}{7}$; c) $x = 3$; d) $x = \frac{15}{7}$.

7.3. a) $x = \frac{66}{25}$; b) $x = \frac{1}{13}$; c) $x = \frac{95}{2}$; d) $x = \frac{29}{12}$.

7.4. a) Khi $x = 4$ ta có $4 + 2a = 16 + 4a - 24$. Suy ra $a = 6$.

b) Khi $x = -2$ ta có $-2 + 2a = -2 - 4 - 4a$. Suy ra $a = -\frac{2}{3}$.

7.5. Nếu $m = 1$ thì ta có phương trình $0 \cdot x + 0 = 0$. Suy ra phương trình nghiệm đúng với mọi x (tức là tập nghiệm là tập số thực $\mathbb{R}$).

Nếu $m = -1$ thì ta có phương trình $0 \cdot x + 2 = 0$. Suy ra phương trình vô nghiệm.

Nếu $m \neq \pm 1$ thì ta có phương trình $(m^2 - 1)x = m - 1$ với hệ số của x là $a = m^2 - 1 \neq 0$. Suy ra phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{m-1}{m^2-1} = \frac{1}{m+1}$.

Chú ý. Việc tìm nghiệm của phương trình (ẩn x) tuỳ theo các giá trị của m như trên thường được gọi là *giải và biện luận phương trình* đã cho theo tham số m.

7.6. a) Khi $t = 2$; $A = 116$ ta có phương trình $116 = 100(1 + 2r)$. Suy ra $r = 0{,}08$. Vậy lãi suất năm là $r = 8\%$.

b) Khi $r = 8{,}5\% = 0{,}085$, $A = 134$ ta có phương trình $134 = 100(1 + 0{,}085t)$. Suy ra $t = 4$. Vậy với lãi suất năm là 8,5% thì sau 4 năm gửi tiết kiệm, bác Minh sẽ thu được 134 triệu đồng.

7.7. a) $F = 134$ °F, ta có $C = \frac{5}{9}(134 - 32) = \frac{170}{3} \approx 56{,}67$ °C.

b) Từ $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ ta thấy $C < 0$ thì $F < 32$. Vậy khi nhiệt độ dưới 0 °C thì nhiệt độ có thể chưa giảm xuống dưới 0 °F.

c) Với $C = -62{,}1$ °C, ta có $-62{,}1 = \frac{5}{9}(F - 32)$. Suy ra $F = -79{,}78$ °F.

7.8. a) Với w = 250 kg/m^3 ta có hệ số co là $S = \frac{0,032 \cdot 250 - 2,5}{10\,000} = 0,00055$.

b) Vì S = 0,0005 nên ta có $0,0005 = \frac{0,032 \cdot w - 2,5}{10\,000}$. Suy ra w = 234,375 kg/m^3.

BÀI 26. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

7.9. Gọi x (giờ) là thời gian mà nhiệt độ tăng thêm. Điều kiện: $x > 0$.

Sau x giờ thì nhiệt độ tăng thêm là $1,5x$ °C.

Theo đề bài, ta có phương trình: $1,5x + 18 = 26$.

Giải phương trình trên ta tìm được $x = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$.

Vậy sau 5 giờ 20 phút thì nhiệt độ sẽ là 26 °C.

7.10. Gọi x (chiếc áo/ngày) là năng suất lao động của tổ thứ nhất.

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}$, $x > 8$.

Năng suất lao động của tổ thứ hai là $x - 8$ (chiếc áo/ngày).

Theo đề bài, ta có phương trình: $5x + 7(x - 8) = 1\,000$.

Giải phương trình trên ta được $x = 88$ (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy năng suất lao động của tổ thứ nhất là 88 chiếc áo/ngày và của tổ thứ hai là 80 chiếc áo/ngày.

7.11. Gọi x (ml) là lượng nước cam nguyên chất cần thêm vào. Điều kiện: $x > 0$.

Số mililít nước uống là $900 + x$.

Số mililít nước cam nguyên chất là $900 \cdot 5\% + x$.

Tỉ lệ nước cam nguyên chất trong nước uống là $\frac{900 \cdot 5\% + x}{900 + x}$.

Nước uống có ít nhất 10% nước cam nguyên chất khi

$$\frac{900 \cdot 5\% + x}{900 + x} = 10\% \text{ hay } 45 + x = 90 + 0,1x.$$

Giải phương trình này ta được $x = 50$ (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy phải thêm ít nhất 50 ml nước cam nguyên chất.

7.12. Gọi x (cm) là chiều dài của hình chữ nhật. Điều kiện: $x > 8$.

Chiều rộng của hình chữ nhật là $x - 8$ (cm).

Theo đề bài, ta có phương trình: $2x + 2(x - 8) = 40$.

Giải phương trình ta được $x = 14$ (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy hình chữ nhật có chiều dài là 14 cm và chiều rộng là 6 cm.

7.13. Gọi x là số chẵn thứ nhất $(x \in \mathbb{N})$. Khi đó số chẵn thứ hai, thứ ba tương ứng là $x + 2$, $x + 4$.

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$x + (x + 2) + (x + 4) = 54 \text{ hay } 3x + 6 = 54 \text{ hay } x = 16.$$

Vậy ba số chẵn liên tiếp cần tìm là 16; 18; 20.

7.14. Gọi x là số kilômét di chuyển trong một ngày cần tìm. Điều kiện: $x > 0$.

Theo đề bài, ta có phương trình: $15x + 3\,000 = 20x + 2\,500$.

Giải phương trình trên ta được $x = 100$ (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy với số kilômét di chuyển trong một ngày là 100 km thì chi phí thuê xe của hai công ty là như nhau.

7.15. Gọi x là số ngày kể từ thời điểm hiện tại mà hai khối lớp thu nhặt được số vỏ lon là như nhau. Điều kiện: $x > 0$.

Theo đề bài, ta có phương trình: $345 + 115x = 255 + 130x$.

Giải phương trình trên ta được $x = 6$ (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy sau 6 ngày kể từ thời điểm hiện tại, hai khối lớp sẽ thu thập được số vỏ lon như nhau.

7.16. Gọi x (km/h) là vận tốc riêng của tàu thuỷ. Điều kiện: $x > 2$.

Theo đề bài, ta có phương trình: $2x = 2{,}5(x - 2)$.

Giải phương trình ta được $x = 10$ km/h.

Vậy khoảng cách giữa hai bến A và B là $2 \cdot 10 = 20$ (km).

BÀI 27. KHÁI NIỆM HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

7.17. a) y là hàm số của x; b) y không là hàm số của x.

7.18. Đại lượng y là một hàm số của x. Khi $x = 4$ ta có $y = 6{,}2$.

7.19. a) $f(0) = -1$; $f(-1) = 1$.

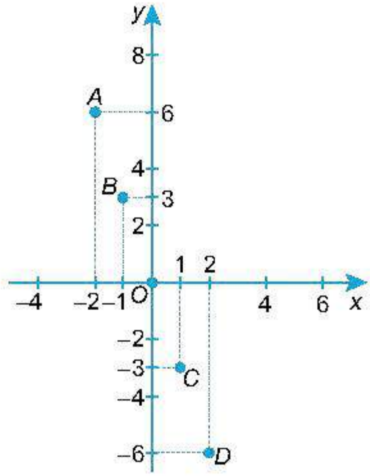
b)

x	-2	-1	0	1	2
$y = f(x)$	7	1	-1	1	7

7.20. a) $A(-3; 4)$, $B(-2; -2)$, $C(1; -3)$, $D(3; 0)$.

b) HS tự vẽ hình.

7.21. Đồ thị của hàm số đã cho gồm 6 điểm: $A(-2; 6)$, $B(-1; 3)$, $O(0; 0)$, $C(1; -3)$ và $D(2; -6)$ như hình bên.



7.22. Hệ thức $y^2 + x^2 = 1$ không xác định một hàm số $y = f(x)$, vì với $x = 0$ ta có hai giá trị tương ứng của y là $y = -1$ và $y = 1$.

7.23. $S = \frac{1}{2}x^2$.

7.24. a) Anh Nam đi nhanh nhất trong khoảng thời gian từ 7 phút đến 7,4 phút.

b) Vận tốc của anh Nam bằng 0 trong khoảng thời gian từ 4,2 phút đến 6 phút.

c) Vận tốc của anh Nam trong khoảng thời gian từ 2 phút đến 4 phút là 30 km/h.

d) Trong khoảng thời gian từ 7,6 phút đến 8 phút, anh Nam đi với vận tốc 38 km/h.

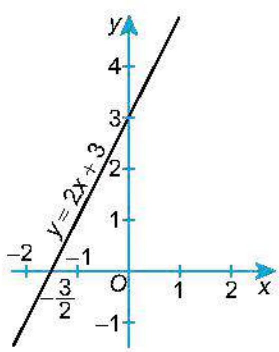
BÀI 28. HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

7.25. a) $m \neq \frac{1}{2}$. b) $m = 1$.

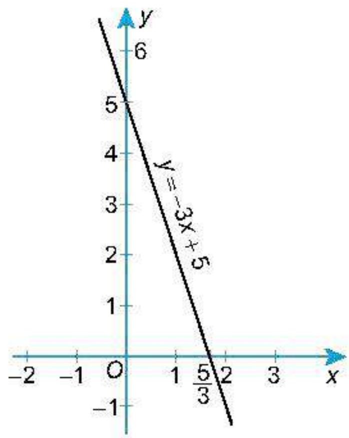
c) Khi $m = 1$, ta có $y = -x + 3$.

x	-2	-1	0	1	2
y	5	4	3	2	1

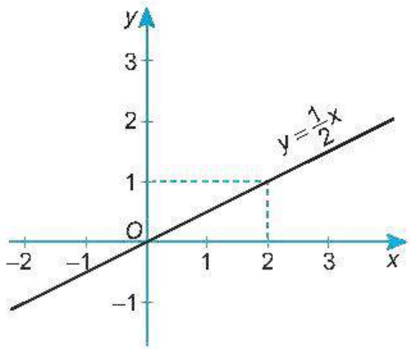
7.26. a) Đồ thị hàm số $y = 2x + 3$ như hình sau:



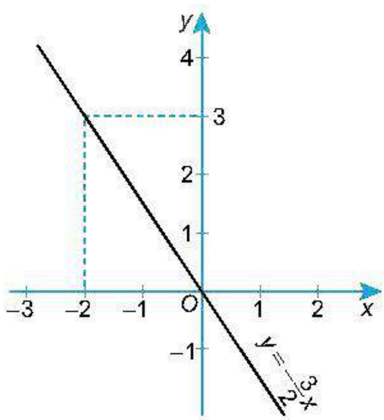
b) Đồ thị hàm số $y = -3x + 5$ như hình sau:



c) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x$ như hình sau:



d) Đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}x$ như hình sau:



7.27. a) Gọi $I(x_0; y_0)$ là giao điểm của (d_1) và (d_2). Khi đó, toạ độ của điểm I thoả mãn $y_0 = -2x_0 + 1$ và $y_0 = x_0 + 4$. Suy ra $-2x_0 + 1 = x_0 + 4$ hay $x_0 = -1$, từ đây tìm được $y_0 = 3$. Vậy $I(-1; 3)$.

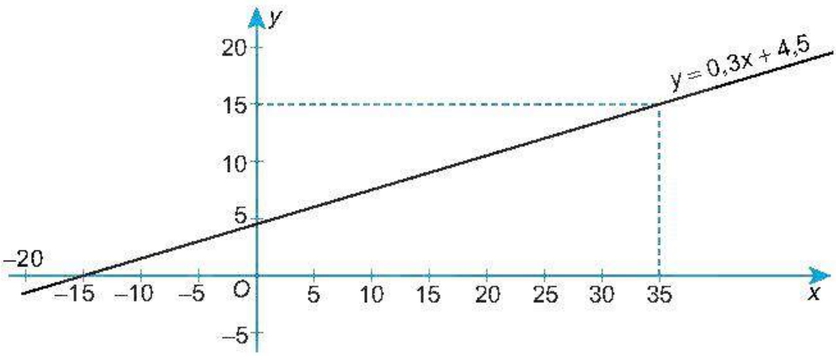
b) Để ba đường thẳng đồng quy thì (d_3) phải đi qua giao điểm I của (d_1) và (d_2). Khi đó, ta có $3 = 2m \cdot (-1) - 3$ hay $-2m = 6$, suy ra $m = -3$.

7.28. $C = 80x + 50$ (nghìn đồng).

Khi $x = 3$ ta có $C = 80 \cdot 3 + 50 = 290$ (nghìn đồng).

7.29. a) $y = 0{,}3x + 4{,}5$ (triệu đồng).

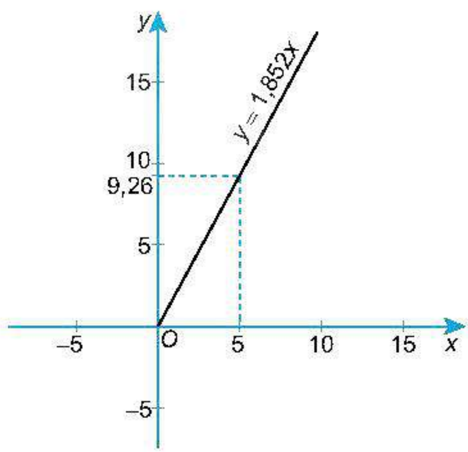
b) Ta có đồ thị hàm số $y = 0{,}3x + 4{,}5$ như sau:



Từ đồ thị trên ta thấy để có đủ 15 triệu đồng thì anh Nam phải tiết kiệm trong 35 tuần.

7.30. a) $y = 1{,}852x$ (km). Giá trị âm của x trong trường hợp này không có ý nghĩa, vì chiều dài là một đại lượng không âm.

b) Đồ thị của hàm số $y = 1{,}852x$ (với x không âm) là một phần đường thẳng như hình bên.



c) Khi $x = 350$ ta có $y = 1{,}852 \cdot 350 = 648{,}2$ (km).

Vậy hành trình dài 350 hải lí có độ dài bằng 648,2 km.

7.31. a) $C = 10x + 1\,500$ (nghìn đồng).

b) Thay $x = 180$ ta có $C = 10 \cdot 180 + 1\,500 = 3\,300$ (nghìn đồng).

Vậy $C = 3{,}3$ (triệu đồng).

7.32. a) $V = 640 - 80x = -80x + 640$ (triệu đồng).

b) HS tự vẽ đồ thị.

c) Thay $x = 3$ vào biểu thức V ta có $V = -80 \cdot 3 + 640 = 400$ (triệu đồng).

d) Khi $V = 160$ ta có $-80x + 640 = 160$ suy ra $x = 6$. Điều này có nghĩa là sau 6 năm thì giá trị sổ sách của mỗi chiếc xe là 160 triệu đồng.

BÀI 29. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

7.33. Giả sử hàm số bậc nhất cần tìm là $y = ax + b$ $(a \neq 0)$. Đồ thị của hàm số này là một đường thẳng.

Hệ số góc của đường thẳng này là -3 nên $a = -3$. Đường thẳng này đi qua điểm $(1; 2)$ nên suy ra $2 = -3 \cdot 1 + b$ hay $b = 5$.

Vậy hàm số bậc nhất cần tìm là $y = -3x + 5$.

7.34. $y = 2x + 6$.

7.35. Các cặp đường thẳng song song là:

$y = 2x + 1$ và $y = 2x + 2$ (vì có cùng hệ số góc là 2);

$y = -3x + 1$ và $y = -3x + 2$ (vì có cùng hệ số góc là -3).

Các cặp đường thẳng cắt nhau là:

$y = 2x + 1$ và $y = -3x + 1$; $y = 2x + 1$ và $y = -3x + 2$;

$y = 2x + 2$ và $y = -3x + 1$; $y = 2x + 2$ và $y = -3x + 2$.

7.36. a) Hai đường thẳng song song khi $2 = 2m + 1$ hay $m = \frac{1}{2}$;

và $3m \neq -5$ hay $m \neq -\frac{5}{3}$. Vậy $m = \frac{1}{2}$.

b) Hai đường thẳng cắt nhau khi $2 \neq 2m + 1$ hay $m \neq \frac{1}{2}$.

7.37. Giả sử đường thẳng (d) $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ song song với đường thẳng $y = -2x + 1$, suy ra $a = -2$. Do (d) đi qua điểm $(-1; 4)$ nên $4 = -2 \cdot (-1) + b$ hay $b = 2$. Vậy hàm số cần tìm là $y = -2x + 2$.

7.38. Ta có $aa' = -1$ suy ra $(2m - 4) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ hay $m = 3$.

7.39. Nếu $1 - m = m + 1$ hay $m = 0$ thì hai đường thẳng đã cho song song với nhau.

Nếu $1 - m \neq m + 1$ hay $m \neq 0$ thì hai đường thẳng đã cho cắt nhau.

7.40. a) Đường thẳng đi qua gốc toạ độ (và không trùng với hai trục toạ độ) nên nó là đồ thị của một hàm số bậc nhất có dạng $y = ax$ $(a \neq 0)$.

Vì điểm (50; 127) thuộc đồ thị nên ta có $127 = a \cdot 50$.

Suy ra $a = \dfrac{127}{50} = 2{,}54$.

Do đó hệ số góc của đường thẳng là 2,54.

b) Vì $y = 2{,}54x$ nên đại lượng y tỉ lệ thuận với đại lượng x và hệ số tỉ lệ bằng 2,54.

c) Ta có $x = (1 : 2{,}54)y = \dfrac{50}{127}y$ nên đại lượng x cũng tỉ lệ thuận với đại lượng y và hệ số tỉ lệ bằng $\dfrac{50}{127}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG VII

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. D	**2.** B	**3.** C	**4.** D	**5.** D
6. A	**7.** B	**8.** B	**9.** D	**10.** C.

B. Bài tập

7.41. a) $7x - 11 = 8x - 3$ hay $x = -8$.

b) $4(3x - 1) - 6(5 - 3x) = 3(x + 7)$ hay $x = \dfrac{55}{27}$.

7.42. a) Thay $x = 15$ ta có $T = 12 \cdot 15 + 10 = 190$ (nghìn đồng).

b) Ta có: $250 = 12x + 10$. Suy ra $x = 20$ km.

7.43. Gọi x là số sản phẩm tổ I làm theo kế hoạch. Điều kiện: $0 < x < 900$.

Số sản phẩm tổ II làm theo kế hoạch là $900 - x$ (sản phẩm).

Số sản phẩm tổ I làm vượt mức là $\dfrac{15}{100}x = 0{,}15x$ (sản phẩm).

Số sản phẩm tổ II làm vượt mức là $\dfrac{10}{100}(900 - x) = 0{,}1(900 - x)$ (sản phẩm).

Theo đề bài, ta có phương trình: $0{,}15x + 0{,}1(900 - x) = 110$.

Giải phương trình ta được x = 400 (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy số sản phẩm tổ I sản xuất được là 400 + 0,15 · 400 = 460 (sản phẩm).

Số sản phẩm tổ II sản xuất được là 500 + 0,1 · 500 = 550 (sản phẩm).

7.44. Gọi nồng độ phần trăm của dung dịch NaCl loại I là x (%). Điều kiện: $0 \le x \le 100$.

Nồng độ phần trăm của dung dịch NaCl loại II là (x + 5) (%).

Tổng khối lượng NaCl trong cả hai loại dung dịch là:

$$\frac{x}{100} \cdot 400 + \left(\frac{x+5}{100}\right) \cdot 600 = 10x + 30 \text{ (g)}.$$

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{10x + 30}{400 + 600} = \frac{27}{100}$ hay $\frac{10x + 30}{1\,000} = \frac{27}{100}$.

Giải phương trình ta được x = 24 (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy nồng độ của dung dịch NaCl loại I là 24%, loại II là 29%.

7.45. Gọi x là điểm thi cuối kì của An. Điều kiện: $0 \le x \le 10$.

Theo đề bài, ta có phương trình: $\frac{(8+9+10+10) \cdot 1 + 8{,}5 \cdot 2 + 3 \cdot x}{9} = 9{,}0$.

Giải phương trình ta được $x = 9$ (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Vậy bạn An được 9 điểm thi cuối học kì môn Toán.

7.46. a) $2m - 1 = -3$ hay $m = -1$.

b) Với $m = -1$ ta có $y = -3x + 5$. Học sinh tự vẽ đồ thị.

c) Ta có: $-3x + 5 = x + 5$ hay $x = 0$, suy ra $y = 5$. Vậy $A(0; 5)$.

Tương tự, cho $y = 0$ suy ra $x + 5 = 0$ hay $x = -5$, do đó $B(-5; 0)$.

Ta có: $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot |-5| = \frac{25}{2}$.

7.47. a) Ta có $mx - 4 = -2x + 1$, thay $x = 2$ ta được $2m - 4 = -2 \cdot 2 + 1$ hay $m = \frac{1}{2}$.

b) Ta có $y = 4$ suy ra $3x - 2 = 4$ hay $x = 2$, thay vào ta được $4 = 2m - 4$ hay $m = 4$.

7.48. a) $y = 500x + 1\,000$ (nghìn đồng).

b) Học sinh tự vẽ đồ thị.

Khi $x = 3$ ta có $y = 2\,500$ (nghìn đồng) = 2,5 (triệu đồng).

c) Giao điểm của đồ thị với trục tung là (0; 1 000). Giao điểm này biểu thị chi phí cố định khi thuê thuyền (dù không sử dụng giờ nào (tức là $x = 0$) vẫn phải trả phí này, nếu đã đặt thuê).

7.49. a) $y = 900 - 100x$ (nghìn đồng).

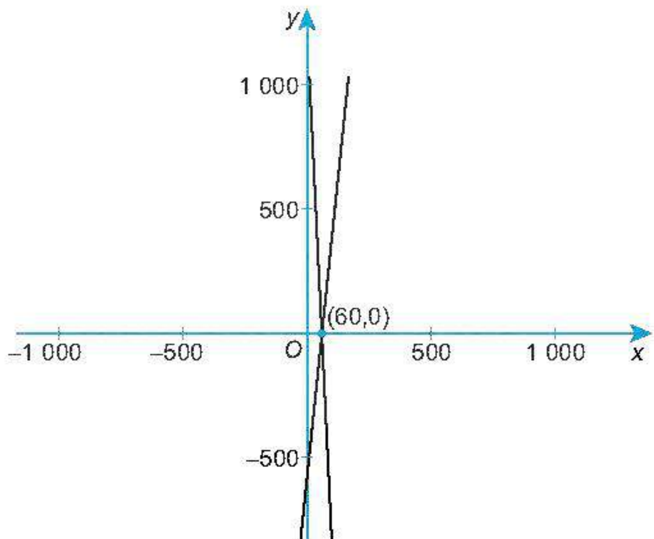
b) Học sinh tự vẽ đồ thị. Số tiền chị Lan còn nợ mẹ sau 4 tuần là:

$$y = 900 - 100 \cdot 4 = 500 \text{ (nghìn đồng)}.$$

c) Giao điểm của đồ thị với Ox là (9; 0). Giao điểm này biểu thị số tuần cần thiết để chị Lan trả hết nợ cho mẹ (số tiền y chị Lan nợ mẹ bằng 0).

7.50. a) $S(p) = D(p)$ hay $-600 + 10p = 1\,200 - 20p$, suy ra $p = 60$ (nghìn đồng).

b) Đồ thị của hai hàm số $S(p)$ và $D(p)$ như hình vẽ sau:



c) Từ đồ thị trên, ta thấy khi giá của mỗi chiếc áo lớn hơn 60 nghìn đồng thì lượng cung lớn hơn lượng cầu. Khi đó sẽ có một lượng áo phông bị tồn kho (do không bán được).

CHƯƠNG VIII. MỞ ĐẦU VỀ TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

BÀI 30. KẾT QUẢ CÓ THỂ VÀ KẾT QUẢ THUẬN LỢI

8.1. Kí hiệu 13 học sinh nam thuận tay phải là A1, A2,..., A13;

3 học sinh nam thuận tay trái là B1, B2, B3;

20 học sinh nữ thuận tay phải là C1, C2,..., C20;

2 học sinh nữ thuận tay trái là D1, D2.

a) Tập hợp các kết quả có thể của hành động là

{A1, A2,..., A13, B1, B2, B3, C1, C2,..., C20, D1, D2}.

b) E = {A1, A2,..., A13}.

c) F = {D1, D2}.

d) G = {B1, B2, B3, D1, D2}.

8.2. a) Các kết quả có thể của hành động là các tấm thẻ ghi số 1, 2,..., 20.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố E là các tấm thẻ ghi số 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố F là các tấm thẻ ghi số 5, 10, 15, 20.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố G là các tấm thẻ ghi số 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

8.3. a) Các kết quả có thể là các cặp viên bi ghi số lần lượt là {1, 2}, {1, 3}, {1, 4}, {1, 5}, {2, 3}, {2, 4}, {2, 5}, {3, 4}, {3, 5}, {4, 5}.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố M là các cặp viên bi ghi số lần lượt là {1, 3}, {1, 5}, {2, 4}, {3, 5}.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố N là các cặp viên bi ghi số lần lượt là {1, 3}, {1, 5}, {3, 5}.

BÀI 31. CÁCH TÍNH XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ BẰNG TỈ SỐ

8.4. $P = \dfrac{17}{45}$.

8.5. Các kết quả có thể của hành động là các tấm thẻ ghi số 10, 11,..., 20. Có 11 kết quả có thể.

a) Có 4 kết quả thuận lợi, đó là các tấm thẻ ghi số 11, 13, 17, 19. Vậy $P = \dfrac{4}{11}$.

b) Có 5 kết quả thuận lợi, đó là các tấm thẻ ghi số 11, 13, 15, 17, 19. Vậy $P = \dfrac{5}{11}$.

c) Có 3 kết quả thuận lợi, đó là các tấm thẻ ghi số 12, 16, 20. Vậy $P = \frac{3}{11}$.

8.6. a) Có 2 tấm thẻ ghi chữ E, do đó xác suất để rút được tấm thẻ ghi chữ E là $P = \frac{2}{10} = 0,2$.

b) Có 3 tấm thẻ ghi chữ I hoặc chữ V, do đó xác suất để rút được tấm thẻ ghi chữ I hoặc chữ V là $P = \frac{3}{10} = 0,3$.

8.7. Có 30 kết quả có thể.

a) Có 9 + 12 = 21 người có giới tính nam. Do đó, có 21 kết quả thuận lợi.

Vậy $P = \frac{21}{30} = \frac{7}{10} = 0,7$.

b) Có 6 + 12 = 18 người là bà hoặc em trai. Do đó, có 18 kết quả thuận lợi.

Vậy $P = \frac{18}{30} = \frac{3}{5} = 0,6$.

8.8. Có 36 kết quả có thể.

a) Các kết quả thuận lợi cho biến cố E là các quả cầu ghi số 12, 24, 36. Do đó, có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố E. Vậy $P(E) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

b) Các kết quả thuận lợi cho biến cố F là các quả cầu ghi số 4, 6, 8, 12, 16, 18, 20, 24, 28, 30, 36. Do đó, có 11 kết quả thuận lợi cho biến cố F. Vậy $P(F) = \frac{11}{36}$.

8.9. Trong túi có 9 + 6 + 4 + 5 = 24 (viên kẹo). Vậy có 24 kết quả có thể.

Do lấy ngẫu nhiên nên 24 kết quả có thể này là đồng khả năng.

a) Có 9 + 4 = 13 viên kẹo màu đỏ hoặc màu vàng. Do đó, có 13 kết quả thuận lợi cho biến cố E. Vậy $P(E) = \frac{13}{24}$.

b) Có 5 + 6 = 11 viên kẹo màu đen hoặc màu xanh. Do đó, có 11 kết quả thuận lợi cho biến cố F. Vậy $P(F) = \frac{11}{24}$.

c) Có 9 + 6 + 4 = 19 viên kẹo không có màu đen. Do đó, có 19 kết quả thuận lợi cho biến cố G. Vậy $P(G) = \frac{19}{24}$.

8.10. Gọi x, y lần lượt là số viên bi màu đỏ, màu xanh trong hộp.

Xác suất lấy được viên bi màu đỏ và màu xanh lần lượt là $\frac{x}{24}$ và $\frac{y}{24}$.

Theo đề bài, ta có: $\frac{1}{3}=\frac{x}{24}$ suy ra $x=8$; $\frac{1}{6}=\frac{y}{24}$ suy ra $y=4$.

Do đó, số viên bi màu đen trong hộp là 24 – 8 – 4 = 12 (viên bi).

8.11. Gọi x, y, z, t lần lượt là số tấm thẻ ghi số 1, 2, 3, 4 và n là tổng số tấm thẻ trong túi.

Theo đề bài, ta có: $\frac{z}{n}=2\frac{x}{n}$ suy ra $z=2x$; $\frac{y}{n}=3\frac{z}{n}$ suy ra $y=3z$;

$\frac{y}{n}=\frac{t}{n}$ suy ra $y=t$.

Từ đó, ta có $y=t=6x$; $n = x + y + z + t = x + 6x + 2x + 6x = 15x$.

Xác suất để rút được tấm thẻ ghi số nguyên tố là xác suất để rút được tấm thẻ ghi số 2 hoặc số 3. Vậy $P=\frac{y+z}{n}=\frac{6x+2x}{15x}=\frac{8}{15}$.

BÀI 32. MỐI LIÊN HỆ GIỮA XÁC SUẤT THỰC NGHIỆM VỚI XÁC SUẤT VÀ ỨNG DỤNG

8.12. Số ván thắng của người chơi là 6 + 14 + 11 + 4 = 35. Vậy xác suất thực nghiệm của biến cố A là $\frac{35}{100}=0,35$.

8.13. a) Kí hiệu $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(D)$, $P(E)$, $P(F)$ tương ứng là xác suất thực nghiệm tiêu thụ ti vi, tủ lạnh, điện thoại, máy tính, quạt, điều hoà của cửa hàng.

Tổng cộng cửa hàng bán được 6 823 mặt hàng ra trong năm vừa qua.

Vậy $P(A)=\frac{2545}{6823}$; $P(B)=\frac{3136}{6823}$; $P(C)=\frac{719}{6823}$; $P(D)=\frac{311}{6823}$; $P(E)=\frac{55}{6823}$;

$P(F)=\frac{57}{6823}$.

b) Gọi k là số chiếc ti vi cửa hàng bán được trong năm sau.

Ta có: $\frac{k}{7500}\approx\frac{2545}{6823}$, suy ra $k\approx\frac{7500\cdot 2545}{6823}=2\,797,523...$

Vậy ta dự đoán có khoảng 2 798 chiếc ti vi cửa hàng bán được trong năm sau.

Gọi h là số chiếc tủ lạnh, quạt hoặc điều hoà cửa hàng bán được trong năm sau.

Ta có: $\frac{h}{7500} \approx \frac{3136+55+57}{6823} = \frac{3248}{6823}$, suy ra $h \approx \frac{7500 \cdot 3248}{6823} = 3570,277...$

Vậy ta dự đoán có khoảng 3 570 chiếc tủ lạnh, quạt hoặc điều hoà cửa hàng bán được trong năm sau.

8.14. a) Số vụ tai nạn khi đi ô tô là 380 vụ.

Vậy xác suất thực nghiệm của biến cố E là $\frac{380}{1830} = \frac{38}{183}$.

b) Số vụ tai nạn khi đi xe máy hoặc xe đạp là 1 354 + 55 = 1 409 (vụ). Vậy xác suất thực nghiệm của biến cố F là $\frac{1409}{1830}$.

c) Số vụ tai nạn khi đi xe đạp, phương tiện khác hoặc đi bộ là 55 + 41 = 96 (vụ). Vậy xác suất thực nghiệm của biến cố G là $\frac{96}{1830} = \frac{16}{305}$.

8.15. a) Trong 3 084 người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X trong tháng qua thì có 320 người nhập cảnh với mục đích kinh doanh. Vậy xác suất thực nghiệm để người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X tháng qua với mục đích kinh doanh là $\frac{320}{3084} \approx 10,38\%$.

Tương tự, xác suất thực nghiệm để người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X tháng qua với mục đích du lịch là $\frac{1\,565}{3\,084} \approx 50,75\%$.

Xác suất thực nghiệm để người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X tháng qua với mục đích làm việc hoặc đi học là $\frac{55+125}{3\,084} = \frac{180}{3\,084} \approx 5,84\%$.

Xác suất thực nghiệm để người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X tháng qua với mục đích kinh doanh hoặc dự hội nghị là $\frac{320+88}{3\,084} = \frac{408}{3\,084} \approx 13,23\%$.

b) Gọi k là số người nhập cảnh với mục đích du lịch trong tháng sau.

Ta có: $\frac{k}{2\,156} \approx \frac{1\,565}{3\,084}$, suy ra $k \approx \frac{2\,156 \cdot 1\,565}{3\,084} = 1\,094,079...$

Vậy ta dự đoán trong tháng sau có khoảng 1 094 người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X với mục đích du lịch.

Gọi h là số người nhập cảnh với mục đích kinh doanh, làm việc hoặc đi học trong tháng sau.

Ta có: $\dfrac{h}{2\,156} \approx \dfrac{320+55+125}{3\,084} = \dfrac{500}{3\,084}$, suy ra $h \approx \dfrac{2\,156 \cdot 500}{3\,084} = 349{,}546...$

Vậy ta dự đoán trong tháng sau có khoảng 350 người nhập cảnh ngắn hạn vào nước X với mục đích kinh doanh, làm việc hoặc đi học.

8.16. Gọi k là số ngày trong 100 ngày ghi nhận tắc đường vào giờ cao điểm buổi sáng tại đường X. Ta có $\dfrac{k}{100} \approx \dfrac{217}{365}$, suy ra $k \approx 100 \cdot \dfrac{217}{365} = 59{,}452...$

Vậy ta dự đoán trong 100 ngày tới có khoảng 59 ngày tắc đường trong giờ cao điểm tại đường X.

ÔN TẬP CHƯƠNG VIII

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. A **2.** B **3.** D **4.** A **5.** B **6.** C **7.** D **8.** A.

B. Bài tập

8.17. Các kết quả có thể là bất kì lá bài nào trong 52 lá bài. Số kết quả có thể là 52. Do rút ngẫu nhiên nên các kết quả có thể này đồng khả năng.

a) Có 13 lá bài chất bích màu đen và 13 lá bài chất nhép màu đen, do đó có 13 + 13 = 26 kết quả thuận lợi cho biến cố A. Vậy $P(A) = \dfrac{26}{52} = \dfrac{1}{2}$.

b) Có hai lá bài A màu đỏ là A rô và A cơ, do đó có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố B. Vậy $P(B) = \dfrac{2}{52} = \dfrac{1}{26}$.

c) Có 4 lá bài mang số 3, do đó có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố C. Vậy $P(C) = \dfrac{4}{52} = \dfrac{1}{13}$.

d) Có 13 lá bài chất rô. Vậy $P(D) = \dfrac{13}{52} = \dfrac{1}{4}$.

e) Có 13 lá bài chất bích, suy ra có 52 – 13 = 39 lá bài không phải chất bích. Vậy $P(E) = \dfrac{39}{52} = \dfrac{3}{4}$.

f) Có $3 \cdot 4 = 12$ lá bài tranh. Vậy $P(F) = \dfrac{12}{52} = \dfrac{3}{13}$.

8.18. Cuối năm, lớp 8A có số học sinh nam là: 23 – 7 = 16 (học sinh).

Cuối năm, lớp 8A có số học sinh nữ là: 35 – 11 = 24 (học sinh).

Cuối năm, lớp 8A có tổng số học sinh là: 16 + 24 = 40 (học sinh).

Do đó, xác suất để chọn được học sinh nam là: $\frac{16}{40} = \frac{2}{5}$.

8.19. Vì lúc đầu xác suất lấy được viên bi màu đỏ, viên bi màu vàng tương ứng là $\frac{1}{4}$ và $\frac{2}{5}$ nên suy ra lúc đầu trong hộp có 10 viên bi màu đỏ, 16 viên bi màu vàng.

Do đó, trong hộp có 40 – 10 – 16 = 14 (viên bi đen).

Lúc sau, trong hộp có 25 + 10 = 35 (viên bi đỏ), 16 + 14 = 30 (viên bi vàng) và 14 – 9 = 5 (viên bi đen).

Khi đó, trong hộp có tổng số viên bi là 35 + 30 + 5 = 70 (viên bi).

Xác suất bạn Minh lấy được viên bi màu vàng là: $\frac{30}{70} = \frac{3}{7}$.

8.20. Sau một giờ, quán ăn có số khách hàng nam là: 32 – 12 = 20 (người).

Sau một giờ, quán ăn có số khách hàng nữ là: 18 + 27 = 45 (người).

Sau một giờ, nhà hàng có tổng số khách hàng là: 20 + 45 = 65 (người).

Do đó, xác suất chọn được một khách hàng nữ là: $\frac{45}{65} = \frac{9}{13}$.

8.21. a) $\frac{3}{44} \approx 0,068$.

b) $\frac{5+7+20}{44} = \frac{32}{44} \approx 0,7272$.

8.22. a) Trong hai tháng với 61 ngày có 4 ngày không có tai nạn giao thông, 9 ngày có 1 vụ tai nạn giao thông, 15 ngày có 2 vụ tai nạn giao thông, 10 ngày có 3 vụ tai nạn giao thông. Do đó, trong 61 ngày quan sát có 4 + 9 + 15 + 10 = 38 lần xảy ra biến cố *A*. Vậy xác suất thực nghiệm của biến cố *A* là $\frac{38}{61}$.

b) Trong hai tháng với 61 ngày có 6 ngày có 5 vụ tai nạn giao thông, 4 ngày có 6 vụ tai nạn giao thông, 3 ngày có 7 vụ tai nạn giao thông, 2 ngày có 8 vụ tai nạn giao thông trở lên. Do đó, trong 61 ngày quan sát có 6 + 4 + 3 + 2 = 15 lần xảy ra biến cố B. Vậy xác suất thực nghiệm của biến cố B là $\frac{15}{61}$.

c) Gọi k là số ngày trong 100 ngày mà xảy ra nhiều nhất 3 vụ tai nạn giao thông.

Ta có: $\frac{k}{100} \approx \frac{38}{61}$, suy ra $k \approx \frac{100 \cdot 38}{61} = 62,295...$ Vậy ta dự đoán trong 100 ngày tới có khoảng 62 ngày xảy ra nhiều nhất 3 vụ tai nạn giao thông.

Gọi h là số ngày trong 100 ngày mà có từ 5 vụ tai nạn giao thông trở lên.

Ta có: $\frac{h}{100} \approx \frac{15}{61}$, suy ra $h \approx \frac{100 \cdot 15}{61} = 24,590...$ Vậy ta dự đoán trong 100 ngày tới có khoảng 25 ngày xảy ra từ 5 vụ tai nạn giao thông trở lên.

8.23. a) $P(A) = \frac{76}{100} = 0,76$; $\qquad P(B) = \frac{16}{100} = 0,16$.

b) Gọi k là số cán bộ là giáo viên.

Ta có: $\frac{k}{921} \approx 0,76$, suy ra $k \approx 921 \cdot 0,76 = 699,96...$

Vậy ta dự đoán trong 921 cán bộ ngành giáo dục quận X có khoảng 700 giáo viên.

Gọi h là số cán bộ hành chính.

Ta có: $\frac{h}{921} \approx 0,16$, suy ra $h \approx 921 \cdot 0,16 = 147,36...$

Vậy ta dự đoán trong 921 cán bộ ngành giáo dục quận X có khoảng 147 cán bộ hành chính.

Chương IX. TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

BÀI 33. HAI TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

9.1. Khi viết $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ thì góc CBA của tam giác ABC tương ứng với góc PNM của tam giác MNP.

Các cặp góc tương ứng bằng nhau: $\widehat{BAC} = \widehat{NMP}$, $\widehat{ABC} = \widehat{MNP}$, $\widehat{ACB} = \widehat{MPN}$.

Các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ: $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP} = \dfrac{BC}{NP}$.

9.2. Do các cặp đỉnh tương ứng là: A và D, B và E, C và F nên các cách viết (3) và (4) đúng, các cách viết (1) và (2) sai.

9.3. Các câu (2) và (3) đúng, các câu (1) và (4) sai.

9.4. Ta có $\widehat{A'} = \widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = \widehat{B'} = 50^\circ$,

$$\widehat{C} = \widehat{C'} = 180^\circ - \widehat{A'} - \widehat{B'} = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ.$$

9.5. Ta có $\dfrac{5}{8} = \dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP} = \dfrac{BC}{NP} = \dfrac{AB + AC + BC}{MN + MP + NP}$.

Do $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ với tỉ số đồng dạng bằng $\dfrac{5}{8}$ và chu vi của ΔABC là 20 cm, ta suy ra ΔMNP có chu vi bằng:

$$MN + MP + NP = \frac{8}{5}(AB + AC + BC) = \frac{8.20}{5} = 32 \text{ (cm)}.$$

9.6. Do tổng các góc trong một tam giác bằng 180° nên ta có:

$$\widehat{A} > \widehat{B} = 60^\circ > \widehat{C} \text{ và } \widehat{F} > \widehat{D} = 60^\circ > \widehat{E}.$$

Vì hai tam giác đồng dạng thì có các đỉnh tương ứng bằng nhau nên chỉ có thể xảy ra: $\widehat{A} = \widehat{F}$, $\widehat{B} = \widehat{D}$, $\widehat{C} = \widehat{E}$. Do đó $\Delta ABC \backsim \Delta FDE$.

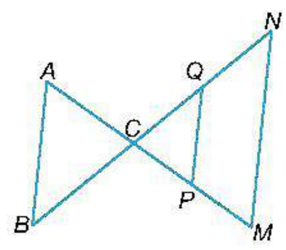
9.7. Ta thấy các cạnh cạnh tương ứng của hai tam giác đồng dạng đã cho là: AB và NP, AC và PM, BC và MN. Do các đỉnh tương ứng sẽ đối diện các cạnh tương ứng nên các cặp đỉnh tương ứng của hai tam giác đồng dạng đã cho là: C và M, B và N, A và P. Do đó $\Delta ABC \backsim \Delta PNM$.

9.8. (H.9.19)

Do PQ // AB nên $\Delta CPQ \backsim \Delta CAB$.

Do MN // AB nên $\Delta CMN \backsim \Delta CAB$.

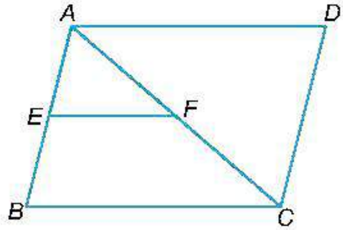
Do PQ // MN (cùng song song với AB) nên $\Delta CPQ \backsim \Delta CMN$.



Hình 9.19

9.9. (H.9.20)

Ta có $EF \parallel BC$ (EF là đường trung bình của tam giác ABC) nên $\Delta AEF \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng bằng $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$.

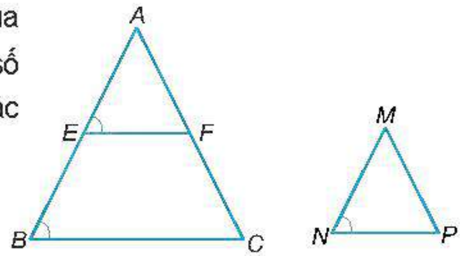


Hình 9.20

Mặt khác $\Delta ABC = \Delta CDA$ (c.c.c) nên $\Delta ABC \backsim \Delta CDA$ với tỉ số đồng dạng bằng 1. Do đó $\Delta AEF \backsim \Delta CDA$ với tỉ số đồng dạng bằng $\frac{1}{2}$.

9.10. (H.9.21)

Lấy E, F lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khi đó $\Delta ABC \backsim \Delta AEF$ với tỉ số đồng dạng bằng 2. Xét hai tam giác AEF và MNP, ta có:



Hình 9.21

$\widehat{AEF} = \widehat{ABC} = \widehat{MNP}$,

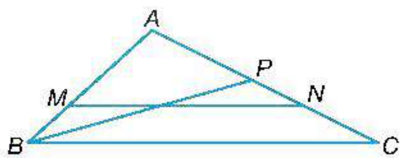
$EF = \frac{BC}{2} = NP$,

$\widehat{AFE} = \widehat{ACB} = \widehat{ABC} = \widehat{MNP} = \widehat{MPN}$.

Vậy $\Delta AEF = \Delta MNP$ (g.c.g). Do đó $\Delta AEF \backsim \Delta MNP$ với tỉ số đồng dạng bằng 1. Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ với tỉ số đồng dạng bằng 2.

9.11. (H.9.22)

a) Ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$. Do đó theo định lí Thalès đảo áp dụng cho ΔABC và cát tuyến MN ta có: $MN \parallel AB$. Vì vậy $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$.



Hình 9.22

b) Xét ΔAPB và ΔAMN, ta có: $AP = AM$, $\widehat{A}$ chung, $AB = AN$.

Vậy $\Delta APB = \Delta AMN$ (c.g.c). Do đó $\Delta APB \backsim \Delta ABC$.

BÀI 34. BA TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC

9.12. Nhận xét rằng nếu tam giác có ba cạnh a, b, c ($a \geq b \geq c$) đồng dạng với tam giác có ba cạnh x, y, z ($x \geq y \geq z$) thì các cặp cạnh tương ứng là

(a,x), (b,y), (c,z) và do đó $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$. Ngược lại nếu $\frac{a}{x}=\frac{b}{y}=\frac{c}{z}$ thì hai tam giác trên đồng dạng theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh.

(1) Hai tam giác đồng dạng theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh vì $\frac{2}{6}=\frac{3}{9}=\frac{4}{12}$.

(2) Hai tam giác không đồng dạng vì $\frac{3}{6}=\frac{5}{10}\neq\frac{6}{11}$.

(3) Hai tam giác không đồng dạng vì $\frac{2}{2}\neq\frac{3}{2}\neq\frac{3}{3}$.

(4) Hai tam giác đồng dạng theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh vì $\frac{4}{3}=\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$.

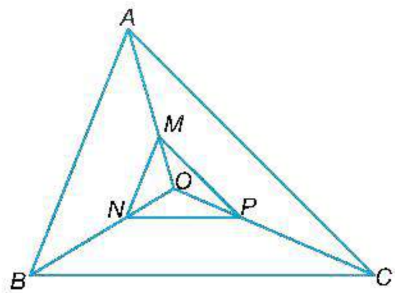
9.13. Từ giả thiết ta suy ra $\frac{3}{4}=\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{AB+AC}{DE+DF}=\frac{15-BC}{20-EF}$.

Do đó $60-3EF=60-4BC$, hay $\frac{BC}{EF}=\frac{3}{4}$. Vậy hai tam giác ABC và DEF có $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}$. Do đó $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ (c.c.c).

9.14. Từ giả thiết ta suy ra $2DE=3DF=4EF$. Do đó, hai tam giác ABC và DEF có $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}$. Vì vậy $\Delta ABC \backsim \Delta DEF$ (c.c.c).

9.15. (H.9.23)

Do $\frac{OM}{OA}=\frac{ON}{OB}=\frac{1}{3}$ nên $MN \parallel AB$ (theo định lí Thalès đảo) và do đó $\Delta OMN \backsim \Delta OAB$. Suy ra $\frac{MN}{AB}=\frac{OM}{OA}=\frac{1}{3}$. Tương tự ta cũng có $\frac{MP}{AC}=\frac{OM}{OA}=\frac{1}{3}$ và $\frac{NP}{BC}=\frac{ON}{OB}=\frac{1}{3}$.



Hình 9.23

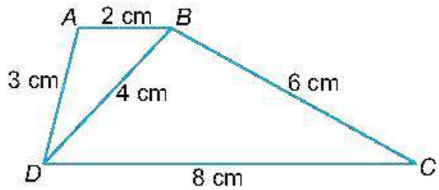
Vì vậy, hai tam giác ABC và MNP có: $\frac{AB}{MN}=\frac{AC}{MP}=\frac{BC}{NP}=3$ (theo chứng minh trên). Do đó $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ (c.c.c) với tỉ số đồng dạng bằng 3.

9.16. Vì NP, PM, MN lần lượt là các đường trung bình ứng với các đỉnh A, B, C của ΔABC nên $\frac{NP}{BC}=\frac{PM}{CA}=\frac{MN}{AB}=\frac{1}{2}$. Do vậy $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ với tỉ số đồng dạng bằng $\frac{1}{2}$.

9.17. (H.9.24)

Hai tam giác ABD và BDC có: $\frac{AB}{BD}=\frac{AD}{BC}=\frac{BD}{DC}=\frac{1}{2}$.

Vậy $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$ (c.c.c).



Hình 9.24

Từ đó suy ra $\widehat{ABD}=\widehat{BDC}$ (cặp góc tương ứng). Như vậy $AB \parallel DC$ do hai góc so le trong bằng nhau.

9.18. Gọi k là tỉ số đồng dạng của tam giác MNP với tam giác ABC. Khi đó $MN = kAB$, $NP = kBC$, $MP = kAC$. Vì $AB < BC < AC$ nên $MN < NP < MP$.

Do vậy $MP = 9$ cm. Ta suy ra $k=\frac{MP}{AC}=\frac{3}{2}$ và suy ra

$$MN=\frac{3}{2}AB=6\text{ cm},\ NP=\frac{3}{2}BC=7{,}5\text{ cm}.$$

9.19. Hai tam giác ABC và DEF có: $\frac{AB}{EF}=\frac{BC}{DF}$, $\widehat{ABC}=\widehat{DFE}$. Suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta EFD$ (c.g.c). Do đó, các câu (2), (3) và (6) đúng, các câu (1), (4) và (5) sai.

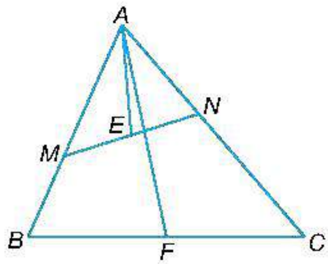
9.20. Hai tam giác ABC và MNP có $\widehat{ABC}=\widehat{NMP}$, $\widehat{ACB}=\widehat{MNP}$.

Suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta PMN$ (g.g). Do đó các câu (2), (4) và (5) đúng, các câu (1), (3) và (6) sai.

9.21. (H.9.25)

a) Từ $AM.AB = AN.AC$ ta suy ra $\frac{AM}{AC}=\frac{AN}{AB}$ (1).

Hai tam giác AMN và ACB có: $\frac{AM}{AC}=\frac{AN}{AB}$ (theo (1)), $\widehat{MAN}=\widehat{BAC}$ (góc chung). Do đó $\Delta AMN \backsim \Delta ACB$ (c.g.c).



Hình 9.25

b) Từ $\Delta AMN \backsim \Delta ACB$ ta suy ra $\widehat{AMN}=\widehat{ACB}$ (2), và $\frac{AM}{AC}=\frac{MN}{CB}$ (3).

Hai tam giác AME và ACF có: $\frac{AM}{AC} = \frac{MN}{CB} = \frac{ME}{CF}$ (theo (3)),

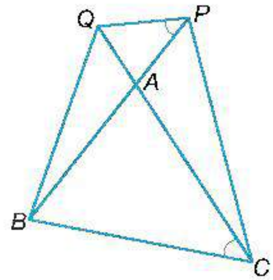
$$\widehat{AME} = \widehat{AMN} = \widehat{ACB} = \widehat{ACF} \text{ (theo (2)).}$$

Vậy $\Delta AME \backsim \Delta ACF$ (c.g.c). Suy ra $\widehat{EAM} = \widehat{FAC}$. Vì $\widehat{EAB} = \widehat{EAM}$ nên $\widehat{EAB} = \widehat{FAC}$.

9.22. (H.9.26)

a) Hai tam giác ACB và APQ có: $\widehat{BAC} = \widehat{QAP}$ (hai góc đối đỉnh), $\widehat{ACB} = \widehat{APQ}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta ACB \backsim \Delta APQ$ (g.g). Suy ra $\frac{AB}{AQ} = \frac{AC}{AP}$, hay $AP \cdot AB = AQ \cdot AC$.



Hình 9.26

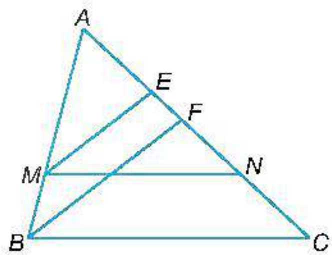
b) Từ $AP \cdot AB = AQ \cdot AC$ ta suy ra $\frac{AP}{AQ} = \frac{AC}{AB}$.

Hai tam giác APC và AQB có: $\widehat{PAC} = \widehat{QAB}$ (hai góc đối đỉnh), $\frac{AP}{AQ} = \frac{AC}{AB}$ (theo chứng minh trên).

Vậy $\Delta APC \backsim AQB$ (c.g.c).

9.23. (H.9.27)

a) Vì ME, BF lần lượt là phân giác của các góc AMN và ABC nên: $\widehat{NME} = \frac{\widehat{AMN}}{2}$ và $\widehat{CBF} = \frac{\widehat{ABC}}{2}$. Vì MN // BC nên $\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ (hai góc đồng vị).



Hình 9.27

Từ đó, ta suy ra $\widehat{NME} = \frac{\widehat{AMN}}{2} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \widehat{CBF}$.

Hai tam giác MEN và BFC có: $\widehat{MNE} = \widehat{BCF}$ (hai góc đồng vị, MN // BC), $\widehat{NME} = \widehat{CBF}$ (theo chứng minh trên). Vậy $\Delta MEN \backsim \Delta BFC$ (g.g).

b) Ta có $\widehat{AME} = \frac{\widehat{AMN}}{2} = \frac{\widehat{ABC}}{2} = \widehat{ABF}$. Do đó ME // BF (hai góc đồng vị bằng nhau).

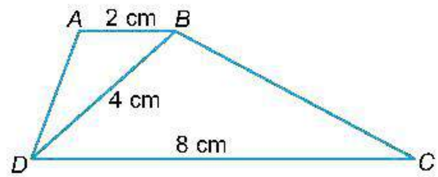
Áp dụng định lí Thalès, ta được: $\frac{AE}{AF}=\frac{AM}{AB}$.

Mặt khác MN // BC nên $\Delta AMN \backsim \Delta ABC$ và do đó $\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$.

Vậy $\frac{AE}{AF}=\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}$.

9.24. (H.9.28)

ΔABD và ΔBDC có: $\frac{AB}{BD}=\frac{BD}{DC}=\frac{1}{2}$, $\widehat{ABD}=\widehat{BDC}$ (hai góc so le trong, AB // CD). Do đó $\Delta ABD \backsim \Delta BDC$ (c.g.c). Suy ra $\frac{AD}{BC}=\frac{AB}{BD}=\frac{1}{2}$. Vậy $BC=2AD$.



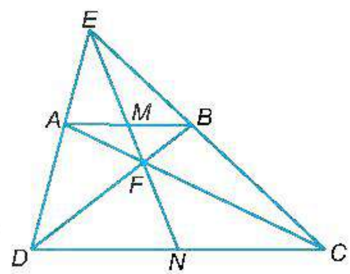
Hình 9.28

9.25. (H.9.29)

a) Vì đường thẳng AB song song với cạnh đáy DC của ΔEDC nên $\Delta EAB \backsim \Delta EDC$.

Tương tự, vì đường thẳng AB song song với cạnh đáy CD của ΔFCD nên $FAB \backsim \Delta FCD$.

b) Từ $\Delta EAB \backsim \Delta EDC$ ta suy ra $\frac{EA}{ED}=\frac{AB}{DC}=\frac{AM}{DN}$.



Hình 9.29

Hai tam giác EAM và EDN có:

$\frac{EA}{ED}=\frac{AM}{DN}$ (theo chứng minh trên),

$\widehat{EAM}=\widehat{EDN}$ (hai góc đồng vị, AM // DN).

Do đó $\Delta EAM \backsim \Delta EDN$ (c.g.c). Suy ra $\widehat{AEM}=\widehat{DEN}$. Vậy tia EM trùng với tia EN, hay E, M, N thẳng hàng.

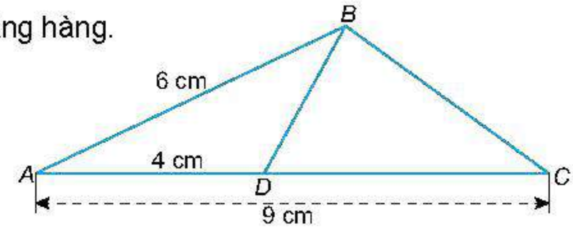
Từ $FAB \backsim \Delta FCD$ ta suy ra $\frac{FA}{FC}=\frac{AB}{CD}=\frac{AM}{CN}$. Hai tam giác FAM và FCN có: $\frac{FA}{FC}=\frac{AM}{CN}$ (theo chứng minh trên),

$\widehat{FAM}=\widehat{FCN}$ (hai góc so le trong, AM // CN).

Do đó $\Delta FAM \backsim \Delta FCN$ (c.g.c). Suy ra $\widehat{AFM} = \widehat{CFN}$. Vậy tia FM và tia FN là hai tia đối của nhau, hay F, M, N thẳng hàng.

Do đó bốn điểm M, N, E, F thẳng hàng.

9.26. (H.9.30)



Hình 9.30

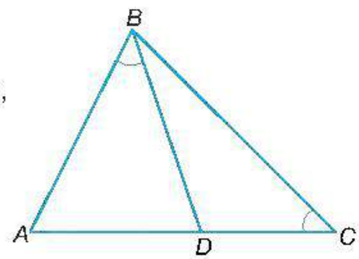
Xét hai tam giác ABD và ACB, ta có: $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{2}{3}$, $\widehat{BAD} = \widehat{CAB}$ (góc chung).

Vậy $\Delta ABD \backsim \Delta ACB$ (c.g.c). Suy ra $\dfrac{BD}{BC} = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{2}{3}$. Do đó $BC = \dfrac{3}{2}BD$.

9.27. Xét hai tam giác ACD và ABC, ta có: $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AD}{AC} = 2$, $\widehat{DAC} = \widehat{CAB}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta ACD \backsim \Delta ABC$ (c.g.c). Suy ra $\dfrac{CD}{BC} = \dfrac{AC}{AB} = 2$. Do đó $CD = 2BC$.

9.28. (H.9.31)

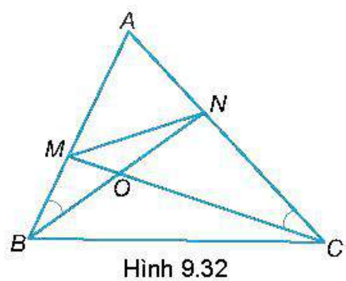


Hình 9.31

Xét hai tam giác ABD và ACB, ta có: $\widehat{A}$ chung, $\widehat{ABD} = \widehat{ACB}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta ABD \backsim \Delta ACB$ (g.g). Suy ra $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AD}{AB}$, hay $AB^2 = AD \cdot AC$.

9.29. (H.9.32)



Hình 9.32

a) Hai tam giác ABN và ACM có: $\widehat{A}$ chung, $\widehat{ABN} = \widehat{ACM}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta ABN \backsim \Delta ACM$ (g.g). Suy ra $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AN}{AM}$, hay $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

b) Hai tam giác OBM và OCN có:

$\widehat{MOB} = \widehat{NOC}$ (hai góc đối đỉnh), $\widehat{MBO} = \widehat{ABN} = \widehat{ACM} = \widehat{NCO}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta OBM \backsim \Delta OCN$ (g.g). Suy ra $\dfrac{OM}{ON} = \dfrac{OB}{OC}$, hay $OM \cdot OC = ON \cdot OB$.

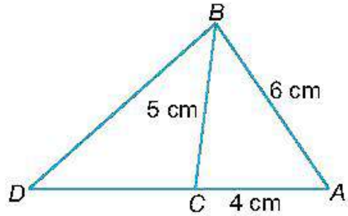
9.30. (H.9.33)

a) Hai tam giác ABC và ADB có:

$\frac{AB}{AD}=\frac{AB}{AC+DC}=\frac{AB}{AC+BC}=\frac{2}{3}=\frac{AC}{AB}$,

$\widehat{A}$ chung. Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta ADB$ (c.g.c).

b) Do ΔCBD cân tại C nên góc ngoài $\widehat{ACB}=2\widehat{CDB}=2\widehat{ADB}$.



Hình 9.33

Mặt khác $\widehat{ADB}=\widehat{ABC}$ (vì $\Delta ABC \backsim \Delta ADB$). Suy ra $\widehat{ACB}=2\widehat{ABC}$.

BÀI 35. ĐỊNH LÍ PYTHAGORE VÀ ỨNG DỤNG

9.31. Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác ABC vuông tại A, ta có $BC^2=AB^2+AC^2$. Do vậy câu (3) đúng, các câu còn lại sai.

9.32. Mỗi bộ ba trong (2), (4), (5) là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông theo định lí Pythagore đảo. Các bộ ba còn lại không là độ dài ba cạnh của bất kì tam giác vuông nào.

9.33. Chú ý rằng $x,y,z,t>0$. Áp dụng định lí Pythagore cho các tam giác vuông ta có:

$x^2=3^2+2^2=13$, hay $x=\sqrt{13}$ (đvđd);

$2^2+y^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2=20$, suy ra $y^2=16$ hay $y=4$ (đvđd);

$z^2=1^2+3^2=10$, hay $z=\sqrt{10}$ (đvđd);

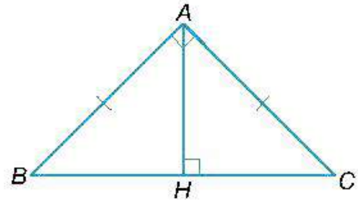
$t^2+5^2=\left(\sqrt{29}\right)^2=29$, suy ra $t^2=4$ hay $t=2$ (đvđd).

9.34. (H.9.34)

Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác ABC vuông tại A, ta có:

$BC^2=AB^2+AC^2=4^2+4^2=32$.

Suy ra $BC=4\sqrt{2}$ cm.



Hình 9.34

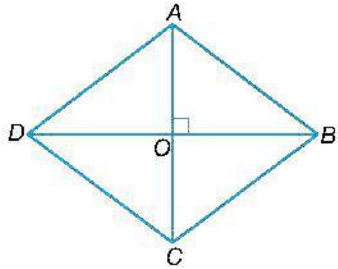
Hai tam giác vuông BHA (vuông tại H) và BAC (vuông tại A) có:

$\widehat{B}$ chung. Do đó $\Delta BHA \backsim \Delta BAC$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

Suy ra $\frac{BA}{BC}=\frac{HA}{AC}$, hay $AH=\frac{AB\cdot AC}{BC}=\frac{4\cdot 4}{4\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$ (cm).

9.35. (H.9.35)

Giả sử hình thoi đã cho là $ABCD$ có hai đường chéo $AC = 6$ cm, $BD = 8$ cm. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khi đó OAB là tam giác vuông, ta có: $OA = \frac{AC}{2} = 3$ (cm), $OB = \frac{BD}{2} = 4$ (cm).

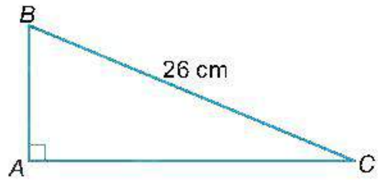


Hình 9.35

Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác OAB vuông tại O, ta có: $AB^2 = OA^2 + OB^2 = 25$. Suy ra $AB = 5$ cm.

9.36. (H.9.36)

Từ giả thiết, ta có $AB = \frac{5}{12}AC$. Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác ABC vuông tại A, ta được:



Hình 9.36

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = \left(\frac{5^2}{12^2} + 1\right)AC^2 = \frac{169}{144}AC^2.$$

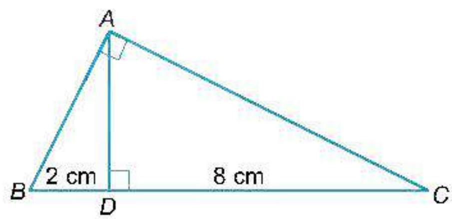
Suy ra $BC = \frac{13}{12}AC$, hay $AC = \frac{12}{13}BC = 24$ (cm).

Từ đó, ta có $AB = \frac{5}{12}AC = 10$ (cm).

9.37. (H.9.37)

Ta có $BC = BD + CD = 10$ (cm).

Hai tam giác vuông BAD (vuông tại D) và BCA (vuông tại A) có $\widehat{B}$ chung. Do đó $\Delta BAD \backsim \Delta BCA$ (cặp góc nhọn bằng nhau). Suy ra $\frac{BA}{BC} = \frac{BD}{BA}$,



Hình 9.37

hay $AB^2 = BD \cdot BC = 20$.

Do vậy $AB = 2\sqrt{5}$ cm.

Tương tự, $AC^2 = CD \cdot CB = 80$. Suy ra $AC = 4\sqrt{5}$ (cm).

Diện tích của tam giác ABC bằng: $\frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2}$.

Suy ra $AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = 4$ (cm).

9.38. Gọi c là độ dài cạnh huyền của tam giác vuông. Giả sử hai cạnh góc vuông có độ dài là a và b thoả mãn $\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$, hay $a=\frac{3}{4}b$. Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác vuông này, ta được:

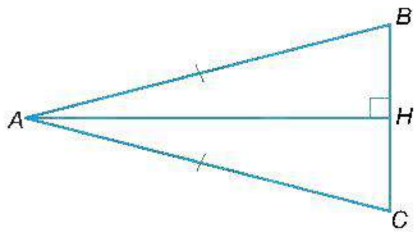
$$c^2=a^2+b^2=\left(\frac{3^2}{4^2}+1\right)b^2=\frac{25}{16}b^2.\text{ Suy ra } c=\frac{5}{4}b.$$

Từ giả thiết, ta có $a+b+c=48$ (cm), hay $\frac{3}{4}b+b+\frac{5}{4}b=48$ (cm).

Suy ra $b=16$ (cm). Do vậy $c=\frac{5}{4}b=20$ (cm).

9.39. Vì tam giác cân có hai cạnh là 4 cm và 8 cm nên độ dài ba cạnh của tam giác đó phải là 4 cm, 8 cm, 8 cm.

Ta gọi tam giác đó là ABC với $AB=AC=8$ cm và $BC=4$ cm (H.9.38). Gọi AH là đường cao của ΔABC. Khi đó H là trung điểm của BC.



Hình 9.38

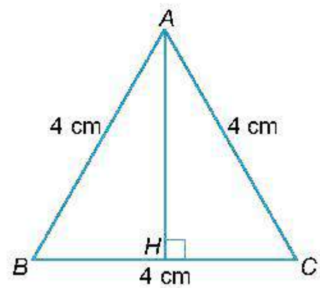
Do vậy $BH=CH=\frac{BC}{2}=2$ (cm).

Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác AHB vuông tại H, ta được:

$AH^2=AB^2-BH^2=60$, hay $AH=2\sqrt{15}$ cm.

Tam giác đã cho có diện tích là: $\frac{AH\cdot BC}{2}=4\sqrt{15}$ (cm^2).

9.40. Gọi tam giác đã cho là ΔABC với $AB=AC=BC=4$ cm và có đường cao AH (H.9.39). Vì H là trung điểm của BC nên $BH=CH=\frac{BC}{2}=2$ (cm). Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác ABH vuông tại H, ta được: $AH^2=AB^2-BH^2=12$. Suy ra, chiều cao của tam giác ABC là $AH=2\sqrt{3}$ cm.



Hình 9.39

Vậy tam giác ABC có diện tích là: $\frac{AH\cdot BC}{2}=4\sqrt{3}$ (cm^2).

9.41. Gọi chiều cao màn hình ti vi là h (cm). Ta áp dụng định lí Pythagore cho tam giác vuông với hai cạnh góc vuông là hai cạnh của màn hình chiếc ti vi. Khi đó, cạnh huyền của tam giác vuông này có độ dài bằng: $32 \cdot 2{,}54 = 81{,}28$ (cm).

Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác vuông trên, ta được:

$h^2 = (81{,}28)^2 - 72^2 = 1422{,}4384$. Suy ra $h \approx 37{,}72\,\text{cm}$.

BÀI 36. CÁC TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG

9.42. Những điều kiện (1), (3), (4), (6) kéo theo hai tam giác vuông đồng dạng.

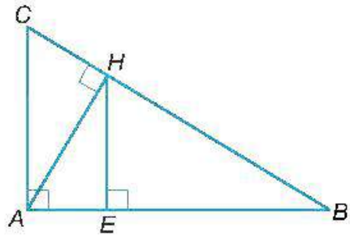
9.43. Do $MN^2 + MP^2 = NP^2$ nên tam giác MNP vuông cân tại đỉnh M (theo định lí Pythagore đảo). Hai tam giác vuông cân ABC (vuông tại A) và MNP (vuông tại M) có: $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP}$. Suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ (cạnh góc vuông - cạnh góc vuông).

9.44. $\Delta ABC \backsim \Delta MPN$ (cạnh góc vuông - cạnh góc vuông).

$\Delta MNP \backsim \Delta EDF$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

$\Delta ABC \backsim \Delta CHK$ (cạnh góc vuông - cạnh huyền).

9.45. (H.9.40)



Hình 9.40

a) Hai tam giác vuông ABC (vuông tại A) và HAC (vuông tại H) có $\widehat{C}$ chung. Do đó $\Delta ABC \backsim \Delta HAC$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

Suy ra $\dfrac{CA}{CH} = \dfrac{CB}{CA}$, hay $CA^2 = CH \cdot CB$.

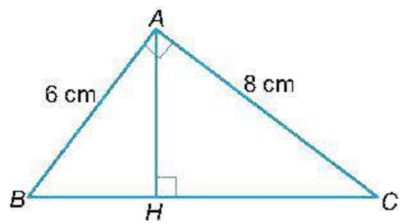
b) Hai tam giác vuông ABC (vuông tại A) và EHA (vuông tại E) có:

$\widehat{ACB} = 90^0 - \widehat{ABC} = 90^0 - \widehat{ABH} = \widehat{HAB} = \widehat{HAE}$.

Suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta EHA$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

Do đó $\dfrac{AB}{EH} = \dfrac{BC}{HA}$, hay $\dfrac{AH}{BC} = \dfrac{HE}{AB}$.

9.46. (H.9.41)



Hình 9.41

Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác ABC vuông tại A, ta được

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100$.

Suy ra $BC = 10\,\text{cm}$.

Mặt khác $\dfrac{BC \cdot AH}{2} = \dfrac{AB \cdot AC}{2}$ (diện tích tam giác ABC).

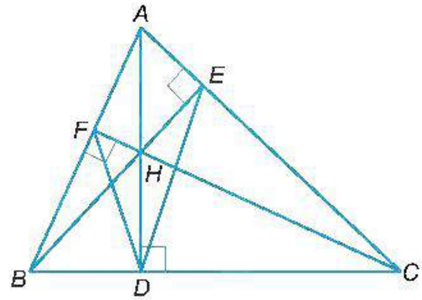
Suy ra $AH = \dfrac{AB \cdot AC}{BC} = 4,8$ (cm).

Hai tam giác vuông ABC (vuông tại A) và HBA (vuông tại H) có: $\widehat{B}$ chung.

Suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$. Do đó $\dfrac{AB}{HB} = \dfrac{BC}{BA}$, hay $BH = \dfrac{AB^2}{BC} = 3,6$ (cm).

Tương tự $CH = \dfrac{AC^2}{BC} = 6,4$ (cm).

9.47. (H.9.42)



Hình 9.42

a) Hai tam giác vuông HAE (vuông tại E) và HBD (vuông tại D) có: $\widehat{AHE} = \widehat{DHB}$ (hai góc đối đỉnh). Do đó $\Delta HAE \backsim \Delta HBD$ (một cặp góc nhọn bằng nhau). Suy ra $\dfrac{HA}{HB} = \dfrac{HE}{HD}$, hay $HA \cdot HD = HB \cdot HE$.

Tương tự ta cũng có $HA \cdot HD = HC \cdot HF$. Ta có điều phải chứng minh.

b) Hai tam giác vuông AFC (vuông tại F) và AEB (vuông tại E) có $\widehat{A}$ chung. Do đó $\Delta AFC \backsim \Delta AEB$ (một cặp góc nhọn bằng nhau). Suy ra $\dfrac{AF}{AE} = \dfrac{AC}{AB}$, hay $AF \cdot AB = AE \cdot AC$.

c) Từ $HA \cdot HD = HB \cdot HE$, ta suy ra $\dfrac{HA}{HE} = \dfrac{HB}{HD}$. Do đó, hai tam giác AHB và EHD có: $\dfrac{HA}{HE} = \dfrac{HB}{HD}$ (theo chứng minh trên), $\widehat{AHB} = \widehat{EHD}$ (hai góc đối đỉnh).

Suy ra $\Delta AHB \backsim \Delta EHD$ (c.g.c). Vì vậy $\widehat{HAB} = \widehat{HED}$.

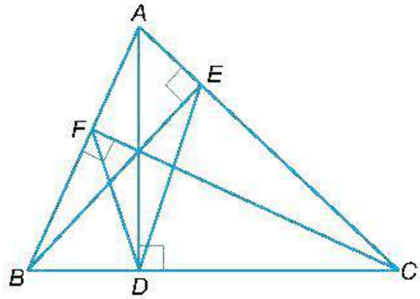
Do đó $\widehat{CED} = 90^0 - \widehat{HED} = 90^0 - \widehat{HAB} = \widehat{FBD}$. Tương tự, ta có $\widehat{BFD} = \widehat{ECD}$.

Vậy hai tam giác BDF và EDC có: $\widehat{FBD} = \widehat{CED}$, $\widehat{BFD} = \widehat{ECD}$ (theo chứng minh trên). Suy ra $\Delta BDF \backsim \Delta EDC$ (g.g).

Từ đó suy ra $\widehat{FDB} = \widehat{CDE}$. Do vậy $\widehat{FDA} = 90^0 - \widehat{FDB} = 90^0 - \widehat{CDE} = \widehat{EDA}$, hay DA là phân giác góc EDF.

9.48. (H.9.43)

a) Hai tam giác vuông BDA (vuông tại D) và BFC (vuông tại F) có $\widehat{B}$ chung. Suy ra $\Delta BDA \backsim \Delta BFC$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).



Hình 9.43

Do đó $\dfrac{BD}{BF} = \dfrac{BA}{BC}$, hay $\dfrac{BF}{BC} = \dfrac{BD}{BA}$.

ΔBDF và ΔBAC có: $\dfrac{BF}{BC} = \dfrac{BD}{BA}$ (theo chứng minh trên), $\widehat{B}$ chung.

Suy ra $\Delta BDF \backsim \Delta BAC$ (c.g.c).

Chứng minh tương tự ta cũng được $\Delta CDE \backsim \Delta CAB$.

b) Từ $\Delta BDF \backsim \Delta BAC$ ta suy ra $\dfrac{BF}{BC} = \dfrac{BD}{BA}$, hay $BF \cdot BA = BD \cdot BC$.

Từ $\Delta CDE \backsim \Delta CAB$ ta suy ra $\dfrac{CE}{CB} = \dfrac{CD}{CA}$, hay $CE \cdot CA = CD \cdot BC$.

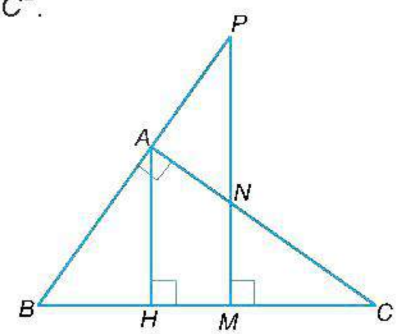
Do vậy $BF \cdot BA + CE \cdot CA = BD \cdot BC + DC \cdot BC = BC^2$.

9.49. (H.9.44)

a) Hai tam giác vuông ANP (vuông tại A) và HBA (vuông tại H) có:

$\widehat{ANP} = \widehat{MNC} = 90^0 - \widehat{NCM} = 90^0 - \widehat{ACB}$

$= \widehat{CBA} = \widehat{HBA}$.



Hình 9.44

Suy ra $\Delta ANP \backsim \Delta HBA$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

Hai tam giác vuông MCN (vuông tại M) và MPB (vuông tại M) có:

$\widehat{MNC} = 90^0 - \widehat{MCN} = 90^0 - \widehat{BCA} = \widehat{CBA} = \widehat{MBP}$.

Suy ra $\Delta MCN \backsim \Delta MPB$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

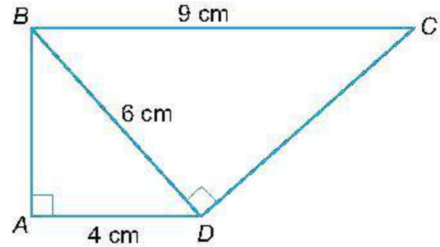
b) Áp dụng định lí Thalès cho $MN \parallel AH$ và $AH \parallel MP$, ta được:

$$\frac{MB}{MC} \cdot \frac{NC}{NA} \cdot \frac{PA}{PB} = \frac{MB}{PB} \cdot \frac{NC}{NA} \cdot \frac{PA}{MC} = \frac{MH}{PA} \cdot \frac{MC}{MH} \cdot \frac{PA}{MC} = 1.$$

9.50. (H.9.45)

Hai tam giác vuông ABD (vuông tại A) và DCB (vuông tại D) có: $\frac{AD}{DB} = \frac{DB}{BC} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $\Delta ABD \backsim \Delta DCB$ (cạnh góc vuông - cạnh huyền). Do đó $\widehat{ADB} = \widehat{DBC}$.

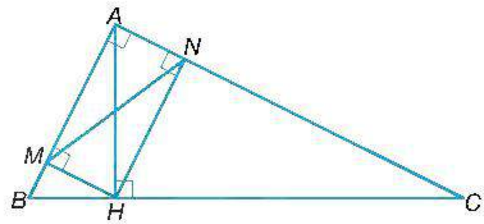


Hình 9.45

Suy ra $AD // BC$ (cặp góc so le trong bằng nhau).

9.51. (H.9.46)

a) Hai tam giác vuông AHM (vuông tại M) và ABH (vuông tại H) có: $\widehat{HAM} = \widehat{BAH}$ (góc chung). Suy ra $\Delta AHM \backsim \Delta ABH$ (một cặp góc nhọn bằng nhau). Do đó $\frac{AM}{AH} = \frac{AH}{AB}$, hay $AM \cdot AB = AH^2$.



Hình 9.46

Tương tự, ta cũng có $AN \cdot AC = AH^2$. Do đó $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.

b) Từ $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ ta suy ra $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$. Vậy hai tam giác AMN và ACB có: $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$ (theo chứng minh trên), $\widehat{MAN} = \widehat{CAB}$ (góc chung).

Vậy $\Delta AMN \backsim \Delta ACB$ (c.g.c).

9.52. a) Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác ABC vuông tại A, ta được:

$$4BM^2 = 4\left(BA^2 + AM^2\right) = 4BA^2 + AC^2 = 3BA^2 + BC^2.$$

Tương tự, ta cũng có

$$4B'M'^2 = 4\left(B'A'^2 + A'M'^2\right) = 4B'A'^2 + A'C'^2 = 3B'A'^2 + B'C'^2.$$

b) Giả sử $\frac{BC}{BM} = \frac{B'C'}{B'M'}$. Theo phần trên ta có:

$$\frac{BC^2}{BM^2} + 3\frac{BA^2}{BM^2} = 4 = \frac{B'C'^2}{B'M'^2} + 3\frac{B'A'^2}{B'M'^2}.$$

Suy ra $\frac{BA^2}{BM^2} = \frac{B'A'^2}{B'M'^2}$, hay $\frac{BA}{BM} = \frac{B'A'}{B'M'}$. Vì vậy $\frac{BC}{B'C'} = \frac{BM}{B'M'} = \frac{BA}{B'A'}$.

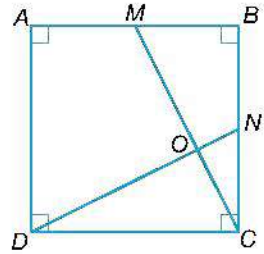
Vậy hai tam giác vuông ABC (vuông tại A) và $A'B'C'$ (vuông tại A') có $\frac{BC}{B'C'} = \frac{BA}{B'A'}$. Suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$ (cạnh góc vuông – cạnh huyền).

9.53. (H9.47)

a) Dễ thấy $\Delta CBM = \Delta DCN$ (hai tam giác vuông có hai cặp cạnh góc vuông tương ứng bằng nhau). Do đó $\widehat{CNO} + \widehat{NCO} = \widehat{CND} + \widehat{BCM} = \widehat{BMC} + \widehat{BCM} = 90^\circ$.

Vì tổng các góc trong tam giác CNO bằng 180° nên:

$\widehat{NOC} = 180^\circ - \widehat{CNO} - \widehat{NCO} = 90^\circ$. Suy ra $CM \perp DN$.



Hình 9.47

b) Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác CND vuông tại C, ta được:

$$ND^2 = NC^2 + CD^2 = 5NC^2. \text{ Suy ra } \frac{NC}{ND} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Hai tam giác vuông ONC (vuông tại O) và CND (vuông tại C) có $\widehat{ONC} = \widehat{CND}$ (góc chung). Suy ra $\Delta ONC \backsim \Delta CND$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

Do đó $\frac{ON}{CN} = \frac{OC}{CD} = \frac{NC}{ND} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

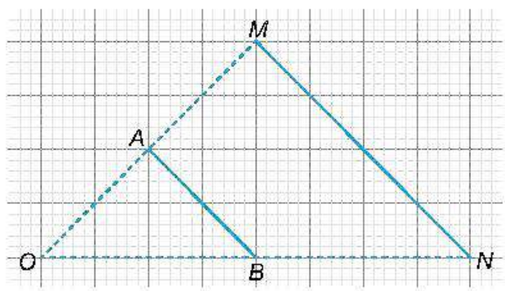
Vậy diện tích tam giác ONC là: $\frac{ON \cdot OC}{2} = \frac{1}{5} \cdot \frac{CN \cdot CD}{2} = 0{,}8\ (\text{cm}^2)$.

BÀI 37. HÌNH ĐỒNG DẠNG

9.54. Trên tia AB lấy điểm M sao cho $AM = 3AB$. Nối A với M ta được đoạn thẳng AM là hình đồng dạng phối cảnh của đoạn thẳng AB với tâm phối cảnh A và tỉ số đồng dạng bằng 3 (H.9.48).

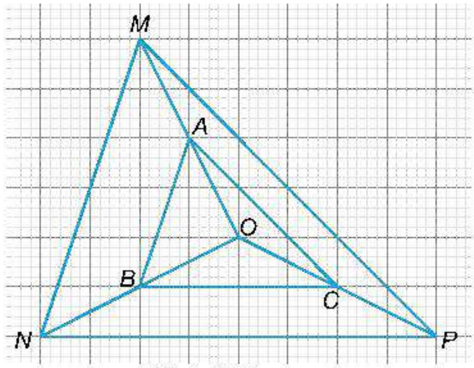
Hình 9.48

9.55. Trên các tia OA, OB lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $OM = 2OA$, $ON = 2OB$. Nối M với N ta được đoạn thẳng MN là hình đồng dạng phối cảnh của đoạn thẳng AB với tâm phối cảnh O và tỉ số đồng dạng bằng 2 (H.9.49).



Hình 9.49

9.56. Trên các tia OA, OB, OC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $OM = 2OA$, $ON = 2OB$, $OP = 2OC$. Nối các điểm M, N, P với nhau ta được tam giác MNP là hình đồng dạng phối cảnh của tam giác ABC với tâm phối cảnh O và tỉ số đồng dạng bằng 2 (H.9.50).



Hình 9.50

9.57. Cặp hình 2 và cặp hình 3 là các cặp hình đồng dạng phối cảnh.

9.58. Cặp hình hai lục giác đều, cặp hình hai tam giác vuông cân là các cặp hình đồng dạng.

9.59. Các câu (2), (5) đúng. Các câu (1), (3), (4), (6) sai.

9.60. Các câu (2), (3), (4), (6) đúng. Các câu (1), (5) sai.

ÔN TẬP CHƯƠNG IX

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. C. **2.** B.

B. Bài tập

9.61. Vì $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ nên $\widehat{M} = \widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = \widehat{N} = 40^\circ$ và

$$\widehat{C} = \widehat{P} = 180^\circ - \widehat{M} - \widehat{N} = 80^\circ.$$

9.62. Vì $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ nên $\dfrac{AB}{MN} = \dfrac{AC}{MP} = \dfrac{BC}{NP} = \dfrac{AB + AC + BC}{MN + MP + NP} = \dfrac{5+6+7}{36} = \dfrac{1}{2}$.

Do vậy $\Delta ABC \backsim \Delta MNP$ với tỉ số đồng dạng $\dfrac{1}{2}$ và:

$$MN = 2AB = 10 \text{ cm}, \; MP = 2AC = 12 \text{ cm}; \; NP = 2BC = 14 \text{ cm}.$$

9.63. Nếu ABC là tam giác vuông thì BC không thể là cạnh huyền vì $AC = 2BC > BC$. Do đó tam giác ABC chỉ có thể vuông tại đỉnh B hoặc đỉnh C.

– Nếu tam giác ABC vuông tại B thì theo định lí Pythagore ta có:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 = 4BC^2,$$

và kéo theo $BC = \dfrac{AB}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$ cm, $AC = 2BC = 2\sqrt{5}$ cm. Ngược lại, nếu $BC = \sqrt{5}$ cm, $AC = 2\sqrt{5}$ cm thì $AB^2 + BC^2 = AC^2$ và do đó ΔABC vuông tại B (theo định lí Pythagore đảo).

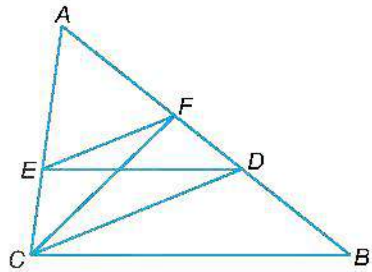
– Nếu tam giác ABC vuông tại C thì theo định lí Pythagore, ta có:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 = 5BC^2,$$

và kéo theo $BC = \dfrac{AB}{\sqrt{5}} = \sqrt{3}$ (cm), $AC = 2BC = 2\sqrt{3}$ (cm). Ngược lại nếu $BC = \sqrt{3}$ cm, $AC = 2\sqrt{3}$ cm thì $BC^2 + AC^2 = AB^2$ và do đó ΔABC vuông tại C (theo định lí Pythagore đảo).

– Vậy để ΔABC vuông thì hoặc $BC = \sqrt{5}$ cm, $AC = 2\sqrt{5}$ cm hoặc $BC = \sqrt{3}$ cm, $AC = 2\sqrt{3}$ cm.

9.64. (H.9.51)



Hình 9.51

a) Do DE // BC nên $\Delta ADE \backsim \Delta ABC$. Suy ra $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$, hay $AD = \dfrac{AB.AE}{AC}$ (1).

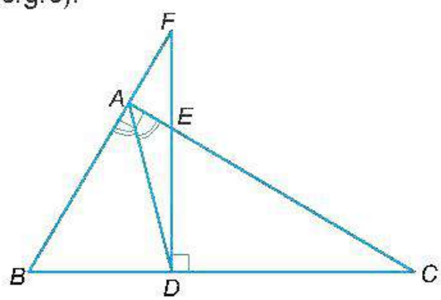
Do EF // CD nên $\Delta AEF \backsim \Delta ACD$. Suy ra $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{AE}{AC}$, hay $AD = \dfrac{AF.AC}{AE}$ (2).

Nhân hai vế tương ứng của đẳng thức (1) và đẳng thức (2) ta được:

$$AD^2 = AF \cdot AB.$$

b) Xét ΔACF và ΔABC, ta có: $\widehat{A}$ chung, $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{AE}{AD} = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{AF}{AC}$ (do $AC = AD$ kéo theo $AE = AF$). Vậy $\Delta ACF \backsim \Delta ABC$ (c.g.c).

9.65. (H.9.52)



Hình 9.52

a) Xét ΔBDF (vuông tại D) và ΔEDC (vuông tại D), ta có:

$\widehat{FBD} = 90^0 - \widehat{DCE} = \widehat{CED}$.

Vậy $\Delta BDF \backsim \Delta EDC$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

b) Xét ΔABC (vuông tại A) và ΔDEC (vuông tại D), ta có: $\widehat{C}$ chung.

Vậy $\Delta ABC \backsim \Delta DEC$ (một cặp góc nhọn bằng nhau). Suy ra: $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DC}$.

Mặt khác, vì AD là phân giác của góc BAC nên $\dfrac{AC}{DC} = \dfrac{AB}{BD}$.

Do đó $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AB}{BD}$. Suy ra $BD = DE$.

9.66. (H.9.53)

a) Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác vuông ABC vuông tại A, ta có:

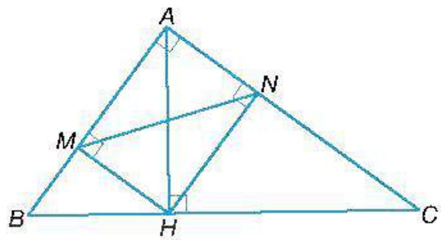
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25.$$

Suy ra BC = 5 cm. Mặt khác $AH \cdot BC = AB \cdot AC$ (hai lần diện tích ΔABC).

Do đó: $AH = \dfrac{AB \cdot AC}{BC} = \dfrac{3 \cdot 4}{5}$ = 2,4 (cm).

Hai tam giác ABC (vuông tại A) và HBA (vuông tại H) có: $\widehat{B}$ chung. Do đó $\Delta ABC \backsim \Delta HBA$. Suy ra $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{HB}{BA}$, hay

$BH = \dfrac{AB^2}{BC} = \dfrac{3 \cdot 3}{5}$ = 1,8 (cm).



Hình 9.53

Tương tự $CH = \dfrac{AC^2}{BC} = 3{,}2$ (cm).

b) Do tứ giác $AMHN$ là hình bình hành có một góc vuông nên là hình chữ nhật. Vì vậy ta có $\widehat{MHN} = 90^\circ$. Mặt khác, do HM // AC nên theo định lí Thalès ta có:

$$\frac{HM}{AC} = \frac{BH}{BC} = \frac{AB^2}{BC^2}. \text{ Suy ra } \frac{HM}{AB} = \frac{AB \cdot AC}{BC^2}.$$

Tương tự $\dfrac{HN}{AC} = \dfrac{AB \cdot AC}{BC^2}$.

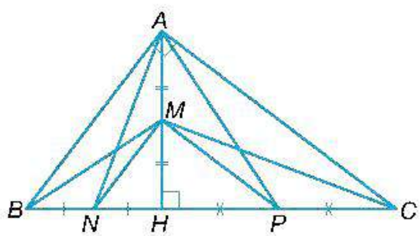
Vậy hai tam giác vuông HMN (vuông tại H) và ABC (vuông tại A) có $\dfrac{HM}{AB} = \dfrac{HN}{AC}$. Suy ra $\Delta HMN \backsim \Delta ABC$ (hai cặp cạnh góc vuông tỉ lệ).

9.67. (H.9.54)

a) Do MN, MP lần lượt là đường trung bình của tam giác HAB và HAC nên $\dfrac{MN}{AB} = \dfrac{MP}{AC} = \dfrac{1}{2}$.

Mặt khác $\dfrac{NP}{BC} = \dfrac{HN + HP}{HB + HC} = \dfrac{1}{2}$. Như vậy hai tam giác MNP và ABC có

$$\frac{MN}{AB} = \frac{MP}{AC} = \frac{NP}{BC} = \frac{1}{2}.$$



Hình 9.54

Do đó $\Delta MNP \backsim \Delta ABC$ (c.c.c) với tỉ số đồng dạng bằng $\frac{1}{2}$.

b) Hai tam giác vuông ABH (vuông tại H) và CAH (vuông tại H) có

$$\widehat{ABH} = 90^0 - \widehat{ACH} = \widehat{CAH}.$$

Do vậy $\Delta ABH \backsim \Delta CAH$ (một cặp góc nhọn bằng nhau). Suy ra

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BH}{AH} = \frac{BN}{AM}.$$

Hai tam giác ABN và CAM có: $\widehat{ABN} = \widehat{ABH} = \widehat{CAH} = \widehat{CAM}$ (theo chứng minh trên), $\frac{AB}{CA} = \frac{BN}{AM}$ (theo chứng minh trên). Vậy $\Delta ABN \backsim \Delta CAM$ (c.g.c).

Chứng minh tương tự ta cũng được $\Delta ACP \backsim \Delta BAM$.

c) Xét tam giác ANC, ta có $AM \perp CN$, $NM \perp AC$ (vì $MN \parallel AB$ mà $AB \perp AC$). Do vậy ba đường cao của tam giác ANC đồng quy tại M. Suy ra $CM \perp AN$.

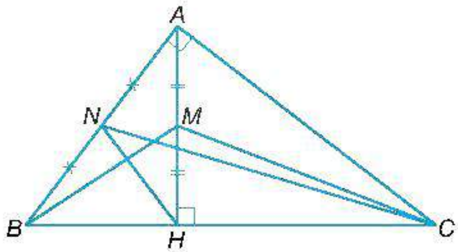
Chứng minh tương tự ta cũng được $BM \perp AP$.

9.68. (H.9.55)

Hai tam giác vuông CAH (vuông tại H) và CBA (vuông tại A) có góc C chung.

Do đó $\Delta CAH \backsim \Delta CBA$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

Suy ra $\frac{CA}{CB} = \frac{AH}{BA} = \frac{AM}{BN}$ và $\widehat{CAH} = \widehat{CBA}$.



Hình 9.55

Hai tam giác CAM và CBN có:

$\frac{CA}{CB} = \frac{AM}{BN}$ (theo chứng minh trên),

$\widehat{CAM} = \widehat{CAH} = \widehat{CBA} = \widehat{CBN}$ (theo chứng minh trên).

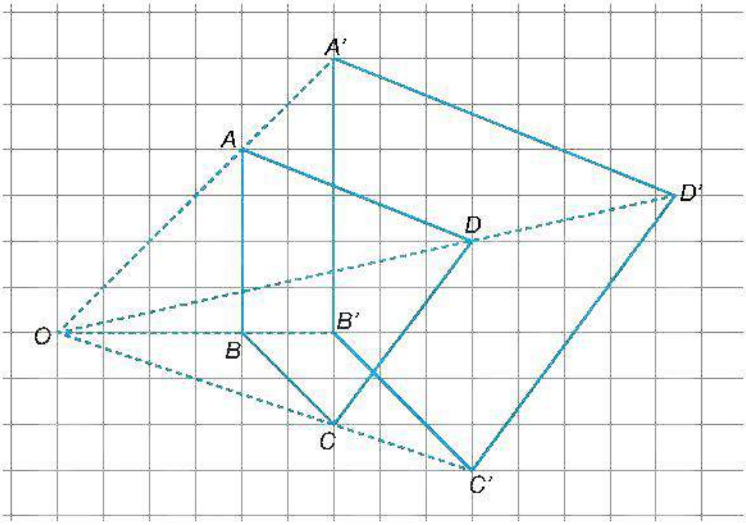
Vậy $\Delta CAM \backsim \Delta CBN$ (c.g.c).

Hai tam giác vuông CHM (vuông tại H) và CAN (vuông tại A) có:

$$\frac{HC}{AC} = \frac{HA}{AB} = \frac{HM}{AN} \text{ (vì } \Delta CAH \backsim \Delta CBA\text{)}.$$

Vậy $\Delta CHM \backsim \Delta CAN$ (hai cặp cạnh góc vuông tỉ lệ).

9.69. Trên các tia OA, OB, OC, OD lần lượt lấy các điểm A', B', C', D' sao cho $OA' = \frac{3}{2}OA$, $OB' = \frac{3}{2}OB$, $OC' = \frac{3}{2}OC$, $OD' = \frac{3}{2}OD$. Vẽ các đoạn thẳng $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$, $D'A'$ ta được tứ giác $A'B'C'D'$ là hình đồng dạng phối cảnh của tức giác $ABCD$ với tâm phối cảnh O và tỉ số đồng dạng bằng $\frac{3}{2}$ (H.9.56).



Hình 9.56

CHƯƠNG X. MỘT SỐ HÌNH KHỐI TRONG THỰC TIỄN

BÀI 38. HÌNH CHÓP TAM GIÁC ĐỀU

10.1. Đỉnh: D.

Các cạnh bên: DH, DK, DQ.

Các mặt bên: DHK, DHQ, DKQ.

Mặt đáy: HKQ.

Đường cao: DI.

Một trung đoạn: DE.

10.2. a) Các mặt bên là: SMN, SME, SNE.

Mặt đáy: MNE.

b) Độ dài các cạnh bên còn lại: $SN = SE = 10$ cm.

Độ dài các cạnh đáy còn lại: $ME = NE = 5$ cm.

10.3. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều là:

$$S_{xq} = \frac{1}{2}(30 + 30 + 30) \cdot 40 = 1\,800\ (\text{cm}^2) = 0{,}18\ \text{m}^2.$$

10.4. Thể tích của khối gỗ là: $V = \frac{1}{3} S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 43 \cdot 8 \approx 114{,}67\ (\text{cm}^3)$.

10.5. Hình chóp tam giác đều tạo thành có cạnh đáy bằng 4 cm, trung đoạn bằng $2\sqrt{3}$ cm nên diện tích xung quanh của nó là:

$$S_{xq} = \frac{1}{2}(4 + 4 + 4) \cdot 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\ (\text{cm}^2).$$

10.6. Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều là:

$$S_{xq} = \frac{1}{2}(4 + 4 + 4) \cdot 3{,}5 = 21\ (\text{cm}^2).$$

Diện tích mặt đáy của hình chóp tam giác đều là:

$$S_{đáy} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3{,}5 = 7\ (\text{cm}^2).$$

Diện tích giấy để làm vỏ bọc bằng diện tích toàn phần của hình chóp tam giác đều:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 21 + 7 = 28\ (\text{cm}^2).$$

10.7. ΔMNP là tam giác đều nên NE là trung tuyến đồng thời là đường cao.

$ME = EP = \frac{1}{2} MP = 4$ (cm).

ΔMNE vuông tại E nên $ME^2 + NE^2 = MN^2$ (định lí Pythagore)

hay $4^2 + NE^2 = 8^2$

do đó $NE^2 = 64 - 16 = 48$.

Vậy $NE = \sqrt{48} \approx 6{,}9$ (cm).

Diện tích ΔMNP là $S = \frac{1}{2} MP \cdot NE \approx \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6{,}9 = 27{,}6\ (\text{cm}^2)$.

Thể tích của hình chóp tam giác đều $S.MNP$ là:

$$V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 27{,}6 \cdot 6 = 55{,}2\ (\text{cm}^3).$$

BÀI 39. HÌNH CHÓP TỨ GIÁC ĐỀU

10.8. Đỉnh: *S*.

Các cạnh bên: *SP, SQ, SE, SF*.

Các mặt bên: *SPQ, SQE, SEF, SPF*.

Mặt đáy: *PQEF*.

Đường cao: *SH*.

Một trung đoạn: *SA*.

10.10. a) Các mặt bên: *SHK, SKI, SIJ, SJH*.

Mặt đáy: *HKIJ*.

b) Độ dài các cạnh bên còn lại là $SH = SK = SJ = 10$ cm.

Độ dài các cạnh đáy còn lại là $KI = IJ = JH = 8$ cm.

10.11. a) Diện tích xung quanh của hình chóp là:

$$S_{xq} = p.d = \frac{1}{2}.4.6.4 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

b) Diện tích đáy của hình chóp là $6^2 = 36$ (cm^2).

Diện tích toàn phần của hình chóp là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 48 + 36 = 84 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

10.12. Diện tích xung quanh của hình chóp là:

$$S_{xq} = p \cdot d = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \cdot 9 = 144 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích đáy của hình chóp là $S_{đáy} = 8^2 = 64$ (cm^2).

Diện tích toàn phần của hình chóp là:

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = 144 + 64 = 208 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

10.13. Thể tích của đèn lồng là $V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 20^2 \cdot 30 = 4\,000$ (cm^3).

10.14. Cạnh đáy của khối chóp là 32 : 4 = 8 (cm).

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 12 = 256$ (cm^3).

10.15. Ta có $IB = IC = \frac{BC}{2} = 2{,}5$ (cm).

Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác *SIC* vuông tại *I*, ta có:

$$SI^2 + IC^2 = SC^2$$

hay $SI^2 = 5^2 - 2,5^2 = 18,75.$

Do đó $SI = \sqrt{18,75} \approx 4,3$ (cm).

Diện tích xung quanh của hình chóp là:

$$S_{xq} = p.d \approx \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4,3 = 43 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

ÔN TẬP CHƯƠNG X

A. Câu hỏi (Trắc nghiệm)

1. B.	**2.** C.	**3.** C.	**4.** D.	**5.** D.
6. B.	**7.** C.	**8.** B.	**9.** C.	**10.** B.

B. Bài tập

10.16. ΔABC là tam giác đều nên CI là trung tuyến đồng thời là đường cao, ta có:

$$BI = IA = \frac{1}{2}AB = 3 \text{ (cm)}.$$

ΔACI vuông tại I nên $IA^2 + CI^2 = AC^2$ (định lí Pythagore)

hay $3^2 + CI^2 = 6^2$

do đó $CI^2 = 36 - 9 = 27.$

Vậy $CI = \sqrt{27} \approx 5,2$ (cm).

Diện tích ΔABC là $S = \frac{1}{2}AB \cdot CI \approx \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5,2 = 15,6 \text{ (cm}^2\text{)}.$

Thể tích của hình chóp tam giác đều $S.ABC$ là:

$$V = \frac{1}{3}S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 15,6 \cdot 8 = 41,6 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

10.17. Ta có $CH = HB = 6$ cm.

ΔACH vuông tại H nên $AH^2 + CH^2 = AC^2$ (định lí Pythagore),

hay $AH^2 + 6^2 = 10^2$

do đó $AH^2 = 100 - 36 = 64.$

Vậy $AH = 8$ (cm).

Diện tích xung quanh của hình chóp tam giác đều $A.BCD$ là:

$$S_{xq} = p \cdot d = \frac{12 \cdot 3}{2} \cdot 8 = 144 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

10.18. MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN = \frac{1}{2}AC$.

Tương tự $MQ = \frac{1}{2}BD$.

Diện tích hình vuông $MNPQ$ là:

$$S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = \frac{1}{2}AC \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}AC \cdot BD\right) = \frac{1}{2}S_{ABCD}.$$

Hai hình chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ có cùng chiều cao SO mà

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \text{ nên } V_{S.MNPQ} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = 72\ (\text{cm}^3).$$

10.19. Diện tích tích các mặt bên của lều là $S_1 = 4 \cdot 1{,}2^2 = 5{,}76\ (\text{m}^2)$.

Diện tích nóc lều là $S_2 = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}8\right) = 1{,}92\ (\text{m}^2)$.

Diện tích vải để phủ nóc và các mặt bên của lều là:

$$S = S_1 + S_2 = 5{,}76 + 1{,}92 = 7{,}68\ (\text{m}^2).$$

10.20. Diện tích cần sơn là $S = 2 \cdot p \cdot d = (4 \cdot 6) \cdot 4 = 96\ (\text{cm}^2)$.

BÀI TẬP ÔN TẬP CUỐI NĂM

ĐẠI SỐ

1. a) • Ta có $A = (-6x^2y^3 + x^3y^2 + 3x^2y - 2x^4y) : (-0{,}5x^2y) = 12y^2 - 2xy - 6 + 4x^2$.
Vậy A là đa thức bậc hai.
$B = (9y^2 + 4x^2 - 6) - A = (9y^2 + 4x^2 - 6) - (12y^2 - 2xy - 6 + 4x^2) = -3y^2 + 2xy$.
Vậy B là đa thức bậc hai.
b) Tại $x = 3$; $y = 2$ ta có $B = -3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 = 0$.

2. Từ giả thiết $A : B = C$, suy ra $A = B \cdot C$. Ta có:

$$B \cdot C = (9x^2y^4 + \frac{3}{2}xy^3 + \frac{1}{4}y^2)(3xy^2 - \frac{1}{2}y)$$

$$= 9x^2y^4(3xy^2 - \frac{1}{2}y) + \frac{3}{2}xy^3(3xy^2 - \frac{1}{2}y) + \frac{1}{4}y^2(3xy^2 - \frac{1}{2}y)$$

$$= 27x^3y^6 - \frac{9}{2}x^2y^5 + \frac{9}{2}x^2y^5 - \frac{3}{4}xy^4 + \frac{3}{4}xy^4 - \frac{1}{8}y^3$$

$$= 27x^3y^6 - \frac{1}{8}y^3 = A.$$

3. Ta có: $M=(3x-2)^2-(3x+2)^2+(x+2)^3+(x-2)^3-2x^3$

$$=\left(9x^2-12x+4\right)-\left(9x^2+12x+4\right)+\left(x^3+6x^2+12x+8\right)$$
$$+\left(x^3-6x^2+12x-8\right)-2x^3=0.$$

Vậy giá trị của biểu thức M không phụ thuộc vào biến x.

4. a) $x^3+y^3+5x+5y=(x+y)\left(x^2-xy+y^2\right)+5(x+y)$

$$=(x+y)\left(x^2-xy+y^2+5\right).$$

b) $16x^2+8xy+y^2-4x^2=8x(2x+y)+(y-2x)(y+2x)$

$$=(2x+y)(8x+y-2x)=(2x+y)(6x+y).$$

5. a) $\dfrac{2x+4}{x+3}+\dfrac{3}{x}-\dfrac{6}{x^2+3x}=\dfrac{(2x+4)x}{(x+3)x}+\dfrac{3(x+3)}{x(x+3)}-\dfrac{6}{x(x+3)}$

$$=\frac{\left(2x^2+4x\right)+(3x+9)-6}{x(x+3)}=\frac{2x^2+7x+3}{x(x+3)}$$

$$=\frac{\left(2x^2+6x\right)+(x+3)}{x(x+3)}=\frac{(x+3)(2x+1)}{x(x+3)}=\frac{2x+1}{x}.$$

b) $\dfrac{x^2-3x-4}{x^2+x}:\dfrac{x^2-x-12}{x^2-x}=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2+x}\cdot\dfrac{x^2-x}{x^2-x-12}$

$$=\frac{(x-4)(x+1)}{x(x+1)}\cdot\frac{x(x-1)}{(x+3)(x-4)}=\frac{x-1}{x+3}.$$

6. a) Điều kiện xác định của phân thức: $x^2-4\neq 0$, hay $x^2\neq 4$, tức là $x\neq \pm 2$.

b) Ta có: $P=\dfrac{x^3+8}{x^2-4}=\dfrac{(x+2)\left(x^2-2x+4\right)}{(x-2)(x+2)}$

$$=\frac{x^2-2x+4}{x-2}=\frac{x(x-2)+4}{x-2}=x+\frac{4}{x-2}.$$

c) Ta có: $P=x+\dfrac{4}{x-2}$.

Khi x nguyên để P nhận giá trị nguyên thì $x-2$ phải là ước của 4, tức là $x-2\in\{-1; 1; 2; -2; 4; -4\}$. Suy ra $x\in\{1; 3; 4; 0; 6; -2\}$.

Đối chiếu với điều kiện $x\neq\pm 2$ ở câu a), giá trị $x=-2$ bị loại vì không thoả mãn điều kiện xác định.

Với các giá trị còn lại của x, thay vào biểu thức của P đã rút gọn ở câu b) để thử trực tiếp.

Đáp số: $x \in \{1; 3; 4; 0; 6\}$.

7. Đổi 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ.

Gọi x (km) là chiều dài quãng đường AB. Điều kiện: $x > 0$.

Khi đó chiều dài quãng đường BC là $(x + 60)$ (km).

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{x+60}{50} - \frac{x}{60} = 1{,}5$.

Giải phương trình này ta được $x = 90$ (thoả mãn điều kiện của ẩn).

Khi đó quãng đường BC là $90 + 60 = 150$ (km).

Vậy quãng đường AC là $90 + 150 = 240$ (km).

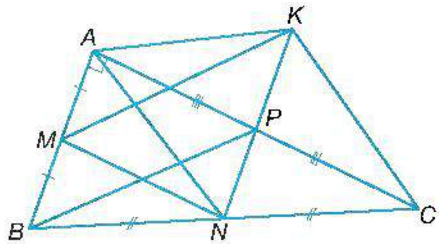
8. a) Hàm số đã cho là hàm số bậc nhất khi $3m + 1 \neq 0$, tức là $m \neq -\frac{1}{3}$.

b) Đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng song song với đường thẳng $y = -2x + 5$ khi $3m + 1 = -2$ và $-2m \neq 5$, tức là khi $m = -1$.

c) Với $m = -1$ ta có hàm số bậc nhất $y = -2x + 2$. HS tự vẽ đồ thị của hàm số này.

9. (H.1) a) Ta có MN là đường trung bình của ΔABC nên MN // AC. Tương tự, NP // AB. Tứ giác $AMNP$ có hai cặp cạnh đối song song nên $AMNP$ là hình bình hành.

Mặt khác, do $\widehat{MAP} = 90^0$ nên $AMNP$ là hình chữ nhật.



Hình 1

b) Vì NP // BM nên PK // BM. Mặt khác, MK // BP (giả thiết). Do đó $BMKP$ là hình bình hành.

c) Ta có NP là đường trung bình của tam giác ABC. Do đó $NP = \frac{1}{2}AB = BM$.

Suy ra $NP = PK$ (vì $PK = BM$ do $BMKP$ là hình bình hành).

Do NP // AB, mà $AB \perp AC$ nên $NP \perp AC$ tại P. Từ đây ta có thể chứng minh $ANCK$ là hình thoi.

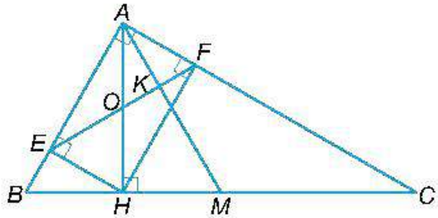
d) Để $ANCK$ là hình vuông thì điều kiện là $AC = NK$. Mà $NK = 2NP = 2BM = AB$, nên $ANCK$ là hình vuông khi $AC = AB$ hay tam giác ABC vuông cân đỉnh A.

10. (H.2) a) Tứ giác $AEHF$ có ba góc vuông nên là hình chữ nhật. Do đó $EF = AH$.

b) Gọi O là giao điểm của hai đường chéo EF và AH của hình chữ nhật $AEHF$.

Ta có: $OA = OH = OE = OF$.

Do đó: $\widehat{AEO} = \widehat{EAO}$ (1).



Hình 2

Tam giác vuông ABC có AM là trung tuyến ứng với cạnh huyền nên $MA = MB = MC$.

Do đó, tam giác AMC cân, suy ra $\widehat{CAM} = \widehat{ACM}$ (2).

Ta cũng có $\widehat{EAO} = \widehat{ACB}$ (3) (vì cùng phụ với góc B của tam giác ABC).

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{AEO} = \widehat{ACB}$.

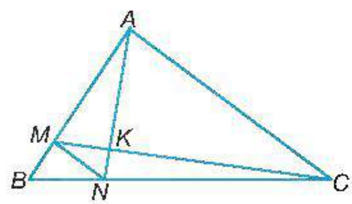
Gọi K là giao điểm của AM và EF, ta có:

$\widehat{AFE} + \widehat{AEF} = 90^0$ nên $\widehat{AFE} + \widehat{CAM} = 90^0$. Suy ra $\widehat{AKF} = 90^0$, hay $AM \perp EF$.

11. (H.3) a) $\dfrac{MB}{MA} = \dfrac{NB}{NC} = \dfrac{1}{3}$ nên $MN \,//\, AC$. Do đó $\dfrac{MN}{AC} = \dfrac{MB}{AB} = \dfrac{1}{4}$. Vậy $MN = \dfrac{1}{4}AC$.

b) Vì $MN \,//\, AC$ nên $\dfrac{KN}{KA} = \dfrac{KM}{KC} = \dfrac{MN}{AC} = \dfrac{1}{4}$.

c) Nếu $MN \,//\, AC$ thì $\dfrac{NB}{NC} = \dfrac{MB}{MA}$. (1)



Hình 3

AN là phân giác của góc A nên $\dfrac{NB}{NC} = \dfrac{AB}{AC}$. (2)

CM là phân giác của góc C nên $\dfrac{MB}{MA} = \dfrac{BC}{AC}$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BC}{AC}$, tức là $AB = BC$.

Vậy tam giác ABC cân tại B.

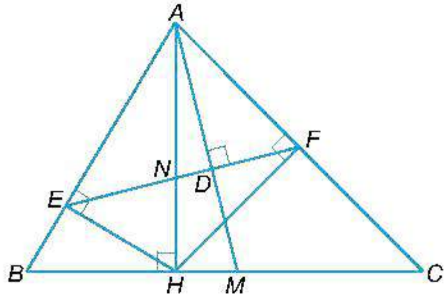
Đảo lại, nếu tam giác ABC cân tại B, AN là phân giác của góc A, CM là phân giác của góc C thì dễ thấy $MN \,//\, AC$.

Vậy trong trường hợp này, để $MN \,//\, AC$ thì điều kiện là tam giác ABC cân tại B.

12. (H.4) a) Hai tam giác vuông AHE (vuông tại E) và ABH (vuông tại H) có: $\widehat{HAE} = \widehat{BAH}$ (góc chung).

Do đó $\Delta AHE \backsim \Delta ABH$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

Suy ra $\frac{AH}{AE} = \frac{AB}{AH}$, hay $AE \cdot AB = AH^2$.



Hình 4

Hai tam giác vuông AHF (vuông tại F) và ACH (vuông tại H) có: $\widehat{HAF} = \widehat{CAH}$ (góc chung). Do đó $\Delta AHF \backsim \Delta ACH$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

Suy ra $\frac{AH}{AF} = \frac{AC}{AH}$, hay $AF \cdot AC = AH^2$.

Từ đó suy ra $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.

b) Từ $AE \cdot AB = AF \cdot AC$ ta suy ra $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$.

Hai tam giác AEF và ACB có: $\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$ (theo chứng minh trên), $\widehat{EAF} = \widehat{CAB}$ (góc chung). Do đó $\Delta AEF \backsim \Delta ACB$ (c.g.c). Suy ra $\widehat{AEF} = \widehat{ACB}$ và $\widehat{AFE} = \widehat{ABC}$.

Hai tam giác vuông ADE (vuông tại D) và AHC (vuông tại H) có: $\widehat{AED} = \widehat{AEF} = \widehat{ACB} = \widehat{ACH}$ (theo chứng minh trên). Vậy $\Delta ADE \backsim \Delta AHC$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

Từ $\Delta ADE \backsim \Delta AHC$ ta suy ra $\widehat{EAD} = \widehat{CAH}$. Do đó $\widehat{NAF} = \widehat{CAH} = \widehat{EAD} = \widehat{MAB}$.

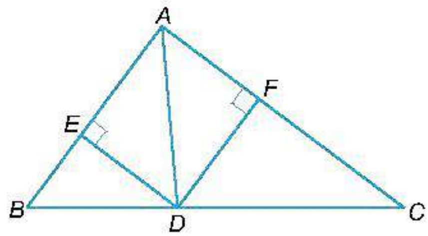
Hai tam giác ANF và AMB có: $\widehat{NAF} = \widehat{MAB}$ (theo chứng minh trên), $\widehat{AFN} = \widehat{AFE} = \widehat{ABC} = \widehat{ABM}$ (theo chứng minh trên).

Do đó $\Delta ANF \backsim \Delta AMB$ (g.g).

13. (H.5) a) Ta thấy:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 25$.

Do đó, theo định lí Pythagore đảo thì tam giác ABC vuông tại A. Hai tam giác vuông BDE (vuông tại E) và DCF (vuông tại F) có:



Hình 5

$\widehat{EBD} = \widehat{CBA} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{FCD} = \widehat{FDC}$.

Do đó $\Delta BDE \backsim \Delta DCF$ (một cặp góc nhọn bằng nhau).

b) Do $DE \parallel AC$ (vì cùng vuông góc với AB) nên $\Delta BDE \backsim \Delta BCA$.

Do đó $\dfrac{DE}{CA} = \dfrac{BD}{BC} = \dfrac{2}{5}$. Suy ra $DE = \dfrac{2}{5}AC = \dfrac{8}{5}$ (cm).

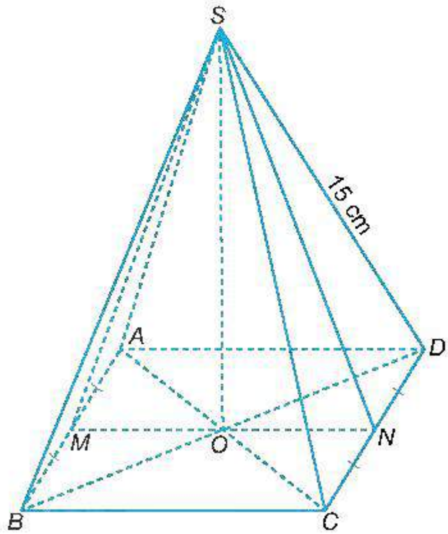
Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác BDE vuông tại E, ta được $BE^2 = BD^2 - DE^2 = \dfrac{36}{25}$. Do đó $BE = \dfrac{6}{5}$ cm.

Tiếp tục áp dụng định lí Pythagore cho tam giác ADE vuông tại E, ta được:

$$AD^2 = DE^2 + AE^2 = \frac{64}{25} + \frac{81}{25} = \frac{29}{5}.$$

Suy ra $AD = \sqrt{\dfrac{29}{5}}$ cm.

14. (H.6) a) Vì các mặt bên của hình chóp tứ giác đều là các tam giác cân bằng nhau nên các đường trung tuyến tương ứng của chúng bằng nhau, tức là $SM = SN$. Tam giác SMN là tam giác cân đỉnh S và O là trung điểm của MN nên $SO \perp MN$.



Hình 6

Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác vuông ABC (vuông tại B), ta có:

$$OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{10^2 + 10^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{200} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}.$$

Áp dụng định lí Pythagore cho tam giác vuông SOA (vuông tại O), ta có:

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{15^2 - \left(5\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{175} = 5\sqrt{7} \text{ (cm)}.$$

b) Thể tích của hình chóp đều $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 5\sqrt{7} \cdot 10^2 = \frac{500\sqrt{7}}{3} \left(\text{cm}^3\right).$$

c) Áp dụng định lí Pythagore, ta có:

$$SM = \sqrt{SA^2 - AM^2} = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}.$$

Nửa chu vi đáy $ABCD$ là p = 20 (cm).

Diện tích xung quanh của hình chóp là

$$S_{xq} = SM \cdot p = 10\sqrt{2} \cdot 20 = 200\sqrt{2}\ \left(\text{cm}^2\right).$$

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = 10^2 = 100\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Vậy diện tích toàn phần của hình chóp $S.ABCD$ là

$$S_{tp} = S_{xq} + S_{ABCD} = 200\sqrt{2} + 100 = 100\left(2\sqrt{2} + 1\right)\ \left(\text{cm}^2\right).$$

15. a) Dữ liệu thu được là dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.

b) Dùng biểu đồ cột để biểu diễn (HS tự vẽ).

c) Số người chọn qua Mạng xã hội là: 1 200 · 73% = 876; Số người chọn qua Internet là: 1 200 · 69% = 828; Số người chọn qua ti vi là: 1 200 · 59% = 708; Số người chọn qua Bạn bè là: 1 200 · 50% = 600; Số người chọn qua Báo chí là: 1 200 · 43% = 516; Số người chọn qua Gia đình là: 1 200 · 39% = 468; Số người chọn qua Đài phát thanh là: 1 200 · 25% = 300; Số người chọn qua Giáo viên là: 1 200 · 16% = 192; Số người chọn Thành viên cộng đồng là: 1 200 · 16% = 192.

Tổng số lựa chọn là:

T = 876 + 828 + 708 + 600 + 516 + 468 + 300 + 192 + 192 = 4 680.

Ta có T > 1 200 vì một người có thể đưa ra nhiều lựa chọn.

16. a) Có 24 viên bi giống hệt nhau chỉ khác màu với bốn màu: màu đỏ, màu xanh, màu vàng, màu đen. Do đó, có bốn kết quả có thể là: Rút được viên bi màu đỏ; Rút được viên bi màu xanh; Rút được viên bi màu vàng và Rút được viên bi màu đen.

b) Gọi A là biến cố "Rút được viên bi màu đỏ". Do Mai rút ngẫu nhiên một viên bi từ trong hộp có 24 viên bi nên có 24 kết quả đồng khả năng. Có 9 viên bi màu đỏ nên có 9 kết quả thuận lợi cho A. Vậy $P(A) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$.

Gọi B là biến cố "Rút được viên bi màu xanh", C là biến cố "Rút được viên bi màu vàng", D là biến cố "Rút được viên bi màu đen".

Lập luận tương tự như trên, ta có:

$$P(B) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4};\ P(C) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6};\ P(D) = \frac{5}{24}.$$

c) Gọi E là biến cố "Rút được viên bi màu đỏ hoặc màu vàng". Có 9 + 4 = 13 viên bi màu đỏ hoặc màu vàng nên có 13 kết quả thuận lợi cho E. Vậy $P(E) = \frac{13}{24}$.

d) Gọi F là biến cố "Rút được viên bi không có màu đen". Có 9 + 6 + 4 = 19 viên bi không có màu đen. Vậy $P(F) = \frac{19}{24}$.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

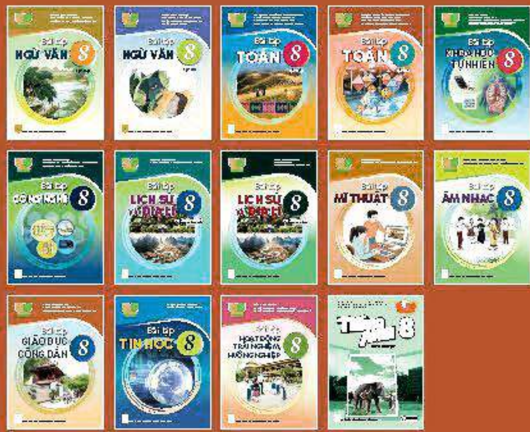
Biên tập nội dung: HOÀNG THỊ THANH – NGUYỄN TRỌNG THIỆP
Thiết kế sách: NGUYỄN THÀNH TRUNG
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA
Sửa bản in: PHẠM THỊ TÌNH
Chế bản: CTCP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

BÀI TẬP TOÁN 8 - TẬP HAI

Mã số: G1BH8T002H23

In .... cuốn (QĐ .... SLK), khổ 17 x 24cm.
In tại Công ty cổ phần in ....
Số ĐKXB: 8-2023/CXBIPH/16-2097/GD
Số QĐXB: .... / QĐ-GD ngày ... tháng ... năm ......
In xong và nộp lưu chiểu tháng .... năm ......
Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-34959-0
Tập hai: 978-604-0-34960-6

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH



BỘ SÁCH BÀI TẬP LỚP 8 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Bài tập Ngữ văn 8, tập một
2. Bài tập Ngữ văn 8, tập hai
3. Bài tập Toán 8, tập một
4. Bài tập Toán 8, tập hai
5. Bài tập Khoa học tự nhiên 8
6. Bài tập Công nghệ 8
7. Bài tập Lịch sử và Địa lí 8, phần Lịch sử
8. Bài tập Lịch sử và Địa lí 8, phần Địa lí
9. Bài tập Mĩ thuật 8
10. Bài tập Âm nhạc 8
11. Bài tập Giáo dục công dân 8
12. Bài tập Tin học 8
13. Bài tập Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 8
14. Tiếng Anh 8 – Global Success – Sách bài tập

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-34960-6

9 786040 349606

Giá: .... đ