KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

CUNG THẾ ANH – NGUYỄN HUY ĐOAN (đồng Chủ biên)
NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG
SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài tập TOÁN 8

TẬP MỘT

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh yêu quý!

Sách BÀI TẬP TOÁN 8 (Kết nối tri thức với cuộc sống) gồm hai tập, là tài liệu bổ trợ cho sách giáo khoa TOÁN 8 bộ ***Kết nối tri thức với cuộc sống*** và được viết bởi cùng một đội ngũ tác giả.

Sách BÀI TẬP TOÁN 8 được viết theo đúng cấu trúc chương, bài như trong sách giáo khoa nhằm cung cấp cho các em một hệ thống bài tập phong phú, bổ trợ cho sách giáo khoa.

Mỗi bài học đều có phần tóm tắt các kiến thức cần nhớ, các kĩ năng giải toán cùng một vài ví dụ minh hoạ và phần đề bài tập. Cuối mỗi chương đều có phần câu hỏi (trắc nghiệm) và bài tập ôn tập chương. Cuối sách là phần lời giải, hướng dẫn, đáp số cho các bài tập.

BÀI TẬP TOÁN 8 vẫn bám sát các yêu cầu của chương trình, đồng thời làm đa dạng thêm các loại bài tập thích hợp với mỗi nội dung trong sách giáo khoa.

BÀI TẬP TOÁN 8 có những bài tập giúp các em củng cố, phát triển và nâng cao kiến thức đã học.

Một số bài tập trong BÀI TẬP TOÁN 8 còn cung cấp thêm cho các em những hiểu biết mới, phù hợp với kiến thức của các em, về một vài vấn đề mà các em có thể gặp trong nhiều tài liệu tham khảo toán học.

Với cấu trúc và định hướng như trên, BÀI TẬP TOÁN 8 sẽ là một tài liệu không thể thiếu cho tất cả các em học sinh sử dụng sách giáo khoa TOÁN 8 thuộc bộ sách ***Kết nối tri thức với cuộc sống.*** Chắc chắn BÀI TẬP TOÁN 8 cũng rất hữu ích cho mọi học sinh lớp 8, dù học theo bất cứ sách giáo khoa nào.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam và tập thể các tác giả chân thành cảm ơn tất cả các giáo viên, học sinh, phụ huynh học sinh và mong nhận được những ý kiến góp ý để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

Mọi góp ý xin gửi về Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 81 Trần Hưng Đạo, Hoàn Kiếm, Hà Nội.

MỤC LỤC

CHƯƠNG I ĐA THỨC

BÀI 1 ĐƠN THỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc có dạng tích của những số và biến.

2. Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm một số, hoặc có dạng tích của một số với những biến, mỗi biến chỉ xuất hiện một lần và đã được nâng lên luỹ thừa với số mũ nguyên dương.

– Phần số trong một *đơn thức thu gọn* gọi là hệ số; phần còn lại là phần biến của đơn thức đó.

– *Tổng số mũ* của các biến trong một *đơn thức thu gọn* với hệ số khác 0 gọi là bậc của đơn thức đó.

3. Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức (thu gọn) với hệ số khác 0 và có phần biến giống nhau.

4. Muốn cộng (hay trừ) hai đơn thức đồng dạng, ta cộng (hay trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết các khái niệm: đơn thức, đơn thức thu gọn, phần biến và hệ số của đơn thức thu gọn, bậc của đơn thức, hai đơn thức đồng dạng.

– Thu gọn một đơn thức.

– Cộng hay trừ hai đơn thức đồng dạng.

Ví dụ 1 Trong các biểu thức $A = 4xy^2\left(-\frac{1}{2}\right)xy$; $B = \frac{2xy^2+1}{5}$; $C = x^2\left(1-\sqrt{3}\right)xy^3$, biểu thức nào là đơn thức? Nếu là đơn thức, hãy thu gọn rồi tìm hệ số, xác định phần biến và bậc của đơn thức đó.

Giải

- Biểu thức B không phải là đơn thức vì có chứa phép cộng $2xy^2 + 1$.
- Biểu thức A là một đơn thức. Ta thu gọn đơn thức này:

$$A = 4xy^2\left(-\frac{1}{2}\right)xy = 4\left(-\frac{1}{2}\right)xy^2xy = -2xxy^2y = -2x^2y^3.$$

Vậy A là đơn thức với hệ số bằng -2, phần biến là x^2y^3 và có bậc bằng $2 + 3 = 5$.

- Biểu thức C cũng là một đơn thức. Ta thu gọn đơn thức này:

$$C = x^2(1-\sqrt{3})xy^3 = (1-\sqrt{3})x^2xy^3 = (1-\sqrt{3})x^3y^3.$$

Vậy C là đơn thức với hệ số bằng $1-\sqrt{3}$, phần biến là x^3y^3 và có bậc bằng $3 + 3 = 6$.

Ví dụ 2 Cho 7 đơn thức sau:

$$3x^2y;\quad -\sqrt{5}\,xy^2;\quad -3xyz^2;\quad (1+\sqrt{5})xy^2;\quad 3xyz^2;\quad x^2y;\quad -6x^2y.$$

a) Hãy xếp các đơn thức đã cho vào các nhóm sao cho:

- Mỗi nhóm gồm các đơn thức đồng dạng với nhau.
- Nếu hai đơn thức không đồng dạng thì nằm ở hai nhóm khác nhau.

b) Tính tổng các đơn thức trong cùng một nhóm.

Giải

a) Ta chỉ cần để ý phần biến của các đơn thức đã cho. Phần biến của chúng có 3 dạng khác nhau, ứng với ba nhóm:

- Nhóm 1 (ứng với phần biến có dạng x^2y), gồm các đơn thức: $3x^2y$; x^2y và $-6x^2y$.
- Nhóm 2 (ứng với phần biến có dạng xy^2), gồm các đơn thức: $-\sqrt{5}\,xy^2$ và $(1+\sqrt{5})xy^2$.
- Nhóm 3 (ứng với phần biến có dạng xyz^2), gồm các đơn thức: $-3xyz^2$ và $3xyz^2$.

b) Tổng các đơn thức trong nhóm 1 là:

$$3x^2y + x^2y + (-6x^2y) = (3 + 1 - 6)x^2y = -2x^2y.$$

Tổng các đơn thức trong nhóm 2 là:

$$-\sqrt{5}\,xy^2 + (1+\sqrt{5})xy^2 = (-\sqrt{5} + 1 + \sqrt{5})xy^2 = xy^2.$$

Tổng các đơn thức trong nhóm 3 là:

$$-3xyz^2 + 3xyz^2 = (-3+3)xyz^2 = 0.$$

BÀI TẬP

1.1. Cho các biểu thức sau:

$-xy2y$; $(1+\sqrt{2})x^2y$; $x+1$; $(1-\sqrt{2})xyx$; $1{,}5xy^2$; $\dfrac{x}{y}$; $(-x)0{,}5y^2$.

a) Trong các biểu thức đã cho, những biểu thức nào là đơn thức?

b) Tìm các đơn thức thu gọn trong các đơn thức trên và thu gọn các đơn thức còn lại.

c) Hãy chia các đơn thức (đã thu gọn) trong bài thành các nhóm sao cho các đơn thức đồng dạng thì thuộc cùng một nhóm và hai đơn thức không đồng dạng thì nằm ở hai nhóm khác nhau. Tính tổng của các đơn thức trong mỗi nhóm.

1.2. Thu gọn rồi tìm hệ số và bậc của mỗi đơn thức sau:

$3xy^2x^2\sqrt{5}$; $-7{,}5xz(-2)yz$; $x(1+\pi)xy$; $\dfrac{yx^2}{3}yz^2$.

1.3. Thu gọn rồi tính giá trị của mỗi đơn thức sau tại giá trị đã cho của các biến:

a) $M = \dfrac{1}{2}x^2y(-4)y$ khi $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$;

b) $N = xy\sqrt{5}\,x^2$ khi $x = -2$, $y = \sqrt{5}$.

1.4. Cho đơn thức $M = -\dfrac{3}{5}x^2yz^3$.

a) Tìm đơn thức đồng dạng với M và có hệ số bằng $1+\sqrt{3}$;

b) Tìm đơn thức với ba biến x, y, z cùng bậc với M, có hệ số bằng $1-\sqrt{3}$, biết rằng số mũ của y và z lần lượt là 1 và 2.

1.5. a) Tìm đơn thức A biết rằng $A - xy^2z = 4xy^2z$.

b) Tìm đơn thức B biết rằng $2x^2yz - B = 3x^2yz$.

1.6. Tính giá trị của tổng bốn đơn thức sau đây khi $x = -6$, $y = 15$:

$11x^2y^3$; $-\dfrac{3}{7}x^2y^3$; $-12x^2y^3$; $\dfrac{10}{7}x^2y^3$.

BÀI 2 ĐA THỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Đa thức là tổng của những đơn thức; mỗi đơn thức trong tổng gọi là một hạng tử của đa thức đó.

– Mỗi đơn thức cũng là một đa thức.

2. Đa thức thu gọn là đa thức không có hai hạng tử nào đồng dạng.

3. Bậc của một đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.

– Một số khác 0 là đa thức bậc 0.

– Số 0 là một đa thức, gọi là đa thức không. Nó không có bậc xác định.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết các khái niệm: Đa thức, hạng tử của đa thức, đa thức thu gọn, bậc của một đa thức.

– Thu gọn một đa thức.

– Tìm bậc của một đa thức.

Ví dụ Cho đa thức $P = 8x^2y^3 - 2xy^2 + 2xy - 5x^2y^3 + xy^2 - 3x^2y^3 - 6xy$.

a) Tìm bậc của đa thức P.

b) Với giá trị nào của x thì giá trị của P luôn bằng 0 dù y lấy bất cứ giá trị nào?

c) Với giá trị nào của y thì giá trị của P luôn bằng 0 dù x lấy bất cứ giá trị nào?

Giải

a) Trước hết ta thu gọn đa thức P:

$P = 8x^2y^3 - 2xy^2 + 2xy - 5x^2y^3 + xy^2 - 3x^2y^3 - 6xy$

$= (8x^2y^3 - 5x^2y^3 - 3x^2y^3) + (-2xy^2 + xy^2) + (2xy - 6xy) = -xy^2 - 4xy.$

Số hạng có bậc cao nhất là $-xy^2$. Vậy bậc của đa thức P là 3.

b) Ta có $P = -xy^2 - 4xy = -x(y^2 + 4y)$. Từ đó dễ thấy rằng khi $x = 0$, ta luôn có $P = 0$, dù y lấy bất cứ giá trị nào.

c) Ta có $P = -xy^2 - 4xy = -xy(y + 4)$. Từ đó dễ thấy rằng khi $y = 0$ hoặc $y = -4$, ta luôn có $P = 0$, dù x lấy bất cứ giá trị nào.

BÀI TẬP

1.7. Những biểu thức nào sau đây là đa thức:

$3x^2y - \dfrac{1}{\sqrt{2}}xy^2 + 0{,}7xy - 1$; $\quad xy + \dfrac{x}{y}$; $\quad \pi$; $\quad \dfrac{1}{x^2 + y}$; $\quad -0{,}5 + x$.

1.8. Cho đa thức $M = x^3 - 2xy + 3xyz - 4xy^2 + 5x^2y - 6xyz + 7xy^2 - 8xy$.

a) Thu gọn đa thức M.

b) Tìm các hạng tử bậc 3 trong dạng thu gọn của M.

1.9. Viết đa thức P thu gọn với hai biến x và y thoả mãn điều kiện: P có 3 hạng tử; tất cả các hạng tử của P đều có hệ số bằng 1 và có bậc 2.

1.10. Viết đa thức Q thu gọn với ba biến x, y, z và thoả mãn điều kiện: Q có 10 hạng tử; tất cả các hạng tử của Q đều có hệ số bằng 1 và có bậc 3.

1.11. Cho đa thức $N = 1{,}5x^3y^2 - 3xyz + 2x^2y - 1{,}5x^3y^2 + xy^2z + 2{,}5xyz$.

a) Tìm bậc của N.

b) Tính giá trị của N tại $x = 2$; $y = -2$; $z = 3$.

1.12. Tìm bậc của mỗi đa thức sau:

a) $5x^4 - 3x^3y + 2xy^3 - x^3y + 2y^4 - 6x^2y^2 - 2xy^3$;

b) $0{,}75yz^3 - \sqrt{3}y^2z^3 + 0{,}25y^4 + \sqrt{3}y^2z^3 + 0{,}25z^3y - 5$.

BÀI 3 PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Quy tắc: Muốn *cộng (hay trừ) hai đa thức*, ta nối hai đa thức ấy bởi dấu "+" (hay dấu "–") rồi bỏ dấu ngoặc (nếu có) và thu gọn đa thức nhận được.

2. Phép cộng đa thức có các tính chất tương tự như phép cộng các số:

$A + B = B + A$ (giao hoán);

$(A + B) + C = A + (B + C)$ (kết hợp).

3. Cộng nhiều đa thức:

$$A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C).$$

4. Liên hệ giữa phép cộng và phép trừ:

Nếu $A - B = C$ thì $A = B + C$; ngược lại, nếu $A = B + C$ thì $A - B = C$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Cộng hay trừ hai hay nhiều đa thức.

– Biến đổi các biểu thức đại số có sử dụng phép cộng hay phép trừ đa thức.

Ví dụ Cho đa thức $A = 2x^3 + 4x^2y - 3y^3 + x^2 - 5y^2 + 7$ và đa thức $B = 2x^3 + y^3 - 1$. Tìm đa thức C sao cho $A + C = B$.

Giải

Để có $A + C = B$, ta cần có $C = B - A$, tức là

$C = (2x^3 + y^3 - 1) - (2x^3 + 4x^2y - 3y^3 + x^2 - 5y^2 + 7)$

$= 2x^3 + y^3 - 1 - 2x^3 - 4x^2y + 3y^3 - x^2 + 5y^2 - 7$

$= (2x^3 - 2x^3) + (y^3 + 3y^3) - 4x^2y - x^2 + 5y^2 - (1 + 7)$

$= 4y^3 - 4x^2y - x^2 + 5y^2 - 8.$

BÀI TẬP

1.13. Tìm tổng $P + Q$ và và hiệu $P - Q$ của hai đa thức:

$$P = 4x^2y^2 - 3xy^3 + 5x^3y - xy + 2x - 3;$$

$$Q = -4x^2y^2 - 4xy^3 - x^3y + xy + y + 1.$$

1.14. Cho hai đa thức:

$$M = 3x^2y^2 - 0{,}8xy^2 + 2y^2 - 1;$$

$$N = -3x^2y^2 - 0{,}2xy^2 + 2.$$

Hãy so sánh bậc của đa thức M và đa thức $M + N$.

1.15. Tìm đa thức U sao cho

$$U - 3x^2y + 2xy^2 - 5y^3 = 2xy^2 - xy + 1.$$

1.16. Tìm đa thức V sao cho

$$V + 4y^3 - 2xy^2 + x^2y - 9 = 4y^3 - 3.$$

1.17. Cho ba đa thức:

$$M = 3x^3 - 5x^2y + 5x - 3y;$$

$$N = 4xy - 4x + y;$$

$$P = 3x^3 + x^2y + x + 1.$$

Tính $M + N - P$ và $M - N - P$.

BÀI 4 PHÉP NHÂN ĐA THỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Quy tắc nhân:

• Muốn *nhân hai đơn thức*, ta nối hai đơn thức ấy bởi dấu nhân rồi bỏ dấu ngoặc (nếu có) và thu gọn đơn thức nhận được.

• Muốn *nhân một đơn thức với một đa thức*, ta nhân đơn thức với từng hạng tử của đa thức rồi cộng các tích với nhau.

• Muốn *nhân một đa thức với một đa thức*, ta nhân mỗi hạng tử của đa thức này với từng hạng tử của đa thức kia rồi cộng các tích với nhau.

2. Phép nhân đa thức có các tính chất tương tự phép nhân các số:

$A \cdot B = B \cdot A$ (giao hoán); $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ (kết hợp);

$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$ (phân phối đối với phép cộng).

3. Nhân nhiều đa thức: $A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhân đơn thức với đa thức; nhân đa thức với đa thức.

– Biến đổi các biểu thức đại số có sử dụng phép nhân đa thức.

Ví dụ 1 Thực hiện phép nhân:

a) $30x^2y^2\left(-\dfrac{3}{5}x^2 + \dfrac{2}{3}xy - \dfrac{5}{6}y^2\right)$;

b) $(3x^3 + 2x^2y - 5xy^2 - y^3)(x^2 - 4xy + 2y^2)$.

Giải

a) $30x^2y^2\left(-\frac{3}{5}x^2+\frac{2}{3}xy-\frac{5}{6}y^2\right)=30x^2y^2\left(-\frac{3}{5}x^2\right)+30x^2y^2\cdot\frac{2}{3}xy+30x^2y^2\left(-\frac{5}{6}y^2\right)$

$$= -18x^4y^2 + 20x^3y^3 - 25x^2y^4.$$

b) $(3x^3 + 2x^2y - 5xy^2 - y^3)(x^2 - 4xy + 2y^2)$

$= 3x^3(x^2 - 4xy + 2y^2) + 2x^2y(x^2 - 4xy + 2y^2) - 5xy^2(x^2 - 4xy + 2y^2) - y^3(x^2 - 4xy + 2y^2)$

$= 3x^5 - 12x^4y + 6x^3y^2 + 2x^4y - 8x^3y^2 + 4x^2y^3 - 5x^3y^2 + 20x^2y^3 - 10xy^4 - x^2y^3 + 4xy^4 - 2y^5$

$= 3x^5 + (-12 + 2)x^4y + (6 - 8 - 5)x^3y^2 + (4 + 20 - 1)x^2y^3 + (-10 + 4)xy^4 - 2y^5$

$= 3x^5 - 10x^4y - 7x^3y^2 + 23x^2y^3 - 6xy^4 - 2y^5.$

Ví dụ 2 Thu gọn và tính giá trị của biểu thức sau khi $x = 3$; $y = -1$.

$$P = 7x(x^2y - 5xy^2 + 2y^3) - 5y(x^2 - 3xy)(x - 4y).$$

Giải

Biểu thức đã cho có dạng $P = M - N$, trong đó

$$M = 7x\,(x^2y - 5xy^2 + 2y^3) \text{ và } N = 5y(x^2 - 3xy)(x - 4y).$$

• Ta khai triển M và N:

$M = 7x\,(x^2y - 5xy^2 + 2y^3) = 7x^3y - 35x^2y^2 + 14xy^3.$

$N = 5y(x^2 - 3xy)(x - 4y) = 5y(x^3 - 7x^2y + 12xy^2) = 5x^3y - 35x^2y^2 + 60xy^3.$

Vậy $P = M - N = 2x^3y - 46xy^3.$

• Tại $x = 3$; $y = -1$, ta có

$$P = 2\cdot 3^3\cdot(-1) - 46\cdot 3\cdot(-1)^3 = -54 + 138 = 84.$$

C BÀI TẬP

1.18. Thực hiện phép nhân:

a) $0{,}5x^2y(4x^2 - 6xy + y^2)$;

b) $(3x^3 - 6x^2y + 9xy^2)\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)$.

1.19. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức.

a) $A = x(x - y + 1) + y(x + y - 1)$ tại $x = 3$; $y = 3$;

b) $B = x(x - y^2) + y(x^2 - y) - (x + y)(x - y)$ tại $x = 2$; $y = -0,5$.

1.20. Thực hiện phép tính:

a) $(x - 2y)(x^2z + 2xyz + 4y^2z)$;

b) $\left(x^2 - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2\right)\left(x + \frac{1}{3}y\right)$.

1.21. Tìm tích của hai đa thức:

a) $2x^4 - x^3y + 6xy^3 + 2y^4$ và $x^4 + 3x^3y - y^4$;

b) $x^3y + 0,4x^2y^2 - xy^3$ và $5x^2 - 2,5xy + 5y^2$.

1.22. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của các biến:

$$P = x^4 - (x - y)(x + y)(x^2 + y^2) - y^4.$$

1.23. Rút gọn biểu thức:

a) $(x - y)(y + z)(z + x) + (x + y)(y - z)(z + x) + (x + y)(y + z)(z - x)$;

b) $(2x + y)(2y + z)(2z + x) - (2x - y)(2y - z)(2z - x)$.

BÀI 5 PHÉP CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Phép chia hết

• Đa thức A chia hết cho đa thức B ($B \neq 0$) nếu có đa thức Q sao cho $A = B \cdot Q$.

Khi đó, ta viết $A : B = Q$, hoặc $\frac{A}{B} = Q$.

Chú ý rằng nếu $A : B = Q$ và $Q \neq 0$ thì $A : Q = B$.

• Đơn thức A chia hết cho đơn thức B ($B \neq 0$) khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A.

• Đa thức A chia hết cho đơn thức B ($B \neq 0$) nếu mỗi hạng tử của A đều chia hết cho B.

2. Quy tắc chia (trường hợp chia hết)

• Muốn *chia đơn thức A cho đơn thức B* ($B \neq 0$), ta làm như sau:

– Chia hệ số của đơn thức A cho hệ số của đơn thức B;

– Chia luỹ thừa của từng biến trong A cho luỹ thừa của cùng biến đó trong B;

– Nhân các kết quả với nhau.

• Muốn *chia đa thức A cho đơn thức B* ($B \neq 0$), ta chia từng hạng tử của đa thức A cho B rồi cộng các kết quả với nhau.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Chia đơn thức cho đơn thức; chia đa thức cho đơn thức.

– Biến đổi các biểu thức đại số có sử dụng phép chia hết đa thức cho đơn thức.

Ví dụ Cho đa thức $A = 5x^3y^2 - 7x^2y^3 + 6xy^4$.

a) Tìm các số tự nhiên lớn nhất n và m sao cho A chia hết cho $B = -2x^ny^m$.

b) Thực hiện phép chia $A : B$ với các số n và m tìm được ở câu a.

c) Từ kết quả của câu b, hãy tìm thương của phép chia hai đa thức một biến sau:

$$[5x^3(2x-1)^2 - 7x^2(2x-1)^3 + 6x(2x-1)^4] : [-2x(2x-1)^2].$$

Giải

a) Muốn A chia hết cho B, ta phải có:

• Số mũ n của x trong B phải không lớn hơn số mũ của x trong cả ba hạng tử của A, tức là $n \leq 3$, $n \leq 2$ và $n \leq 1$. Số tự nhiên n lớn nhất thoả mãn điều kiện này là $n = 1$.

• Số mũ m của y trong B phải không lớn hơn số mũ của y trong cả ba hạng tử của A, tức là $m \leq 2$, $m \leq 3$ và $m \leq 4$. Số tự nhiên m lớn nhất thoả mãn điều kiện này là $m = 2$.

Vậy $n = 1$ và $m = 2$.

b) Từ kết quả trên, ta có $B = -2xy^2$. Vậy ta cần thực hiện phép chia $A : (-2xy^2)$.

Ta có: $(5x^3y^2 - 7x^2y^3 + 6xy^4) : (-2xy^2)$

$$= 5x^3y^2 : (-2xy^2) + (-7x^2y^3) : (-2xy^2) + 6xy^4 : (-2xy^2)$$
$$= -\frac{5}{2}x^2 + \frac{7}{2}xy - 3y^2.$$

c) Nếu đặt $y = 2x - 1$ thì phép chia hai đa thức một biến được quy về phép chia ở câu a.

Do đó thương của nó là $-\frac{5}{2}x^2 + \frac{7}{2}xy - 3y^2$ hay $-\frac{5}{2}x^2 + \frac{7}{2}x(2x-1) - 3(2x-1)^2$.

BÀI TẬP

1.24. a) Tìm đơn thức M biết rằng $2{,}7x^3y^4z^2 : M = 0{,}9x^2yz$;

b) Biết $\left(-\frac{2}{5}x^2yz\right) \cdot N = x^4y^3z^2$. Hãy tìm đơn thức N.

1.25. Thực hiện phép chia:

a) $(2{,}5x^3y^2 - x^2y^3 + 1{,}5xy^4) : 5xy^2$;

b) $(3x^5y^3 + 4x^4y^4 - 5x^3y^5) : 2x^2y^2$.

1.26. Rút gọn biểu thức:

a) $(5x^3y^2 - 4x^2y^3) : 2x^2y^2 - (3x^2y - 6xy^2) : 3xy$;

b) $5x^2yz^3 : z^2 - 3x^2y^3z : xy - 2xyz(x + y)$.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

Chọn phương án đúng trong mỗi câu sau:

1. Khi thu gọn đơn thức $3xy^5\left(-\frac{2}{3}x^3y^2z\right)$, ta được đơn thức

A. $2x^2y^3z$. B. $-2x^4y^7z$. C. $-2x^3y^6z$. D. $-\frac{2}{9}x^4y^7z$.

2. Trong các đơn thức $M = 2xyz^2$; $N = -0,2y^2z$; $P = -xz^2$; $Q = 3,5yz^2$, đơn thức đồng dạng với đơn thức yz^2 là

A. M. B. N. C. P. D. Q.

3. Bậc của đa thức $7x^5 + 5x^4y^3 - 2x^3y^3 - 5x^4y^3 + 2,5x^3y^3 - 7y^5$ là

A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

4. Khi cộng hai đơn thức $(1+\sqrt{5})x^2y^3$ và $(1-\sqrt{5})x^2y^3$ ta được đơn thức

A. x^2y^3. B. $2x^2y^3$. C. $2\sqrt{5}x^2y^3$. D. $-\sqrt{5}x^2y^3$.

5. Kết quả của phép cộng hai đơn thức $2xy^2z$ và $-0,2x^2yz$ là

A. Một đơn thức. B. Không xác định.

C. Một đa thức. D. Một số.

6. Cho hai đa thức A và B có cùng bậc 4. Gọi C là tổng của A và B. Khi đó:

A. C là đa thức bậc 4. B. C là đa thức có bậc lớn hơn 4.

C. C là đa thức có bậc nhỏ hơn 4. D. C là đa thức bậc không lớn hơn 4.

7. Tích của một đa thức bậc 3 với một đa thức bậc 2 là một đa thức

A. bậc 5. B. bậc 6. C. bậc nhỏ hơn 5. D. bậc lớn hơn 6.

8. Thu gọn các tích $A = (x^2y + xy^2)(x^2 - xy + y^2)$ và $B = (x - y)(x^3y + x^2y^2 + xy^3)$, ta được:

A. $A = x^4y - xy^4$ và $B = x^4y + xy^4$. B. $A = x^4y + xy^4$ và $B = x^4y - xy^4$.

C. $A = xy^4 - x^4y$ và $B = x^4y + xy^4$. D. $A = x^4y + xy^4$ và $B = xy^4 - x^4y$.

9. Khi chia đơn thức $2,5x^3y^4z^2$ cho đơn thức $-5x^2y^4z$, ta được kết quả là:

A. $-0,5xz^2$. B. $0,5xz$. C. $-0,5x^2z$. D. $-0,5xz$.

10. Kết quả của phép chia $5x^3y^2 - 10x^2y^3 + 15x^2y^2$ cho $-5x^2y^2$ là:

A. $-xy + 2y - 3$.

B. $-x + 2y - 3xy$.

C. $-x + 2y - 3$.

D. $-x + 2xy - 3$.

B BÀI TẬP

1.27. Một hình lăng trụ đứng có đáy là một tam giác với ba cạnh bằng $3x$, $4x$ và $5x$ (biết rằng đó là một tam giác vuông), chiều cao của hình lăng trụ bằng y ($x > 0$, $y > 0$). Hãy tìm đa thức với hai biến x và y biểu thị diện tích toàn phần (tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy) của hình lăng trụ đó. Xác định bậc của đa thức tìm được.

1.28. Cho hai đa thức:

$$P = 4x^3yz^2 - 3x^2y - 2x^3yz^2 + x^2y - 2xy + y + 5;$$

$$Q = -x^3yz^2 - 2x^2y + 3 + 3x^3yz^2 + xy - y + 2.$$

a) Thu gọn và xác định bậc của mỗi đa thức P và Q.

b) Xác định bậc của mỗi đa thức $P + Q$ và $P - Q$.

1.29. Cho đa thức $P = 5x^2y - 2xy^2 + xy - x + y - 2$.

a) Tìm đa thức Q, biết rằng $P + Q = (x + y)(2xy + 2y^2 - 1)$.

b) Tìm đa thức R, biết rằng $P - R = -xy(x - y)$.

1.30. Thực hiện phép nhân:

a) $\frac{2}{5}x^2y(5x^2y - 10xy^2 + 2y^3)$;

b) $(x^2 - 2xy)(x^3 + 3x^2y - 5xy^2 - y^3)$.

1.31. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức sau khi $x = 1$; $y = 8$:

$A = (5xy - 4y^2)(3x^2 + 4xy) - 15xy(x + y)(x - y)$.

1.32. Thực hiện phép chia:

a) $(4x^4y^2 - 6x^3y^3 - 2x^2y^4) : (-2x^2y^2)$;

b) $\left(5x^4y^3 + \frac{1}{2}x^3y^4 - \frac{2}{3}x^2y^5 - xy^6\right) : \frac{5}{6}xy^2$.

1.33. Rút gọn biểu thức:

a) $A = (9x^2 - 6xy + 4y^2 + 1)(3x + 2y) - \left(3x^5y + \frac{8}{9}x^2y^4 - x^3y\right) : \frac{1}{9}x^2y$;

b) $B = (5x^3y^2 - 4x^2y^3) : 2x^2y^2 + (3x^4y + 6xy^2) : 3xy - x(x^2 - 0,5)$.

1.34. Bằng cách đặt $y = x^2 - 1$, hãy tìm thương của phép chia

$[9x^3(x^2 - 1) - 6x^2(x^2 - 1)^2 + 12x(x^2 - 1)] : 3x(x^2 - 1)$.

CHƯƠNG II HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 6 HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG. BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Hằng đẳng thức.

– Hiệu hai bình phương $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

– Bình phương của một tổng $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

– Bình phương của một hiệu $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Vận dụng hằng đẳng thức hiệu hai bình phương, bình phương của một tổng, bình phương của một hiệu để rút gọn, tính nhanh một số biểu thức.

Ví dụ 1 Tính nhanh:

a) $112^2 - 144$;   b) $2\,022^2 - 22^2$.

Giải

a) Ta có $112^2 - 144 = 112^2 - 12^2 = (112-12)(112+12) = 100 \cdot 124 = 12\,400$.

b) Ta có $2\,022^2 - 22^2 = (2\,022 - 22) \cdot (2\,022 + 22) = 2\,000 \cdot 2\,044 = 4\,088\,000$.

Ví dụ 2 Rút gọn biểu thức:

$(2x+3)^2 + (2x-3)^2 - (2x+3)(2x-3)$.

Giải. Ta có

$$(2x+3)^2 + (2x-3)^2 - (2x+3)(2x-3)$$
$$= \left(4x^2 + 12x + 9\right) + \left(4x^2 - 12x + 9\right) - \left(4x^2 - 9\right)$$

$= 4x^2 + 12x + 9 + 4x^2 - 12x + 9 - 4x^2 + 9$

$= \left(4x^2 + 4x^2 - 4x^2\right) + (12x - 12x) + (9 + 9 + 9)$

$= 4x^2 + 27.$

Ví dụ 3 Cho $a^2 + b^2 = 6$ và $ab = -1$. Hãy tính giá trị của

a) $(a+b)^2$; b) $(a-b)^2$.

Giải

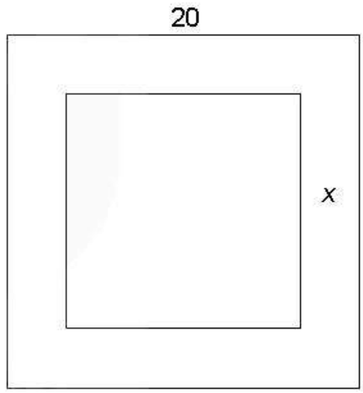
a) Ta có $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = \left(a^2 + b^2\right) + 2ab = 6 + 2\cdot(-1) = 6 - 2 = 4.$

b) Ta có $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = \left(a^2 + b^2\right) - 2ab = 6 - 2\cdot(-1) = 6 + 2 = 8.$

Ví dụ 4 Trên một khu vườn hình vuông có cạnh bằng 20 m, người ta làm một lối đi xung quanh vườn có bề rộng x (m).

a) Viết biểu thức biểu diễn diện tích đất còn lại của khu vườn.

b) Tìm x biết diện tích phần đất dùng làm lối đi là 144 m².



Hình 2.1

Giải

a) Khu đất còn lại là hình vuông có cạnh $20 - 2x$ (m).

Do đó, diện tích khu đất còn lại là $S = (20 - 2x)^2 \left(\mathrm{m}^2\right)$.

b) Ta có $(20 - 2x)^2 = 20^2 - 144 = 256$ hay

$(20 - 2x)^2 = 16^2$

$(20 - 2x)^2 - 16^2 = 0$

$(20 - 2x - 16)(20 - 2x + 16) = 0$

$(4 - 2x)(36 - 2x) = 0.$

Vì mảnh vườn ban đầu có độ dài 20 m nên $2x < 20$, do đó $36 - 2x > 0$. Vì vậy ta suy ra $4 - 2x = 0$ hay $x = 2$ (m).

Vậy $x = 2$ (m).

BÀI TẬP

2.1. Những đẳng thức nào sau đây là hằng đẳng thức?

a) $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$;

b) $3x(2x - 1) = 6x^2 + 3x$;

c) $2(x - 1) = 4x + 3$;

d) $(2y + 3)(y + 1) = 2y^2 + 5y + 3$.

2.2. Khai triển:

a) $(3x + 1)^2$;

b) $(2y + 3x)^2$;

c) $(2x - 3)^2$;

d) $(3y - x)^2$.

2.3. Viết các biểu thức sau dưới dạng tích:

a) $4x^2 + 12x + 9$;

b) $16x^2 - 8xy + y^2$;

c) $81x^2y^2 - 16z^2$.

2.4. Tính nhanh:

a) $997 \cdot 1\,003$;

b) $1\,004^2$.

2.5. Rút gọn biểu thức:

a) $2(x - y)(x + y) + (x + y)^2 + (x - y)^2$;

b) $(x - y - z)^2 - (x - y)^2 + 2(x - y)z$.

2.6. a) Biết số tự nhiên a chia 3 dư 2. Chứng minh rằng a^2 chia 3 dư 1.

b) Biết số tự nhiên a chia 5 dư 3. Chứng minh rằng a^2 chia 5 dư 4.

2.7. Cho hai số $a, b > 0$ sao cho $a > b$, $a^2 + b^2 = 8$ và $ab = 2$.

Hãy tính giá trị của:

a) $a + b$;

b) $a - b$.

BÀI 7 LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT HIỆU

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Lập phương của một tổng

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

– Lập phương của một hiệu

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Vận dụng hằng đẳng thức lập phương của một tổng, lập phương của một hiệu để rút gọn, tính nhanh một số biểu thức.

Ví dụ 1 Tính nhanh $101^3 - 3\cdot101^2 + 3\cdot101 - 1$.

Giải. Ta có

$$101^3 - 3\cdot101^2 + 3\cdot101 - 1$$
$$= 101^3 - 3\cdot101^2\cdot1 + 3\cdot101\cdot1^2 - 1^3$$
$$= (101-1)^3 = 100^3 = 1\,000\,000.$$

Ví dụ 2 Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x.

$$A = (x+2)^3 - (x-2)^3 - 12x^2.$$

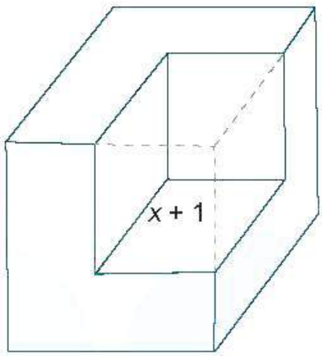
Giải. Ta có

$$A = \left(x^3 + 6x^2 + 12x + 2^3\right) - \left(x^3 - 6x^2 + 12x - 2^3\right) - 12x^2$$
$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8 - x^3 + 6x^2 - 12x + 8 - 12x^2$$
$$= \left(x^3 - x^3\right) + \left(6x^2 + 6x^2 - 12x^2\right) + (12x - 12x) + (8+8) = 16.$$

Vậy giá trị của biểu thức A không phụ thuộc vào biến x.

Ví dụ 3

Từ một khối lập phương có độ dài cạnh là $2x+3\,(\text{cm})$, ta cắt bỏ một khối lập phương có độ dài $x+1\,(\text{cm})$ (H.2.2). Tính thể tích phần còn lại, viết kết quả dưới dạng đa thức.



Hình 2.2

Giải

Do cạnh của khối lập phương ban đầu là $2x+3\,(\text{cm})$ nên thể tích của khối lập phương ban đầu là $(2x+3)^3\,(\text{cm}^3)$.

Thể tích của khối lập phương bị cắt đi là $(x+1)^3\,(\text{cm}^3)$.

Thể tích phần còn lại là

$$(2x+3)^3-(x+1)^3$$

$$=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot 3+3\cdot(2x)\cdot 3^2+3^3-\left(x^3+3x^2+3x+1\right)$$

$$=8x^3+36x^2+54x+27-x^3-3x^2-3x-1$$

$$=\left(8x^3-x^3\right)+\left(36x^2-3x^2\right)+(54x-3x)+(27-1)$$

$$=7x^3+33x^2+51x+26.$$

BÀI TẬP

2.8. Viết mỗi biểu thức sau dưới dạng lập phương của một tổng hoặc một hiệu:

a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$;

b) $8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$.

2.9. Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

a) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$ tại $x = 49{,}5$;

b) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ tại $x = 103$.

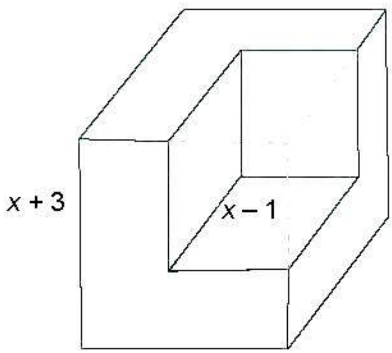
2.10. Rút gọn:

a) $(x+1)^3 - (x-1)^3 - 6(x-2)(x+2)$;

b) $(x-y)^3 + (x+y)^3 + (y-x)^3 - 3xy(x+y)$.

2.11. Biết số tự nhiên a chia 6 dư 5. Chứng minh rằng a^3 chia 6 dư 5.

2.12. Từ một khối lập phương có độ dài cạnh là $x + 3$ (cm), ta cắt bỏ một khối lập phương có độ dài $x - 1$(cm) (H.2.3). Tính thể tích phần còn lại, viết kết quả dưới dạng đa thức.



Hình 2.3

BÀI 8 TỔNG VÀ HIỆU HAI LẬP PHƯƠNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Tổng hai lập phương

$$a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right).$$

– Hiệu hai lập phương

$$a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right).$$

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Vận dụng hai hằng đẳng thức trên để rút gọn biểu thức, viết biểu thức thành tích.

Ví dụ 1 Viết biểu thức $x^6 - y^6$ dưới dạng tích.

Giải

Ta có $x^6 - y^6 = \left(x^3\right)^2 - \left(y^3\right)^2 = \left(x^3 - y^3\right)\left(x^3 + y^3\right)$

$= (x-y)\left(x^2 + xy + y^2\right)(x+y)\left(x^2 - xy + y^2\right)$

$= (x-y)(x+y)\left(x^2 + xy + y^2\right)\left(x^2 - xy + y^2\right).$

Chú ý. Ta có thể biến đổi như sau:

$x^6 - y^6 = \left(x^2\right)^3 - \left(y^2\right)^3 = \left(x^2 - y^2\right)\left[\left(x^2\right)^2 + x^2y^2 + \left(y^2\right)^2\right]$

$= (x-y)(x+y)\left(x^4 + x^2y^2 + y^4\right).$

Việc phân tích $x^4 + x^2y^2 + y^4$ là một vấn đề khó. Ta có thể thêm, bớt để phân tích như sau:

$x^4 + x^2y^2 + y^4 = \left(x^4 + 2x^2y^2 + y^4\right) - x^2y^2$

$= \left(x^2 + y^2\right)^2 - (xy)^2$

$= \left(x^2 + y^2 - xy\right)\left(x^2 + y^2 + xy\right).$

Vậy $x^6 - y^6 = (x-y)(x+y)\left(x^2 + y^2 - xy\right)\left(x^2 + y^2 + xy\right).$

Ví dụ 2 Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x.

$$A = (x-2)(x^2+2x+4) - (x+2)(x^2-2x+4).$$

Giải

Ta có $A = (x-2)(x^2+2x+2^2) - (x+2)(x^2-2x+2^2)$

$= (x^3-2^3) - (x^3+2^3) = x^3 - 8 - x^3 - 8$

$= (x^3 - x^3) - (8+8) = -16.$

Vậy giá trị của biểu thức A không phụ thuộc vào biến x.

BÀI TẬP

2.13. Khai triển các biểu thức sau thành đa thức:

a) $(2x+1)(4x^2-2x+1)$; b) $(2x-1)(4x^2+2x+1)$.

2.14. Thay dấu ? bằng các biểu thức thích hợp.

a) $x^3+125 = (x+5)(x^2 - ? + 25)$;

b) $8x^3 - 27y^3 = (? - 3y)(? + 6xy + 9y^2)$.

2.15. a) Cho $a+b=4$ và $ab=3$. Tính a^3+b^3.

b) Cho $a-b=4$ và $ab=5$. Tính a^3-b^3.

2.16. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x:

a) $(2x+3)(4x^2-6x+9) - (2x-3)(4x^2+6x+9)$;

b) $(2x-1)(4x^2+2x+1) - 8(x+2)(x^2-2x+4)$.

BÀI 9 PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Nhận biết phân tích đa thức thành nhân tử.

– Ba cách phân tích đa thức thành nhân tử: Đặt nhân tử chung, sử dụng hằng đẳng thức đáng nhớ và nhóm các hạng tử.

– Phương pháp tách, thêm bớt số hạng.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Ví dụ 1 Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 4xy + 4y^2 + x - 2y$; b) $x^3 + 6x^2y + 9xy^2 - 4x$.

Giải

a) $x^2 - 4xy + 4y^2 + x - 2y$

$= (x^2 - 4xy + 4y^2) + (x - 2y)$ → *Nhóm ba số hạng đầu và hai số hạng sau*

$= \left[x^2 - 2 \cdot x \cdot (2y) + (2y)^2\right] + (x - 2y)$

$= (x - 2y)^2 + (x - 2y)$ → *Dùng hằng đẳng thức để viết nhóm thứ nhất thành tích*

$= (x - 2y)(x - 2y + 1)$ → *Đặt nhân tử chung*

b) $x^3 + 6x^2y + 9xy^2 - 4x = x\left(x^2 + 6xy + 9y^2 - 4\right)$

$= x\left[\left(x^2 + 6xy + 9y^2\right) - 4\right]$

$= x\left\{\left[x^2 + 2 \cdot x \cdot (3y) + (3y)^2\right] - 2^2\right\}$

$= x\left[(x + 3y)^2 - 2^2\right] = x(x + 3y - 2)(x + 3y + 2)$.

Ví dụ 2 Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - 4x + 3$; b) $x^2 + 5x + 6$.

Giải

a) Ta không thể áp dụng ngay phương pháp đặt nhân tử chung hay nhóm các hạng tử để phân tích đa thức này thành nhân tử, mà ta cần phải tách hạng tử $-4x = -3x - x$ và ta có

$$x^2 - 4x + 3 = x^2 - 3x - x + 3 = \left(x^2 - 3x\right) - (x - 3)$$

$$= x(x - 3) - 1.(x - 3) = (x - 1)(x - 3).$$

Ngoài cách tách trên, ta cũng có thể tách hạng tử $3 = 4 - 1$, khi đó

$$x^2 - 4x + 3 = \left(x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2\right) - 1$$

$$= (x - 2)^2 - 1^2 = (x - 2 - 1)(x - 2 + 1) = (x - 3)(x - 1).$$

b) Tương tự câu a) ta không thể áp dụng ngay phương pháp đặt nhân tử chung, phương pháp nhóm các hạng tử hay sử dụng hằng đẳng thức cho đa thức $x^2 + 5x + 6$, mà phải tách hạng tử $5x = 3x + 2x$, khi đó ta có

$$x^2 + 5x + 6 = x^2 + 3x + 2x + 6 = \left(x^2 + 3x\right) + (2x + 6)$$

$$= x(x + 3) + 2(x + 3) = (x + 2)(x + 3).$$

Ngoài ra, ta có thể tách hạng tử $6 = 10 - 4$ và ta nhóm

$$x^2 + 5x + 6 = x^2 + 5x + 10 - 4 = \left(x^2 - 4\right) + (5x + 10) = \left(x^2 - 2^2\right) + 5(x + 2)$$

$$= (x - 2)(x + 2) + 5(x + 2) = (x - 2 + 5)(x + 2) = (x + 3)(x + 2).$$

BÀI TẬP

2.17. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 - y^2 + 8x - 8y$;

b) $4x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 2y$;

c) $x^3 + y^3 + 4x + 4y$;

d) $x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 + x^2 - y^2$.

2.18. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^2 + 3x + 2$; b) $x^2 - 7x + 6$.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

Chọn một phương án đúng trong mỗi câu sau:

1. Trong các đẳng thức sau, cái nào là hằng đẳng thức

A. $a(a+1)=a+1$ B. $a^2-1=a$

C. $(a+b)(a-b)=a^2+b^2$ D. $(a+1)(a+2)=a^2+3a+2$

2. Đa thức x^3-8 được phân tích thành tích của hai đa thức

A. $x-2$ và x^2-2x-4 B. $x-2$ và x^2+2x-4

C. $x-2$ và x^2+2x+4 D. $x-2$ và x^2-2x+4

3. Biểu thức $x^2+x+\frac{1}{4}$ viết được dưới dạng bình phương của một tổng là

A. $\left[x+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2$ B. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

C. $\left(2x+\frac{1}{2}\right)^2$ D. $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$

4. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(A-B)\left(A^2-AB+B^2\right)=A^3-B^3$

B. $(A+B)\left(A^2+AB+B^2\right)=A^3+B^3$

C. $(A+B)\left(A^2-AB+B^2\right)=A^3-B^3$

D. $(A+B)\left(A^2-AB+B^2\right)=A^3+B^3$

5. Rút gọn biểu thức $(x+1)(x-1)-(x+2)(x-2)$ ta được

A. 5 B. 4 C. 3 D. –3

B BÀI TẬP

2.19. Tính nhanh giá trị của các biểu thức:

a) $x^2+12x+36$ tại $x=-1\,006$;

b) $x^3-9x^2+27x-27$ tại $x=103$.

2.20. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến x.

a) $(x+1)^3-(x-1)^3-6x^2$;

b) $(2x-3)^2+(2x+3)^2-2(2x-3)(2x+3)$;

c) $(x-3)\left(x^2+3x+9\right)-(x+2)\left(x^2-2x+4\right)$.

2.21. Không cần tính, hãy so sánh số A với số B trong các trường hợp sau:

a) $A=2\,021\cdot 2\,023$ và $B=2\,022^2$;

b) $A=2\,021\cdot 2\,025$ và $B=2\,023^2$.

2.22. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $x^3-y^3+2x-2y$;

b) $x^2+8xy+16y^2-4z^2$.

2.23. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

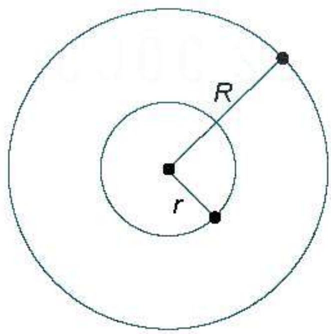
a) x^2-3x+2;

b) x^2+7x+6.

2.24. Từ một miếng bìa có dạng hình tròn (H.2.4) với bán kính $R(\text{cm})$, người ta khoét một hình tròn ở giữa có bán kính $r(\text{cm})$, $r<R$.

a) Viết công thức tính diện tích phần còn lại của miếng bìa.

b) Tính diện tích phần còn lại của miếng bìa biết tổng hai bán kính là 10 cm và hiệu hai bán kính là 3 cm.



Hình 2.4

CHƯƠNG III TỨ GIÁC

BÀI 10 TỨ GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Tứ giác có bốn cạnh, bốn đỉnh, hai cặp cạnh đối diện, hai cặp đỉnh đối diện, một cặp đường chéo. Hai đường chéo của tứ giác cắt nhau tại điểm nằm bên trong tứ giác.

– Tứ giác lồi là tứ giác mà hai đỉnh thuộc một cạnh bất kì luôn nằm về một phía của đường thẳng đi qua hai đỉnh còn lại.

– Tổng bốn góc của tứ giác bằng 360°.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Biết vận dụng tính chất tổng bốn góc của tứ giác bằng 360° vào giải toán.

Ví dụ 1 Tính các góc của tứ giác $ABCD$ biết $\widehat{A}:\widehat{B}:\widehat{C}:\widehat{D} = 1:2:3:4$.

Giải

Ta có $\dfrac{\widehat{A}}{1} = \dfrac{\widehat{B}}{2} = \dfrac{\widehat{C}}{3} = \dfrac{\widehat{D}}{4} = \dfrac{360^\circ}{1+2+3+4} = 36^\circ$ nên $\widehat{A} = 36^\circ$, $\widehat{B} = 72^\circ$, $\widehat{C} = 108^\circ$, $\widehat{D} = 144^\circ$.

Ví dụ 2 Các tia phân giác của góc A và góc B của tứ giác $ABCD$ cắt nhau tại K. Chứng minh rằng $\widehat{AKB} = \dfrac{1}{2}\left(\widehat{C} + \widehat{D}\right)$.

Giải

$$\widehat{AKB} = 180^\circ - \frac{1}{2}\left(\widehat{A} + \widehat{B}\right) = 180^\circ - \frac{1}{2}\left[360^\circ - \left(\widehat{C} + \widehat{D}\right)\right] = \frac{1}{2}\left(\widehat{C} + \widehat{D}\right).$$

BÀI TẬP

3.1. Chứng minh rằng cả bốn góc của một tứ giác không thể đều là góc nhọn, không thể đều là góc tù.

3.2. Chứng minh rằng trong một tứ giác, độ dài mỗi cạnh bé hơn tổng độ dài ba cạnh còn lại.

3.3. Chứng minh tổng độ dài hai đường chéo của tứ giác:

a) Bé hơn chu vi của tứ giác;

b) Lớn hơn tổng hai cạnh đối tuỳ ý của tứ giác, từ đó lớn hơn nửa chu vi của tứ giác.

3.4. Tìm điểm M bên trong tứ giác $ABCD$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến bốn đỉnh A, B, C, D là bé nhất.

3.5. Cho tứ giác $ABCD$ với $AB = BC$, $CD = DA$, $\widehat{B} = 100^\circ$, $\widehat{D} = 120^\circ$.

Tính $\widehat{A}$ và $\widehat{C}$.

3.6. a) Góc kề bù với góc tại một đỉnh của tứ giác gọi là một góc ngoài tại đỉnh đó của tứ giác. (Có hai góc ngoài tại một đỉnh của tứ giác, chúng đối đỉnh nên thường gọi tắt là góc ngoài tại đỉnh đó của tứ giác). Hãy tính tổng bốn góc ngoài tại bốn đỉnh của một tứ giác.

b) Định nghĩa góc ngoài tại một đỉnh của tam giác một cách tương tự. Hỏi tổng các góc ngoài của một tam giác bằng bao nhiêu?

BÀI 11 HÌNH THANG CÂN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Hình thang là tứ giác có hai cạnh song song; hai cạnh đó gọi là hai đáy, hai cạnh còn lại gọi là hai cạnh bên của hình thang. Hai góc kề một cạnh bên của hình thang là hai góc bù nhau.

– Hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau gọi là hình thang cân. Hình thang cân có hai cạnh bên bằng nhau.

– Hình thang cân có hai đường chéo bằng nhau. Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Biết ứng dụng các kiến thức cần nhớ nói trên vào giải toán. Chú ý hình thang có hai cạnh bên bằng nhau không buộc phải là hình thang cân.

Ví dụ 1 Tính các góc của hình thang cân *ABCD* (*AB*, *CD* là hai đáy) biết $\widehat{A} = 130^\circ$.

Giải

Hình thang cân *ABCD* có hai góc bằng 130° và hai góc bằng 50° vì hai góc kề một cạnh bên của hình thang là hai góc bù nhau, còn hai góc kề một đáy của hình thang cân thì bằng nhau.

Ví dụ 2 Chứng minh rằng tứ giác *ABCD* có $\widehat{A} = \widehat{B}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$ là một hình thang cân với hai đáy *AB*, *CD*.

Giải

Tổng bốn góc của tứ giác ABCD bằng 360° nên từ $\widehat{A} = \widehat{B}$, $\widehat{C} = \widehat{D}$ suy ra $2\left(\widehat{A} + \widehat{D}\right) = 360^\circ$, tức là $\widehat{A}$ và $\widehat{D}$ bù nhau, do đó *AB // CD* tức là *ABCD* là hình thang với hai đáy *AB* và *CD*. Vì hai góc kề một đáy *AB* bằng nhau nên hình thang đó là hình thang cân.

BÀI TẬP

3.7. Tính các góc của hình thang *ABCD* (*AB*, *CD* là hai đáy) biết $\widehat{A} = 2\widehat{D}$, $\widehat{B} = \widehat{C} + 40^\circ$.

3.8. Chứng minh rằng trong hình thang có nhiều nhất hai góc tù.

3.9. Cho tam giác *ABC* vuông cân tại đỉnh *A*. Ghép thêm vào phía ngoài tam giác đó tam giác *BCD* vuông cân tại đỉnh *B*.

Chứng minh tứ giác *ABDC* là một hình thang vuông (hình thang có một cạnh bên vuông góc với hai đáy).

3.10. Cho hình thang cân *ABCD* với hai đường thẳng chứa hai cạnh bên *AD*, *BC* cắt nhau tại *S*. Gọi *O* là giao điểm của hai đường chéo *AC* và *BD*.

Chứng minh đường thẳng *SO* đi qua trung điểm của *AB*, đi qua trung điểm của *CD*.

3.11. Cho hình thang cân *ABCD* với hai đáy *AB* và *CD*, đường chéo *AC* vuông góc với cạnh bên *AD*, tia *CA* là tia phân giác của góc *C*.

Tính chu vi của hình thang đó biết rằng *AD* = 2 cm.

BÀI 12 HÌNH BÌNH HÀNH

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình bình hành và tính chất

– Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song.

– Hình bình hành có các tính chất:

- Các cạnh đối bằng nhau;
- Các góc đối bằng nhau;
- Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

2. Dấu hiệu nhận biết

Ngoài nhận biết hình bình hành bằng định nghĩa, ta còn có thể nhận biết hình bình hành theo những dấu hiệu sau đây:

– Mỗi cặp cạnh đối bằng nhau;

– Một cặp cạnh đối song song và bằng nhau;

– Mỗi cặp góc đối bằng nhau;

– Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Biết giải thích các tính chất của hình bình hành và ứng dụng chúng vào giải toán.

– Có thể giải thích được dấu hiệu nhận biết hình bình hành và ứng dụng chúng vào giải toán.

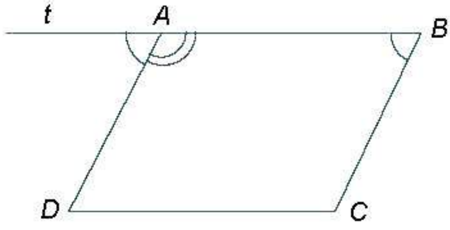
Ví dụ 1 Chứng minh rằng hai góc kề một cạnh tuỳ ý của hình bình hành là hai góc bù nhau.

Giải (H.3.1)

Xét hai góc A, B kề cạnh AB của hình bình hành $ABCD$. Gọi At là tia đối của tia AB.

Do AD // BC nên $\widehat{tAD} = \widehat{ABC}$ (hai góc đồng vị).

Vì góc A của hình bình hành bù với góc tAD, suy ra hai góc A và B của hình bình hành là hai góc bù nhau.



Hình 3.1

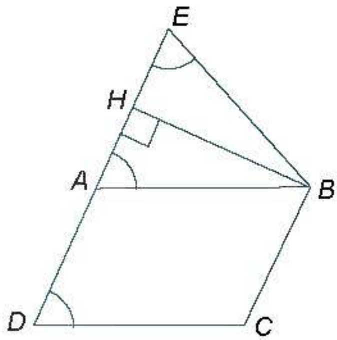
Ví dụ 2 Cho hình bình hành $ABCD$. Hãy dựng điểm E sao cho tam giác ABE nằm ngoài hình bình hành đó và tứ giác $EBCD$ là một hình thang cân với hai đáy BC, ED. Có thể dựng điểm E như thế không và có bao nhiêu điểm E như thế?

Giải (H.3.2)

E phải nằm trên tia DA, A nằm giữa D và E, sao cho $\widehat{DEB} = \widehat{ADC} = \widehat{EAB}$. Vậy tam giác ABE cân tại B và từ đó góc ADC phải là góc nhọn.

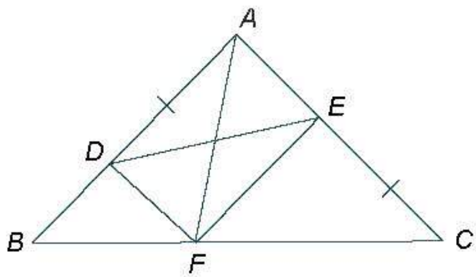
Cách vẽ: Kẻ đường thẳng qua B vuông góc với đường thẳng AD, cắt đường thẳng AD ở H; E là điểm sao cho H là trung điểm của AE.

Kết luận: Có thể dựng điểm E thoả mãn đề bài khi góc D của hình bình hành là góc nhọn, và khi đó chỉ có một điểm E như thế.



Hình 3.2

Ví dụ 3 Cho tam giác ABC cân tại A. Với điểm D nằm giữa A và B, lấy điểm E nằm giữa A và C sao cho $AD = CE$. Từ D kẻ đường thẳng song song với AC, cắt BC ở F. Chứng minh $ADFE$ là hình bình hành, từ đó suy ra trung điểm của AF thuộc đường thẳng DE.



Hình 3.3

Giải (H.3.3)

Tam giác ABC cân tại A nên $\widehat{B} = \widehat{C}$ mà $\widehat{C} = \widehat{DFB}$ (vì DF // AC) nên $\widehat{B} = \widehat{DFB}$. Vậy tam giác DBF cân tại D suy ra $DF = BD$.

Do $BD = AB - AD = AC - EC = AE$ nên $DF = AE$. Từ $DF // AE$ và $DF = AE$, suy ra $ADFE$ là hình bình hành; nó có hai đường chéo AF và DE cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường. Vậy trung điểm của AF thuộc DE.

BÀI TẬP

3.12. Xét hai hình bình hành $MNBA$ và $MNCB$.

a) Chứng minh A, B, C là ba điểm thẳng hàng;

b) Chứng minh B là trung điểm của AC;

c) Hỏi tam giác MAB thoả mãn điều kiện gì để $MNCA$ là một hình thang cân?

d) Lấy điểm D để tứ giác $MNDC$ là hình bình hành. Hỏi tam giác MAB thoả mãn điều kiện gì để $MNDA$ là một hình thang cân?

3.13. Chứng minh rằng tổng hai cạnh bên của hình thang lớn hơn hiệu hai đáy của nó.

3.14. Cho hình bình hành $ABCD$ với góc A tù. Dựng bên ngoài hình bình hành đó các tam giác đều ABE và DAF. Chứng minh rằng tam giác CEF là tam giác đều (*Gợi ý*: Chứng minh các tam giác AEF, DCF, BEC bằng nhau).

3.15. Chứng minh rằng nếu hai góc kề của mỗi cạnh của một tứ giác đều là hai góc bù nhau thì tứ giác đó là một hình bình hành.

3.16. Cho hình thang $ABCD$ với hai đáy AB, CD. Gọi K là trung điểm của BC. Lấy điểm A', D' sao cho K là trung điểm của AA' và DD'. Hỏi tứ giác $AD'A'D$ là hình gì? Vì sao?

3.17. Cho hai điểm phân biệt A, B nằm bên trong góc xOy (không bẹt). Tìm điểm D thuộc tia Ox, điểm E thuộc tia Oy sao cho $ADBE$ là một hình bình hành.

3.18. Cho hình bình hành $ABCD$. Lấy các điểm E thuộc AB, F thuộc CD sao cho $AE = CF$; lấy các điểm G thuộc BC, H thuộc AD sao cho $BG = DH$. Chứng minh $EGFH$ là một hình bình hành và các đường thẳng AC, BD, EF, GH đồng quy.

3.19. Cho tam giác ABC không vuông tại A. Dựng bên ngoài tam giác đó hai tam giác ABD, ACE vuông cân tại đỉnh A rồi dựng hình bình hành $AEID$.

a) Chứng minh hai tam giác ABC và DAI bằng nhau.

b) Chứng minh đường thẳng AI vuông góc với BC.

c) Chứng minh đường thẳng BE vuông góc với đường thẳng CD.

d) Gọi K là trung điểm của BD, chứng minh $KC = KI$ và KC vuông góc với KI. (*Gợi ý*: Chứng minh hai tam giác AKI và BKC bằng nhau).

BÀI 13 HÌNH CHỮ NHẬT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định nghĩa: Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông.

2. Tính chất: Trong hình chữ nhật, hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

3. Dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật:

Ngoài nhận biết hình chữ nhật bằng định nghĩa, ta còn có thể nhận biết hình chữ nhật theo những dấu hiệu sau đây:

– Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.

– Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Biết giải thích tính chất hình chữ nhật và ứng dụng chúng vào giải toán.
– Có thể giải thích được các dấu hiệu nhận biết hình chữ nhật và ứng dụng vào giải toán.

Ví dụ 1 Chứng minh rằng tứ giác có hai cạnh đối bằng nhau và cùng vuông góc với một cạnh thứ ba thì tứ giác đó là một hình chữ nhật.

Giải

Tứ giác đó có hai cạnh đối bằng nhau và song song (vì cùng vuông góc với một đường thẳng) nên là một hình bình hành. Hình bình hành đó có hai góc vuông nên là một hình chữ nhật.

Ví dụ 2 Xét điểm M trong góc xOy cho trước (M không thuộc các tia Ox, Oy) sao cho khi kẻ đường thẳng qua M song song với Oy cắt Ox ở A, kẻ đường thẳng qua M song song với Ox cắt Oy ở B thì $OM = AB$. Chứng minh rằng:

a) Nếu có điểm M như thế thì góc xOy phải là góc vuông;

b) Khi xOy là góc vuông thì mọi điểm M trong góc đó có tính chất đang xét.

Giải

a) Nếu có điểm M thoả mãn tính chất đang xét thì tứ giác $OAMB$ là một hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau nên nó là một hình chữ nhật. Hình chữ nhật có mọi góc đều vuông nên xOy là góc vuông.

b) Nếu xOy là góc vuông thì với mọi điểm M trong góc xOy, $OAMB$ là hình bình hành có một góc vuông nên nó là một hình chữ nhật. Hình chữ nhật thì có hai đường chéo bằng nhau nên $OM = AB$.

BÀI TẬP

3.20. Cho tam giác ABC cân tại A, AH là đường cao. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Gọi D, E lần lượt là điểm sao cho M là trung điểm của HD, N là trung điểm của HE.

a) Chứng minh $AHBD$, $AHCE$, $BCED$ là những hình chữ nhật.

b) Tại sao giao điểm của BE và CD là trung điểm của AH?

c) Giải thích tại sao $DH = HE$, $BE = CD$.

3.21. Hai đường trung tuyến BM, CN của tam giác ABC cân tại A cắt nhau tại G. Gọi H, K lần lượt là điểm sao cho trung điểm của GH là M, trung điểm của GK là N. Chứng minh tứ giác $BCHK$ là hình chữ nhật.

3.22. 1. Sử dụng tính chất tổng các góc của một tam giác bằng 180° để chứng minh:

a) Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền.

b) Tam giác ABC có đường trung tuyến AM bằng nửa BC thì vuông tại A.

2. Sử dụng tính chất hai đường chéo của hình chữ nhật bằng nhau để chứng minh a), b) của ý 1.

BÀI 14 HÌNH THOI VÀ HÌNH VUÔNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Hình thoi

– Định nghĩa: Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.

– Tính chất: Trong hình thoi:

+ Hai đường chéo vuông góc với nhau;

+ Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc trong hình thoi.

– Dấu hiệu nhận biết: Ngoài nhận biết hình thoi bằng định nghĩa, ta còn có thể nhận biết hình thoi theo những dấu hiệu dưới đây.

+ Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi;

+ Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi;

+ Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.

2. Hình vuông

– Định nghĩa: Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

– Tính chất: Trong hình vuông, hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau, cắt nhau tại trung điểm mỗi đường và là các đường phân giác của các góc của hình vuông.

– Dấu hiệu nhận biết: Ngoài nhận biết hình vuông bằng định nghĩa, ta còn có thể nhận biết hình vuông theo những dấu hiệu dưới đây.

+ Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông;

+ Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc là hình vuông;

+ Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

– Chú ý: Hình thoi có một trong hai tính chất sau là hình vuông:

+ Có một góc vuông;

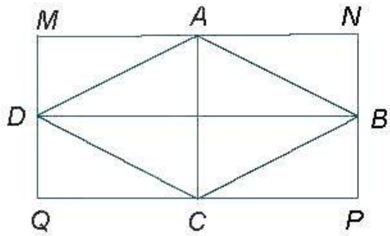
+ Có hai đường chéo bằng nhau.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Biết giải thích các tính chất và có thể giải thích các dấu hiệu nhận biết hình thoi và hình vuông. Ứng dụng được chúng vào giải toán.

Ví dụ 1 Qua mỗi đỉnh của một hình thoi, kẻ đường thẳng song song với một đường chéo của hình thoi đó. Xét các giao điểm của từng cặp đường thẳng không song song trong bốn đường thẳng kẻ được. Chứng minh rằng các giao điểm đó là các đỉnh của một hình chữ nhật nhận bốn đỉnh hình thoi làm trung điểm bốn cạnh của nó.

Giải (H.3.4)

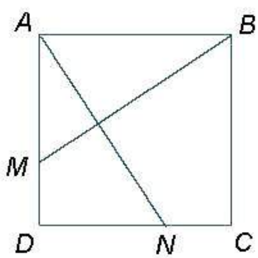


Hình 3.4

Theo tính chất song song, bốn đường thẳng kẻ đó cắt nhau tạo thành một hình bình hành *MNPQ*. Do hai đường chéo của hình thoi *ABCD* vuông góc với nhau nên hình bình hành đó là một hình chữ nhật.

Hai đường thẳng *AC*, *BD* chia hình *MNPQ* thành bốn hình chữ nhật con có kích thước bằng nhau (do hai đường chéo của hình thoi cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường), suy ra *A*, *B*, *C*, *D* lần lượt là trung điểm của các cạnh *MN*, *NP*, *PQ*, *QM* (điều phải chứng minh).

Ví dụ 2 Cho hình vuông *ABCD*. Lấy các điểm *M*, *N* lần lượt thuộc cạnh *AD*, *DC* sao cho $AM = DN$. Chứng minh $BM = AN$ và $AN \perp BM$.



Hình 3.5

Giải (H.3.5)

Hai tam giác vuông *ABM* và *DAN* bằng nhau (c.g.c) nên suy ra $BM = AN$ và $\widehat{ABM} = \widehat{DAN}$.

Do $\widehat{DAN} + \widehat{NAB} = 90^\circ$ nên $\widehat{ABM} + \widehat{NAB} = 90^\circ$, từ đó $AN \perp BM$.

BÀI TẬP

3.23. Chứng minh hình bình hành có hai đường cao xuất phát từ một đỉnh bằng nhau là một hình thoi.

3.24. Gọi *O* là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành *ABCD*. Với mỗi tam giác *OAB*, *OBC*, *OCD*, *ODA*, xét giao điểm ba đường phân giác của tam giác đó. Tại sao bốn điểm vừa vẽ là bốn đỉnh của một hình thoi?

3.25. Cho hình vuông *ABCD*. Với điểm *M* nằm giữa *C* và *D*, kẻ tia phân giác của góc *DAM*; nó cắt *CD* ở *N*. Đường thẳng qua *N* vuông góc với *AM* cắt *BC* ở *P*. Tính số đo của góc *NAP*.

3.26. Cho hình vuông *ABCD* với tâm *O* và có cạnh bằng 2 cm. Hai tia *Ox*, *Oy* tạo thành góc vuông. Tính diện tích của phần hình vuông nằm bên trong góc *xOy*.

3.27. Xét tam giác *ABC* vuông cân tại *A*. Lấy trên cạnh *BC* hai điểm *D*, *E* sao cho $BD = DE = EC$. Lấy các điểm *F*, *G* lần lượt thuộc cạnh *AC*, *AB* sao cho *FE*, *GD* vuông góc với *BC*.

Chứng minh tứ giác *DEFG* là một hình vuông.

Ôn tập chương III

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

Chọn phương án đúng trong mỗi câu sau:

1. Trong các câu sau, câu nào đúng?

A. Tứ giác có các góc đối bằng nhau là hình thoi.

B. Tứ giác có hai đường chéo vuông góc là hình thoi.

C. Hình thang có các đường chéo bằng nhau là hình thoi.

D. Hình bình hành có các đường chéo vuông góc là hình thoi.

2. Trong các câu sau, câu nào đúng?

A. Trong hình thoi, hai đường chéo bằng nhau.

B. Trong hình thoi, hai đường chéo vuông góc.

C. Trong hình thang, hai đường chéo bằng nhau.

D. Trong hình thang, hai đường chéo song song.

3. Tìm câu sai trong các câu sau:

A. Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.

B. Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc là hình vuông.

C. Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.

D. Hình chữ nhật có bốn góc vuông là hình vuông.

4. Cho các câu sau:

a) Tứ giác mà hai góc kề một cạnh tuỳ ý của nó là hai góc bù nhau là một hình bình hành.

b) Tứ giác mà hai góc kề một cạnh tuỳ ý của nó là hai góc bằng nhau là một hình chữ nhật.

c) Tứ giác có một cặp cạnh đối mà mỗi cạnh có hai góc kề nó bằng nhau là một hình thang cân.

Số các câu sai là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

B BÀI TẬP

3.28. Cho tam giác *ABC*. Với mỗi điểm *M* nằm giữa *B* và *C*, lấy điểm *N* thuộc cạnh *AB*, điểm *P* thuộc cạnh *AC* sao cho *MN // AC*, *MP // AB*.

a) Hỏi tứ giác *ANMP* là hình gì?

b) Hỏi *M* ở vị trí nào để tứ giác *ANMP* là một hình thoi?

c) Tam giác *ABC* phải thoả mãn điều kiện gì để tứ giác *ANMP* là một hình chữ nhật?

d) Khi tam giác *ABC* thoả mãn điều kiện nói trong câu c, tìm vị trí của *M* để *NP* ngắn nhất.

e) Tam giác *ABC* thoả mãn điều kiện gì và *M* ở vị trí nào trên cạnh *BC* để tứ giác *ANMP* là một hình vuông?

3.29. Gọi *H* là giao của ba đường cao *AI*, *BJ*, *CK* của tam giác nhọn *ABC*.

Dùng công thức tính diện tích tam giác để chứng minh:

$$\frac{HI}{AI} + \frac{HJ}{BJ} + \frac{HK}{CK} = 1.$$

Hỏi khi góc *A* của tam giác *ABC* là góc tù thì công thức đó thay đổi thế nào?

3.30. Khái niệm tam giác, tứ giác có thể mở rộng thành khái niệm *n* – giác (*n* là số tự nhiên lớn hơn 2) như sau:

n – giác là hình tạo bởi *n* đoạn thẳng (gọi là cạnh của *n* – giác) A_0A_1, A_1A_2, ... , $A_{n-1}A_n$, $A_n A_o$ (các điểm A_0, A_1, ..., A_n gọi là đỉnh của *n* – giác), trong đó không có ba đỉnh nào cùng nằm trên một đường thẳng và hình nằm về một phía đối với mỗi đường thẳng chứa một cạnh.

Khi *n* = 3, 4, 5, 6, 7, 8, *n* – giác còn được gọi lần lượt là tam giác, tứ giác, ngũ giác, lục giác, thất giác, bát giác.

Hai đỉnh của *n* – giác gọi là kề nhau nếu chúng là hai đỉnh của một cạnh của *n* – giác.

Đoạn thẳng nối hai đỉnh không kề nhau của *n* – giác gọi là một đường chéo của *n* – giác.

a) Chứng minh qua mỗi đỉnh của n – giác, có $n - 3$ đường chéo của n – giác.

Từ đó suy ra n – giác có $\frac{n(n-3)}{2}$ đường chéo.

b) Hãy vẽ tất cả các đường chéo của một ngũ giác ($n = 5$).

3.31. Hai cạnh kề nhau của một n – giác là hai cạnh có cùng chung một đỉnh của n – giác đó; chúng xác định hai tia của một góc gọi là góc tại đỉnh đó của n – giác.

Mỗi n – giác có n góc.

a) Kẻ $n - 3$ đường chéo của n – giác cùng đi qua đỉnh A_0 thì n – giác được chia thành bao nhiêu tam giác, từ đó suy ra tổng các góc của n – giác bằng $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

b) Góc kề bù với một góc tại một đỉnh của n – giác gọi là một góc ngoài tại đỉnh đó của n – giác.

Với mỗi đỉnh của một n – giác, xét một góc ngoài tại đỉnh đó của n – giác thì hỏi tổng n góc ngoài đó bằng bao nhiêu?

3.32. n – giác gọi là n – giác đều nếu tất cả các cạnh của nó bằng nhau và tất cả các góc của nó bằng nhau.

a) Tính số đo mỗi góc của một n – giác đều.

b) Tứ giác đều là hình gì?

CHƯƠNG IV ĐỊNH LÍ THALÈS

BÀI 15 ĐỊNH LÍ THALÈS TRONG TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Tỉ số của hai đoạn thẳng là tỉ số độ dài của chúng theo cùng một đơn vị đo.

– Hai đoạn thẳng *AB* và *CD* gọi là tỉ lệ với hai đoạn thẳng *A'B'* và *C'D'* nếu có tỉ lệ thức: $\frac{AB}{CD}=\frac{A'B'}{C'D'}$ hay $\frac{AB}{A'B'}=\frac{CD}{C'D'}$.

Định lí Thalès. Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

Định lí Thalès đảo. Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Tính được tỉ số của hai đoạn thẳng.

– Viết được tỉ lệ thức về các đoạn thẳng tỉ lệ.

– Tính độ dài đoạn thẳng bằng cách sử dụng định lí Thalès.

– Sử dụng định lí Thalès đảo chứng minh hai đường thẳng song song.

Ví dụ 1 Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng có độ dài như sau:

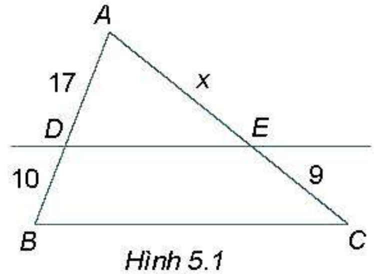
a) $AB = 15$ cm và $MN = 35$ cm; b) $PQ = 0,3$ m và $EF = 12$ dm.

Giải

a) $\frac{AB}{MN}=\frac{15}{35}=\frac{3}{7}$.

b) $PQ = 0,3$ m $= 3$ dm. $\frac{PQ}{EF}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$.

Ví dụ 2 Tính độ dài x trong Hình 5.1 ($DE // BC$).



Hình 5.1

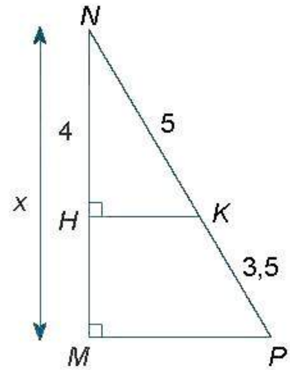
Giải

Vì $DE // BC$, theo Định lí Thalès ta có:

$\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$ hay $\dfrac{17}{10} = \dfrac{x}{9}$.

Suy ra $x = \dfrac{17 \cdot 9}{10} = 15,3$.

Ví dụ 3 Tính độ dài x trong Hình 5.2.



Hình 5.2

Giải

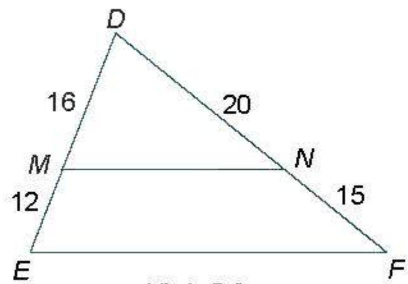
Ta có $HK \perp MN$ và $MP \perp MN$ nên $HK // MP$.

Theo Định lí Thalès ta có: $\dfrac{NH}{HM} = \dfrac{NK}{KP}$

hay $\dfrac{4}{HM} = \dfrac{5}{3,5}$, nên $HM = \dfrac{4 \cdot 3,5}{5} = 2,8$.

Suy ra x = 4 + 2,8 = 6,8.

Ví dụ 4 Quan sát Hình 5.3. Chứng minh $MN // EF$.



Hình 5.3

Giải

Vì $\dfrac{DM}{ME} = \dfrac{DN}{NF} = \dfrac{4}{3}$, theo Định lí Thalès đảo ta có: $MN // EF$.

C BÀI TẬP

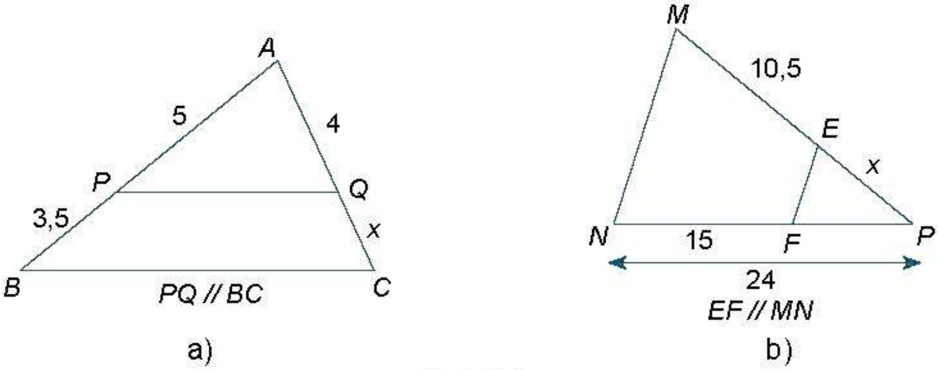
4.1. Viết tỉ số của các cặp đoạn thẳng có độ dài như sau:

a) HK = 3cm và MN = 9cm;

b) AB = 36cm và PQ = 12dm;

c) EF = 1,5m và GH = 30cm.

4.2. Tìm độ dài x trong các hình vẽ sau (H.5.4):



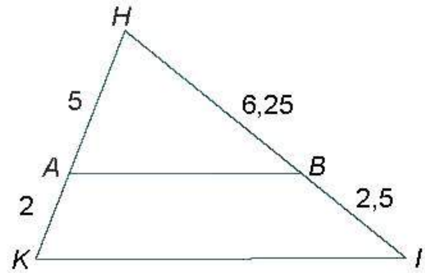
Hình 5.4

4.3. Tìm độ dài x trong Hình 5.5:

Hình 5.5

4.4. Cho Hình 5.6.

Chứng minh rằng AB // KI.



Hình 5.6

4.5. Cho hình thang $ABCD$ (AB // DC). Một đường thẳng song song với hai đáy cắt các đoạn thẳng AD, AC, BC theo thứ tự tại M, I, N. Chứng minh rằng:

a) $\dfrac{AM}{MD} = \dfrac{BN}{NC}$; b) $\dfrac{AM}{AD} + \dfrac{CN}{CB} = 1$.

4.6. Cho hình bình hành $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Gọi P, Q theo thứ tự là giao điểm của AN và CM với đường chéo BD. Chứng minh rằng: $DP = PQ = QB$.

BÀI 16 ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác.

– Đường trung bình của tam giác song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh ấy.

Chú ý. Trong một tam giác, nếu một đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh và song song với cạnh thứ hai thì nó đi qua trung điểm của cạnh thứ ba.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết được đường trung bình của tam giác.

– Sử dụng tính chất đường trung bình của tam giác tính được độ dài đoạn thẳng và chứng minh hai đoạn thẳng song song.

Ví dụ 1 Cho tam giác *DEF* với *H* và *K* lần lượt là trung điểm của *DE*, *DF*.

Biết *HK* = 8 cm. Tính *EF*.

Giải (H.5.7)

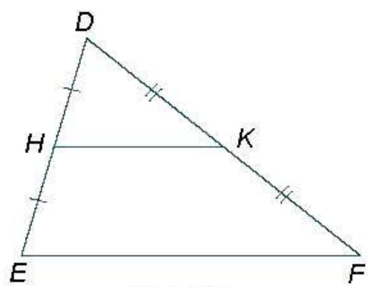
Xét ΔDEF có:

H là trung điểm *DE*; *K* là trung điểm *DF*

nên *HK* là đường trung bình của ΔDEF.

Suy ra $HK = \frac{1}{2}EF$ (tính chất đường trung bình của tam giác). Do đó

$EF = 2.8 = 16(\text{cm})$. Vậy *EF* = 16 cm.



Hình 5.7

Ví dụ 2 Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*. Gọi các điểm *H*, *I*, *K* lần lượt là trung điểm của *AB*, *BC*, *AC*. Chứng minh tứ giác *AHIK* là hình chữ nhật.

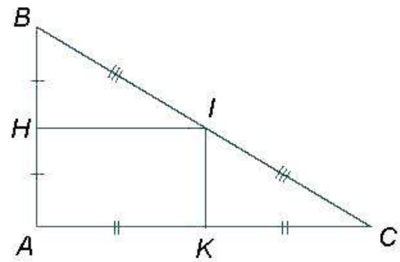
Giải (H.5.8)

Xét ΔABC có: *H* là trung điểm của *AB* và *I* là trung điểm của *BC* nên *HI* là đường trung bình của ΔABC. Suy ra $HI \parallel AC$ và $HI = \frac{1}{2}AC$.

Ta có $AK = \frac{1}{2}AC$ nên $HI = AK$.

Xét tứ giác *AHIK* có: $HI \parallel AK$ và $HI = AK$ nên tứ giác *AHIK* là hình bình hành.

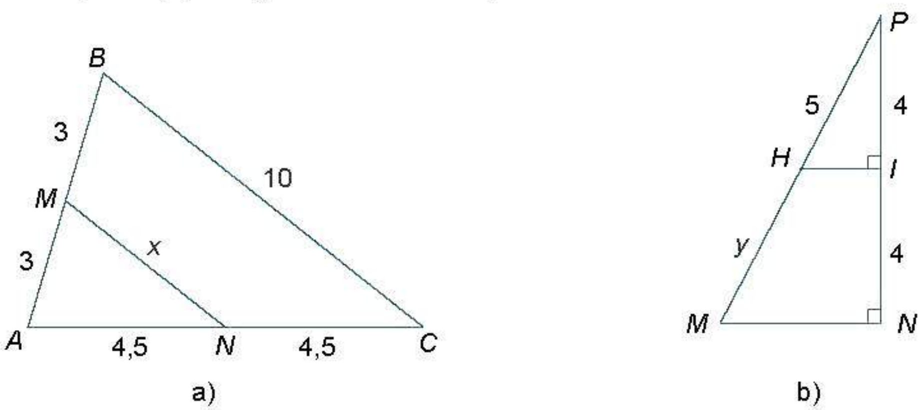
Vì $\widehat{HAK} = 90^\circ$ nên tứ giác *AHIK* là hình chữ nhật.



Hình 5.8

BÀI TẬP

4.7. Tìm độ dài *x*, *y* trong hình vẽ dưới đây:



Hình 5.9

4.8. Cho tam giác *DEF*. Gọi *H*, *K*, *I* lần lượt là các trung điểm của *DE*, *DF* và *EF*. Chứng minh rằng tứ giác *HKIE* là hình bình hành.

4.9. Cho tam giác *ABC*, các đường trung tuyến *BD*, *CE* cắt nhau tại *G*. Gọi *I*, *K* theo thứ tự là trung điểm của *GB*, *GC*. Chứng minh rằng: $EI = DK$.

4.10. Cho hình chữ nhật *ABCD*. Gọi *D*, *E*, *F*, *G* lần lượt là trung điểm các cạnh *AB*, *BC*, *CD*, *DA*. Tứ giác *DEFG* là hình gì? Vì sao?

BÀI 17 TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

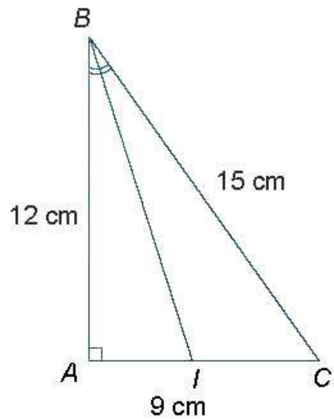
Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề với hai đoạn thẳng ấy.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Sử dụng tính chất đường phân giác của tam giác để tính độ dài đoạn thẳng, chứng minh hình học.

Ví dụ 1 Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 12$ cm, $AC = 9$ cm, $BC = 15$ cm. Tia phân giác góc B cắt AC tại I. Tính AI, IC.

Giải



Hình 5.10

Trong ΔABC có BI là phân giác của góc B.

Suy ra $\dfrac{IA}{IC} = \dfrac{BA}{BC}$ (tính chất đường phân giác của tam giác) hay $\dfrac{IA}{IC} = \dfrac{12}{15}$,

suy ra $\dfrac{IA}{9 - IA} = \dfrac{4}{5}$

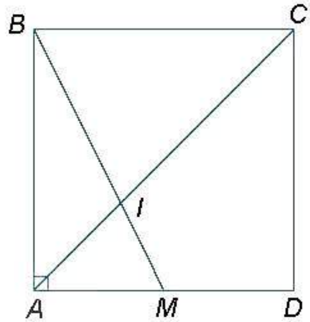
$5IA = 4(9 - IA)$

$9IA = 36$

$IA = 4$ (cm).

Suy ra $IC = 5$cm.

Ví dụ 2 Cho hình vuông $ABCD$ có M là trung điểm của AD, AC cắt BM tại điểm I. Chứng minh rằng $IB = 2IM$.



Hình 5.11

Giải

Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên AC là đường phân giác của góc A.

Xét tam giác ABM:

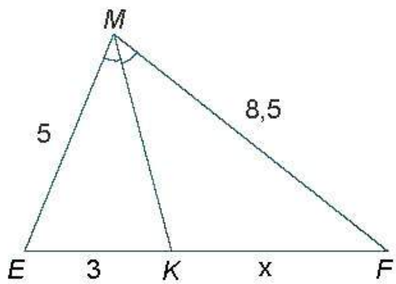
AC là phân giác của góc A nên $\dfrac{IB}{IM} = \dfrac{AB}{AM}$. (1)

Ta có M là trung điểm của AD nên $AD = 2AM$ hay $AB = 2AM$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\dfrac{IB}{IM} = \dfrac{AB}{AM} = 2$, suy ra $IB = 2IM$.

C BÀI TẬP

4.11. Tính độ dài x trong Hình 5.12.



Hình 5.12

4.12. Cho tam giác ABC, trung tuyến AI. Tia phân giác góc AIB và tia phân giác góc AIC cắt AB, AC lần lượt tại M và N. Chứng minh $MN \parallel BC$.

4.13. Cho ΔABC có AD, BE, CF lần lượt là đường phân giác của góc A, góc B, góc C ($D \in BC$, $E \in AC$, $F \in AB$). Chứng minh rằng: $\dfrac{AE}{EC} \cdot \dfrac{CD}{DB} \cdot \dfrac{BF}{FA} = 1$.

4.14. Cho tam giác ABC, phân giác AD ($D \in BC$). Kẻ $DE \parallel AB$ ($E \in AC$). Chứng minh rằng: $AB \cdot EC = AC \cdot EA$.

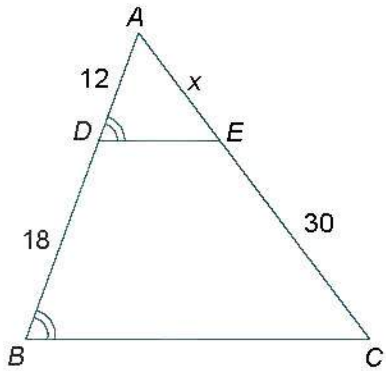
ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. Cho tam giác ABC có $BC = 13$ cm. E và F lần lượt là trung điểm của AB, AC. Độ dài EF bằng:

A. 13 cm B. 26 cm

C. 6,5 cm D. 3 cm



Hình 5.13

2. Độ dài x trong Hình 5.13 là

A. 20 B. 50

C. 12 D. 30

3. Cho tam giác ABC cân tại B. Hai trung tuyến AM, BN cắt nhau tại G. Gọi I và K lần lượt là trung điểm của GB, GC. Khẳng định nào đúng?

A. $MN = \dfrac{1}{2}AC$ B. $BC = \dfrac{1}{2}IK$

C. $MN > IK$ D. $MN = IK$

4. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \mathbin{/\mkern-5mu/} DC$), O là giao điểm của AC và BD. Xét các khẳng định sau:

(1) $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OD}{OB}$

(2) $OA \cdot OD = OB \cdot OC$

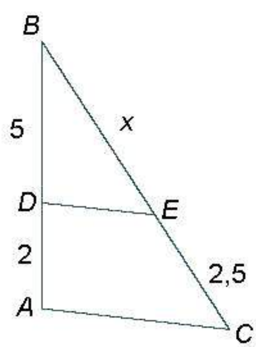
(3) $\dfrac{AO}{AC} = \dfrac{BO}{BD}$

Số khẳng định đúng là:

A. 0 B. 1 C. 2 D.3

5. Cho Hình 5.14, biết $DE \mathbin{/\mkern-5mu/} AC$. Độ dài x là

A. 5 B. 7 C. 6,5 D. 6,25



Hình 5.14

6. Cho tam giác ABC, các đường trung tuyến BD và CE cắt nhau ở G. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của GB, GC. Biết $AG = 4$ cm, độ dài của EI, DK là

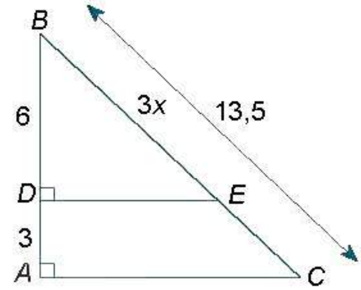
A. $EI = DK = 3$ cm | B. $EI = 3$ cm; $DK = 2$ cm

C. $EI = DK = 2$ cm | D. $EI = 1$ cm; $DK = 2$ cm

7. Cho Hình 5.15, biết $ED \perp AB$, $AC \perp AB$. Khi đó, x có giá trị là

A. 2,5 B. 2

C. 3 D. 4



Hình 5.15

8. Cho ΔABC. Tia phân giác góc trong của góc A cắt BC tại D. Cho $AB = 6$, $AC = x$, $BD = 9$, $BC = 21$. Độ dài x bằng

A. 4 B. 6 C. 12 D. 14

9. Cho tam giác ABC có AD là tia phân giác của góc BAC. Biết $AB = 3$ cm, $BD = 4$ cm, $CD = 6$ cm. Độ dài AC bằng

A. 4 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 4,5 cm

10. Cho ΔABC đều, cạnh 3 cm; M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Chu vi của tứ giác $MNCB$ bằng

A. 8 cm B. 7,5 cm C. 6 cm D. 7 cm

11. Cho tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm, $BC = 10$ cm. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của AB, BC, AC. Chu vi của tứ giác $AHIK$ bằng

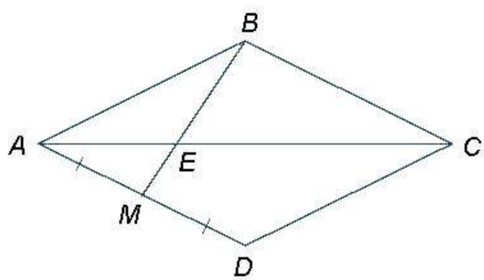
A. 7 cm B. 14 cm C. 24 cm D. 12 cm

12. Cho hình thoi $ABCD$ có M là trung điểm AD, đường chéo AC cắt BM tại điểm E. (H.5.16)

Tỉ số $\dfrac{EM}{EB}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$ B. 2

C. $\dfrac{1}{2}$ D. $\dfrac{2}{3}$



Hình 5.16

BÀI TẬP

4.15. Cho tam giác ABC, điểm I nằm trong tam giác. Lấy điểm D trên IA, qua D kẻ đường thẳng song song với AB, cắt IB tại E. Qua E kẻ đường thẳng song song với BC, cắt IC tại F. Chứng minh rằng: $DF // AC$.

4.16. Cho tam giác ABC, các đường trung tuyến BD, CE. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của BE, CD. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của MN với BD và CE. Chứng minh $MI = IK = KN$.

4.17. Cho tam giác ABC cân tại A, các đường phân giác BD, CE ($D \in AC$, $E \in AB$). Chứng minh $DE // BC$.

4.18. Cho hình bình hành $ABCD$, điểm E thuộc cạnh AB (E khác A và B), điểm F thuộc cạnh AD (F khác A và D). Đường thẳng qua D song song với EF cắt AC tại I. Đường thẳng qua B song song với EF cắt AC tại K.

a) Chứng minh rằng: $AI = CK$.

b) Gọi N là giao điểm của EF và AC.

Chứng minh rằng: $\dfrac{AB}{AE} + \dfrac{AD}{AF} = \dfrac{AC}{AN}$.

4.19. Cho góc xOy nhọn. Trên cạnh Ox lấy điểm N, trên cạnh Oy lấy điểm M. Gọi I là một điểm trên đoạn thẳng MN. Qua I kẻ đường thẳng song song với Ox cắt Oy tại A (A khác M và N) và đường thẳng song song với Oy cắt Ox ở B.

Chứng minh rằng: $\dfrac{MA}{MO} + \dfrac{NB}{NO} = 1$

4.20. Cho hình bình hành $ABCD$, AC cắt BD tại O. Đường phân giác góc A cắt BD tại M, đường phân giác D cắt AC tại N. Chứng minh $MN // AD$.

CHƯƠNG V DỮ LIỆU VÀ BIỂU ĐỒ

BÀI 18 THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

a) Thu thập dữ liệu có thể là trực tiếp hoặc gián tiếp.

– Thu thập dữ liệu trực tiếp là việc thu thập dữ liệu thông qua quan sát, làm thí nghiệm, lập bảng hỏi, phỏng vấn,...

– Thu thập dữ liệu gián tiếp là việc thu thập dữ liệu từ những nguồn có sẵn như sách, báo, mạng Internet,...

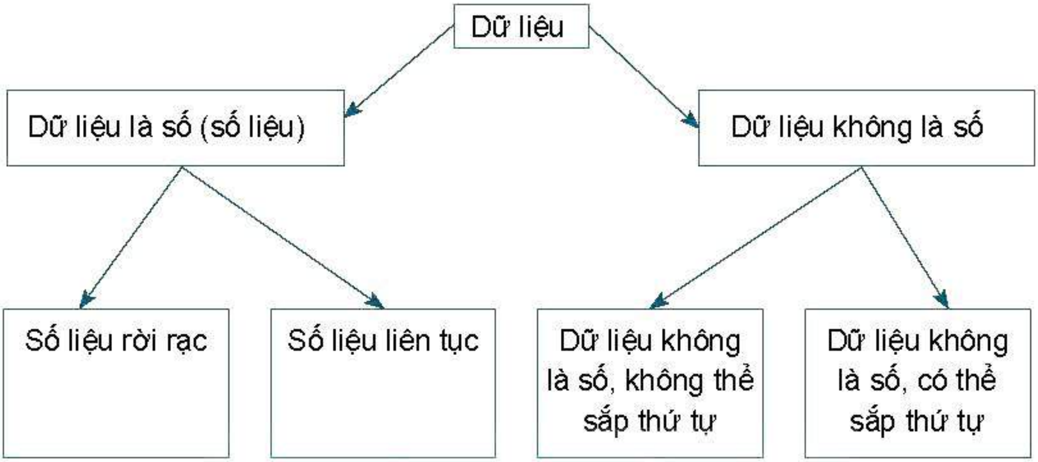
Để có thể đưa ra các kết luận hợp lí, dữ liệu thu thập được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm.

b) Dữ liệu là số được gọi là số liệu hay dữ liệu định lượng. Số liệu có thể nhận giá trị tuỳ ý trong một khoảng nào đó được gọi là số liệu liên tục. Số liệu không phải là số liệu liên tục được gọi là số liệu rời rạc.

– Dạng hay gặp của số liệu liên tục là số liệu thu được từ các phép đo như chiều cao, cân nặng, nhiệt độ,...

– Dạng hay gặp của số liệu rời rạc là số liệu đếm số phần tử của một tập nào đó, chẳng hạn số học sinh trong lớp học, số sản phẩm công nhân làm được trong một ngày,...

c) Ta có sơ đồ phân loại dữ liệu:



B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Trong bài này học sinh cần luyện tập các kĩ năng sau:

– Thực hiện được thu thập dữ liệu trực tiếp và gián tiếp.

– Phân loại dữ liệu thu thập được.

Ví dụ 1 Với mỗi cách thu thập dữ liệu sau, hãy xác định đó là thu thập dữ liệu bằng cách nào.

a) Một nhân viên trạm thu phí ngồi đếm và ghi lại số lượng các phương tiện đi qua trạm thu phí này trong khoảng thời gian từ 6h30 đến 8h00.

b) Bình vào website *iqair.com/vi/vietnam/hanoi* và ghi lại chỉ số chất lượng không khí của Hà Nội trong 30 ngày gần nhất.

Giải

a) Nhân viên này đã thực hiện thu thập dữ liệu trực tiếp thông qua quan sát.

b) Bình đã thực hiện thu thập dữ liệu gián tiếp từ mạng Internet.

Ví dụ 2 Trong các số liệu sau đây, số liệu nào là số liệu liên tục, số liệu nào là số liệu rời rạc?

(A) Số bài tập toán mà các bạn trong tổ tự làm ở nhà trong tuần: 8, 5, 3, 10, 6.

(B) Nhiệt độ trung bình (đơn vị °C) của các ngày trong năm 2022 tại Hà Nội: 22,1; 23,6; ..., 18,7.

(C) Cân nặng của 5 con cá chép giống (đơn vị là g): 8,8; 10,1; 9,3; 9,7; 8,2.

Giải

Số liệu (A) là số liệu rời rạc. Số liệu (B), (C) là số liệu liên tục.

BÀI TẬP

5.1. Em muốn thu thập dữ liệu về khối lượng, bán kính, khoảng cách đến Mặt Trời, số mặt trăng của các hành tinh trong Hệ Mặt Trời.

a) Nên thu thập bằng phương pháp nào?

b) Xác định mỗi dữ liệu thu được thuộc loại nào.

5.2. Minh muốn tìm hiểu về thói quen đọc sách của các bạn trong lớp.

a) Hãy giúp Minh đặt 3 câu hỏi để thực hiện thu thập dữ liệu.

b) Xác định xem dữ liệu thu được từ mỗi câu hỏi đó thuộc loại nào.

5.3. Một nhà nghiên cứu muốn đánh giá hiệu quả của một loại thức ăn mới đến cân nặng của cá basa. Họ đã cân và ghi lại khối lượng của 200 con cá sau 1 tháng cho cá ăn loại thức ăn này.

a) Số liệu thu được là số liệu rời rạc hay liên tục?

b) Nhà nghiên cứu này đã thực hiện thu thập dữ liệu trực tiếp hay gián tiếp?

5.4. Ghép cặp cho phù hợp và ghi kết quả vào vở.

a. Số trường THCS tại các huyện, thị xã của tỉnh.	A. Số liệu liên tục.
b. Tên của các huyện, thị xã của tỉnh.	B. Số liệu rời rạc.
c. Tốc độ tăng trưởng của các huyện, thị xã của tỉnh năm 2022 (đơn vị tính là %).	C. Dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.
d. Kết quả xếp loại công tác cải cách hành chính của các huyện, thị xã của tỉnh với các mức: Xuất sắc, Tốt, Khá, Trung bình, Yếu.	D. Dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.

5.5. Em muốn khảo sát về ý kiến đánh giá của các bạn trong khối 8 về chuyến đi dã ngoại do nhà trường tổ chức bằng cách lấy ý kiến của 30 bạn với các mức đánh giá từ Rất hài lòng đến Thất vọng.

a) Em định thu thập ý kiến từ những bạn nào? Dữ liệu thu thập được có tính đại diện không?

b) Dữ liệu thu được thuộc loại nào?

BÀI 19 BIỂU DIỄN DỮ LIỆU BẰNG BẢNG, BIỂU ĐỒ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Dữ liệu có thể được biểu diễn bằng cách liệt kê, biểu diễn bằng bảng thống kê hoặc biểu đồ. Biểu diễn bằng biểu đồ là cách biểu diễn trực quan. Việc lựa chọn biểu đồ nào để biểu diễn dữ liệu phụ thuộc vào mục tiêu biểu diễn và loại dữ liệu cần biểu diễn.

– Ta có thể dùng biểu đồ tranh, biểu đồ cột để biểu diễn số lượng các loại đối tượng khác nhau. Tuy nhiên, nếu dùng biểu đồ tranh mà phải vẽ rất nhiều biểu tượng thì ta nên dùng biểu đồ cột.

– Nếu muốn biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian, ta dùng biểu đồ đoạn thẳng. Khi số lượng thời điểm quan sát ít ta cũng có thể biểu diễn bằng biểu đồ cột.

– Khi muốn so sánh hai hay nhiều tập dữ liệu với nhau, ta dùng biểu đồ cột kép hoặc biểu đồ cột bội. Khi muốn biểu diễn tỉ lệ các phần trong tổng thể ta dùng biểu đồ hình quạt tròn.

Cách vẽ biểu đồ tranh, biểu đồ cột, biểu đồ cột kép được trình bày trong sách giáo khoa Toán 6. Cách hoàn thiện biểu đồ hình quạt tròn và cách vẽ biểu đồ đoạn thẳng được trình bày trong sách giáo khoa Toán 7.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Trong bài này học sinh cần luyện tập các kĩ năng sau:

– Lựa chọn biểu đồ phù hợp để biểu diễn dữ liệu.

– Vẽ biểu đồ biểu diễn dữ liệu.

– Chuyển dữ liệu từ dạng biểu diễn này sang dạng biểu diễn khác.

Ví dụ 1 Kết quả đăng kí tham dự các lớp rèn luyện kĩ năng sống của học sinh lớp 8A như sau:

Q, B, L, G, Q, B, L, L, G, G, Q, Q, Q, L, B, B, G, B,

Q, L, G, L, B, B, L, G, L, B, Q, L, G, G, B, G, B, L.

trong đó B là lớp Bảo vệ và chăm sóc bản thân, Q là lớp Quản lí cảm xúc, G là lớp Giao tiếp ứng xử, L là lớp Làm việc nhóm.

a) Lập bảng thống kê biểu diễn số lượng học sinh tham dự mỗi lớp rèn luyện kĩ năng sống.

b) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn dữ liệu này.

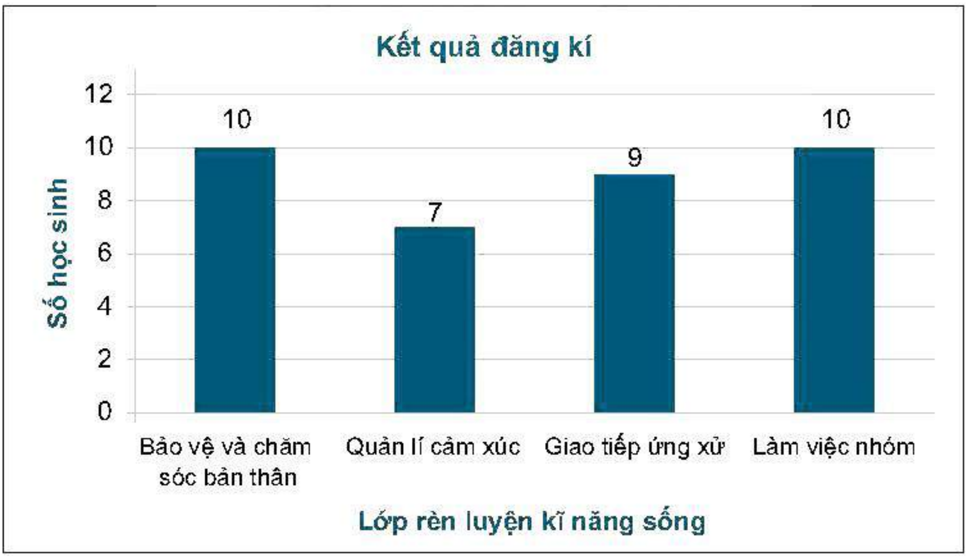
c) Nếu dùng biểu đồ tranh biểu diễn dữ liệu này thì nên dùng mỗi biểu tượng biểu diễn mấy học sinh? Tổng số phải dùng bao nhiêu biểu tượng?

Giải

a) Bảng thống kê

Lớp	Bảo vệ và chăm sóc bản thân	Quản lí cảm xúc	Giao tiếp ứng xử	Làm việc nhóm
Số học sinh	10	7	9	10

b) Biểu đồ cột



c) Nếu dùng biểu đồ tranh để biểu diễn dữ liệu này thì nên dùng mỗi biểu tượng biểu diễn cho 1 học sinh vì ƯCLN (10, 7, 9, 10) = 1. Khi đó cần dùng 10 + 7 + 9 + 10 = 36 biểu tượng.

Ví dụ 2 Bảng sau đây cho biết diện tích rừng tự nhiên và rừng trồng ở Việt Nam (đơn vị tính là ha) trong các năm 2020, 2021 (Theo *Bộ Nông nghiệp và phát triển nông thôn*).

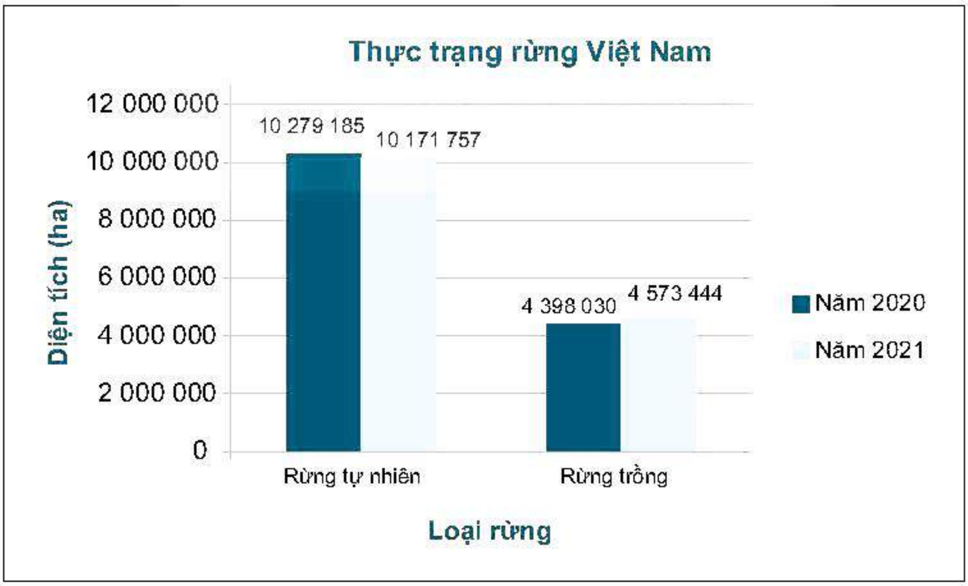
Năm	2020	2021
Rừng tự nhiên	10 279 185	10 171 757
Rừng trồng	4 398 030	4 573 444

Nếu muốn so sánh sự thay đổi về diện tích rừng tự nhiên và rừng trồng trong hai năm 2020, 2021 thì nên dùng biểu đồ nào để biểu diễn? Vẽ biểu đồ đó.

Giải

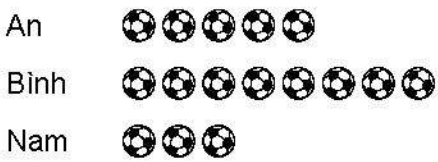
Để so sánh sự thay đổi về diện tích rừng tự nhiên và rừng trồng trong hai năm 2020, 2021, ta nên dùng biểu đồ cột kép, mỗi nhóm cột gồm 2 cột biểu diễn diện tích rừng mỗi loại.

Biểu đồ cột kép như sau:



BÀI TẬP

5.6. Biểu đồ sau cho biết số trận bóng đá trong giải bóng đá chuyên nghiệp Việt Nam mùa giải 2021 – 2022 mà 3 bạn An, Bình, Nam đã xem.

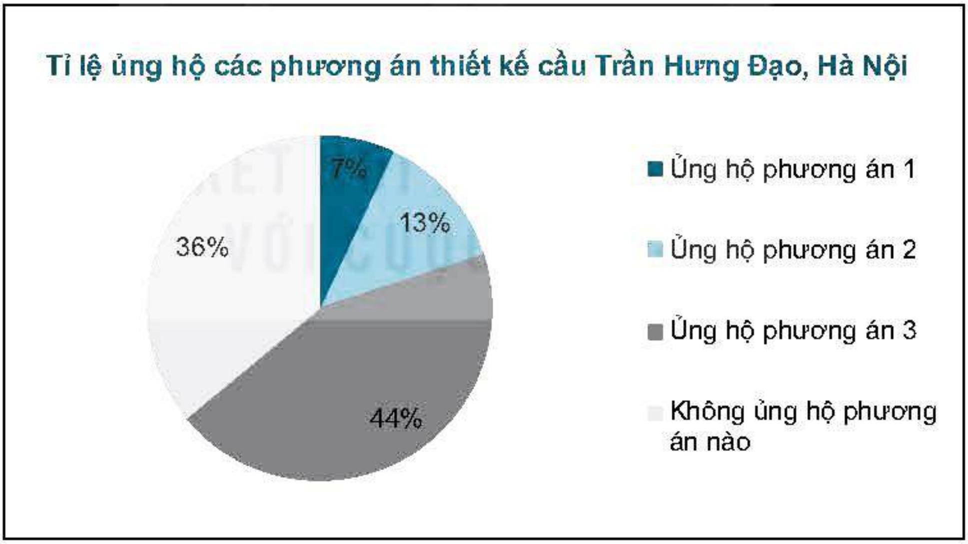


(Mỗi biểu tượng biểu diễn 1 trận đấu)

a) Lập bảng thống kê biểu diễn số trận đấu An, Bình, Nam đã xem.

b) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn dữ liệu này.

5.7. Biểu đồ Hình 5.1. cho biết tỉ lệ độc giả của báo điện tử Vnexpress ủng hộ các phương án thiết kế cầu Trần Hưng Đạo, Hà Nội (Phương án 1: Cầu dầm – cáp hỗn hợp; Phương án 2: Cầu vòm kết hợp dây văng; Phương án 3: Cầu dầm hộp bê tông cốt thép dự ứng lực kết hợp trụ tháp).



Hình 5.1. Theo *Vnexpress.net*

Biết rằng có 7 754 lượt độc giả tham gia bình chọn.

a) Lập bảng thống kê cho biết số lượng bình chọn cho mỗi loại.

b) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn dữ liệu trong bảng thống kê này.

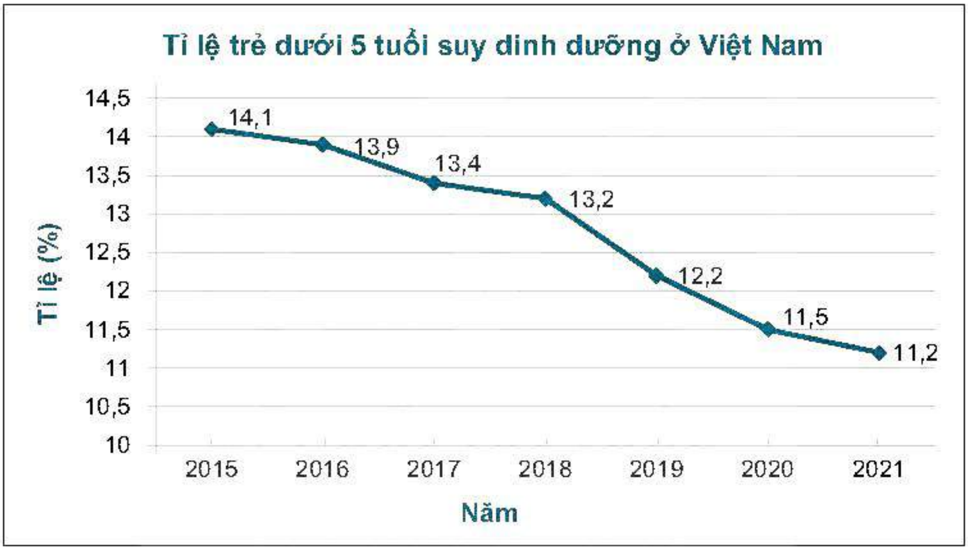
5.8. Bảng thống kê sau đây cho biết tỉ lệ đi học đúng tuổi ở các cấp học tại đồng bằng sông Hồng và đồng bằng sông Cửu Long (đơn vị %).

Vùng	Tiểu học	THCS	THPT
Đồng bằng sông Hồng	99	98,7	92,9
Đồng bằng sông Cửu Long	98,5	87,2	63,9

(Theo *Báo cáo điều tra các chỉ tiêu SDG về trẻ em và phụ nữ Việt Nam 2020 – 2021, UNICEF*)

Vẽ biểu đồ cột kép biểu diễn dữ liệu cho trong bảng thống kê.

5.9. Cho biểu đồ đoạn thẳng Hình 5.2.



Hình 5.2. Theo *Tổng cục thống kê*

a) Lập bảng thống kê biểu diễn dữ liệu cho trong biểu đồ.

b) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn dữ liệu này.

5.10. Thống kê số trận thắng của ba câu lạc bộ thành London là Arsenal, Chelsea, Tottenham Hotspur trong hai mùa giải 2020 – 2021, 2021 – 2022 cho kết quả như sau:

Mùa giải	Arsenal	Chelsea	Tottenham Hotspur
2020 – 2021	18	19	18
2021 – 2022	22	21	22

(Theo *premierleague.com/stats*)

a) Để so sánh số trận thắng của mỗi câu lạc bộ trong 2 mùa giải ta nên sử dụng biểu đồ nào? Vẽ biểu đồ đó.

b) Để so sánh số trận thắng của ba câu lạc bộ trong mỗi mùa giải ta nên sử dụng biểu đồ nào? Vẽ biểu đồ đó.

5.11. Để tìm hiểu về tốc độ tăng dân số Việt Nam, Tuấn đã thu thập số liệu về số dân trong các năm từ 1945 đến nay. Tuấn nên dùng biểu đồ nào để biểu diễn? Tại sao?

5.12. Kết quả khảo sát tiếng Anh tại khối 8 của một trường THCS như sau:

Trình độ	Bắt đầu (Beginner)	Sơ cấp (Elementary)	Trung cấp (Intermediate)	Trên trung cấp (Upper Intermediate)
Số học sinh	40	70	80	10

a) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn bảng thống kê trên.

b) Nếu muốn biểu diễn tỉ lệ học sinh ở từng trình độ tiếng Anh so với tổng số học sinh thì nên dùng biểu đồ nào để biểu diễn?

5.13. Bảng thống kê sau cho biết số lượng di sản thế giới của 5 quốc gia đứng đầu tính đến tháng 8 năm 2021:

Quốc gia	Ý	Trung Quốc	Đức	Tây Ban Nha	Pháp
Số di sản thế giới	58	56	51	49	49

(Theo *Tổ chức Giáo dục, Khoa học và Văn hoá Liên hợp quốc (UNESSCO)*)

a) Có nên dùng biểu đồ tranh biểu diễn bảng thống kê trên? Tại sao?

b) Nên sử dụng biểu đồ nào để biểu diễn? Vẽ biểu đồ đó.

BÀI 20 PHÂN TÍCH SỐ LIỆU THỐNG KÊ DỰA VÀO BIỂU ĐỒ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Khi đọc và diễn giải biểu đồ, chúng ta cần lưu ý một số vấn đề sau để tránh đọc và diễn giải sai:

- Trong biểu đồ cột, khi gốc của trục đứng khác 0 thì tỉ lệ chiều cao của các cột không bằng tỉ lệ số liệu mà chúng biểu diễn.
- Trong biểu đồ đoạn thẳng, khi các điểm quan sát trên trục ngang không đều nhau, ta không thể dựa vào độ dốc của đường gấp khúc để kết luận về độ tăng, giảm của đại lượng được biểu diễn.

– Việc phân tích số liệu dựa trên từng biểu đồ đã được giới thiệu ở chương trình lớp 6, 7. Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp, ta có thể kết hợp thông tin từ hai hay nhiều biểu đồ hoặc thông tin từ hai hay nhiều dãy số liệu được biểu diễn trên cùng một biểu đồ để phân tích.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Trong bài này học sinh cần luyện tập các kĩ năng sau:

– Đọc và diễn giải đúng dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ;

– Phát hiện và giải quyết được vấn đề, quy luật đơn giản dựa trên phân tích dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

Ví dụ 1 Biểu đồ đoạn thẳng sau đây cho biết xếp hạng thế giới của đội tuyển bóng đá nam Việt Nam và Thái Lan vào tháng 10 trong 10 năm từ năm 2013 đến năm 2022.

Hình 5.3. Theo *Liên đoàn Bóng đá Thế giới (FIFA)*

a) Hãy cho biết từ năm 2013 đến năm 2022, thành tích của đội tuyển bóng đá nam nước nào tốt hơn. Vì sao?

b) Chỉ ra những năm đội tuyển bóng đá nam Thái Lan có xếp hạng cao hơn đội tuyển bóng đá nam Việt Nam.

c) Trong 10 năm, thứ hạng cao nhất của đội tuyển nam Việt Nam là bao nhiêu, đạt được vào năm nào?

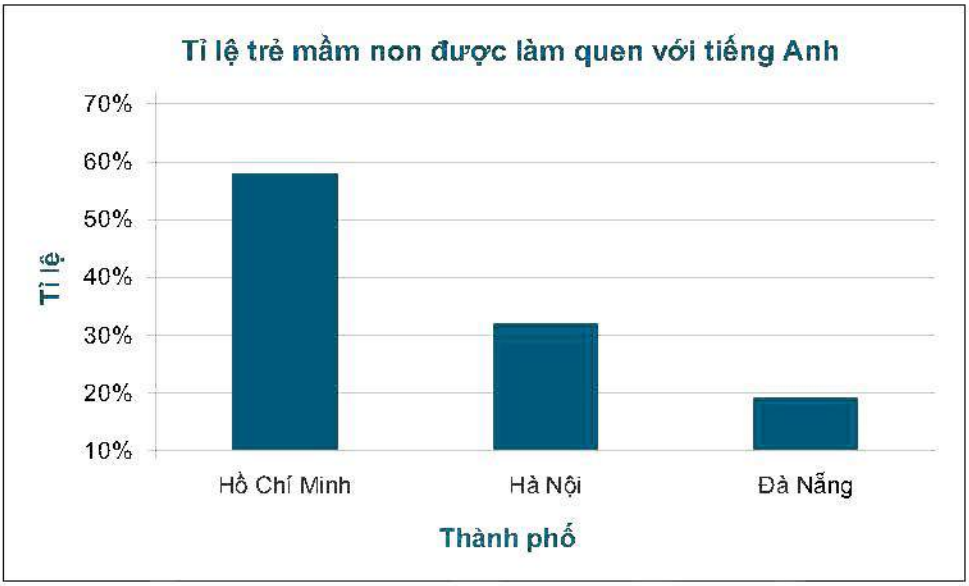
Giải

a) Từ năm 2013 đến năm 2022, thành tích của đội tuyển bóng đá nam Việt Nam tốt hơn, do đường màu xanh biểu diễn thứ hạng của đội tuyển bóng đá nam Việt Nam thường ở dưới đường màu đen biểu diễn thứ hạng của đội tuyển bóng đá nam Thái Lan.

b) Năm 2015, thứ hạng của đội tuyển bóng đá nam Thái Lan (hạng 145) cao hơn thứ hạng của đội tuyển bóng đá nam Việt Nam (hạng 149).

c) Trong 10 năm, thứ hạng cao nhất của đội tuyển bóng đá nam Việt Nam là hạng 94 thế giới, đạt được vào năm 2020.

Ví dụ 2 Cho biểu đồ



Hình 5.4. Theo *giaoduc.net.vn*

a) Minh căn cứ vào chiều cao của các cột và cho rằng tỉ lệ trẻ mầm non được làm quen với tiếng Anh tại Thành phố Hồ Chí Minh cao gấp hơn 4 lần tỉ lệ này ở Đà Nẵng. Nhận định của Minh có đúng không? Tại sao?

b) Các tỉ lệ trẻ mầm non được làm quen với tiếng Anh tại Thành phố Hồ Chí Minh và Đà Nẵng khoảng bao nhiêu phần trăm?

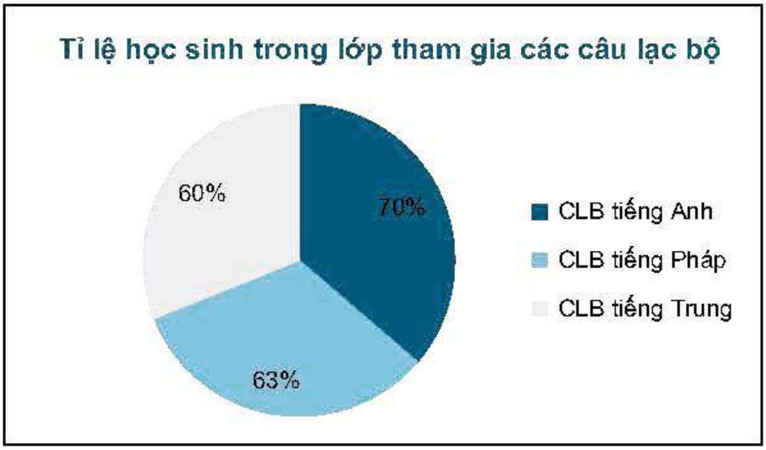
Giải

a) Nhận định của Minh không đúng vì gốc của trục đứng không bắt đầu từ 0 nên tỉ lệ chiều cao các cột không bằng tỉ lệ các số liệu mà chúng biểu diễn.

b) Tỉ lệ trẻ mầm non được làm quen với tiếng Anh tại Thành phố Hồ Chí Minh là gần 60%, tại Đà Nẵng là gần 20%.

BÀI TẬP

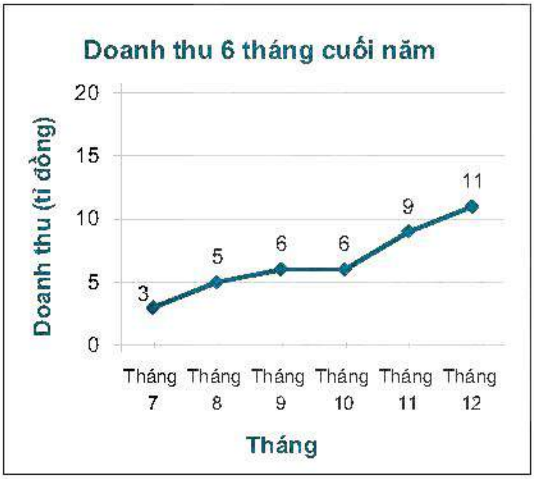
5.14. Bình vẽ biểu đồ sau đây để biểu diễn tỉ lệ học sinh trong lớp tham gia vào các câu lạc bộ (CLB) tiếng Anh, tiếng Pháp, tiếng Trung của trường.



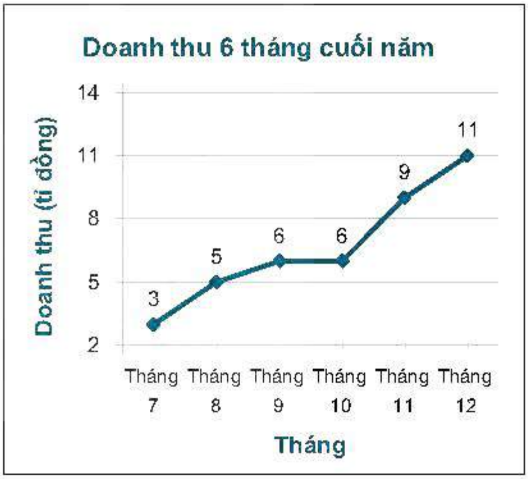
Hình 5.5

Hãy cho biết biểu đồ này có điểm nào không hợp lí.

5.15. Cho hai biểu đồ Hình 5.6. và Hình 5.7.



Hình 5.6

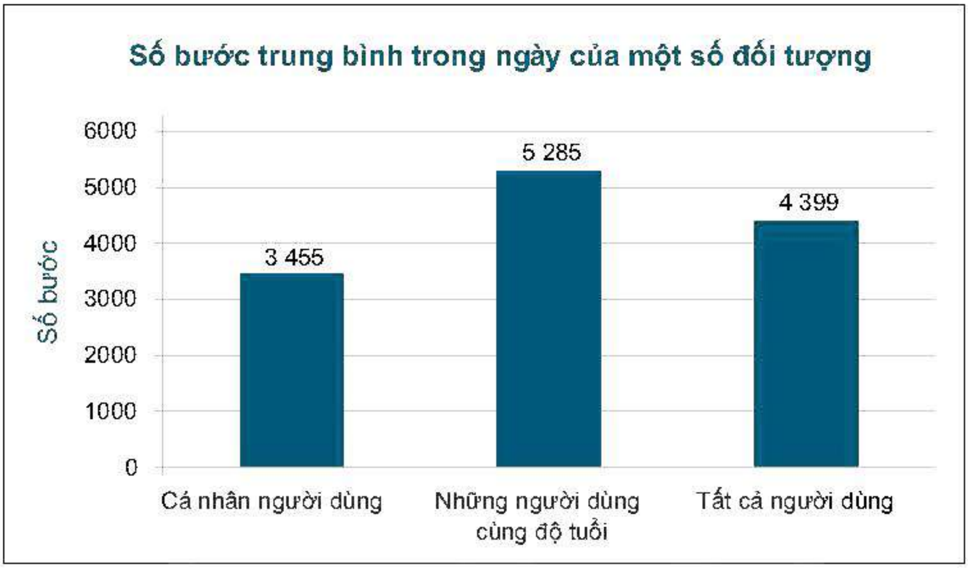


Hình 5.7

a) Dữ liệu biểu diễn trên hai biểu đồ có như nhau không? Nếu có, hãy lập bảng thống kê cho dữ liệu đó.

b) Có thể căn cứ vào độ dốc trên của hai đường gấp khúc trên hai biểu đồ để đánh giá về tốc độ tăng doanh thu trong 6 tháng cuối năm của dữ liệu được biểu diễn không? Tại sao?

5.16. Một người sử dụng ứng dụng đếm số bước chân trên điện thoại. Sau một thời gian anh ta vào kiểm tra ứng dụng thì thấy có biểu đồ Hình 5.8.

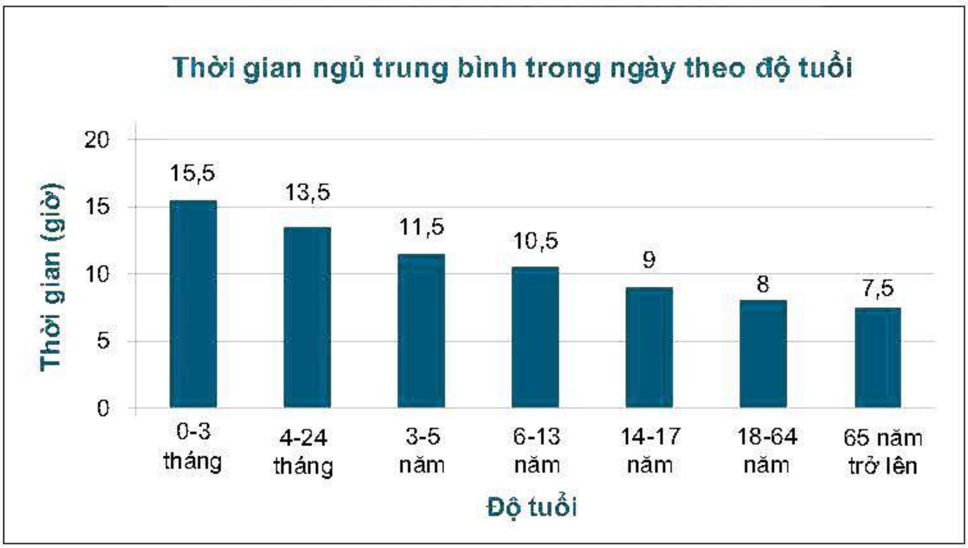


Hình 5.8

a) Hãy đọc và giải thích số liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

b) Hãy điền số thích hợp vào dấu ? trong khuyến cáo của ứng dụng đối người này "*Bạn đi ít hơn ? bước so với trung bình của những người dùng có cùng độ tuổi với bạn*".

5.17. Cho biểu đồ Hình 5.9.

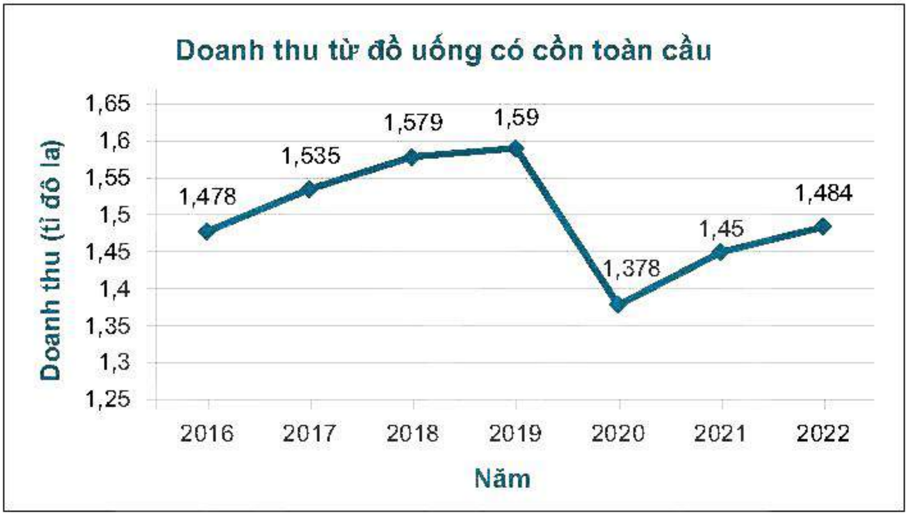


Hình 5.9. Theo *vinmec.com*

a) Nhận xét về xu thế thời gian ngủ trung bình trong ngày theo độ tuổi.

b) An là học sinh lớp 8 (15 tuổi). Mỗi ngày An dành 8 tiếng cho việc học ở trường và ở nhà; 3 tiếng dành cho dành cho việc ăn uống. An đảm bảo thời gian ngủ trong ngày theo độ tuổi. Tính tỉ lệ % thời gian trong ngày An dành cho việc học; việc ăn uống, việc ngủ và các việc khác.

5.18. Cho biểu đồ Hình 5.10.

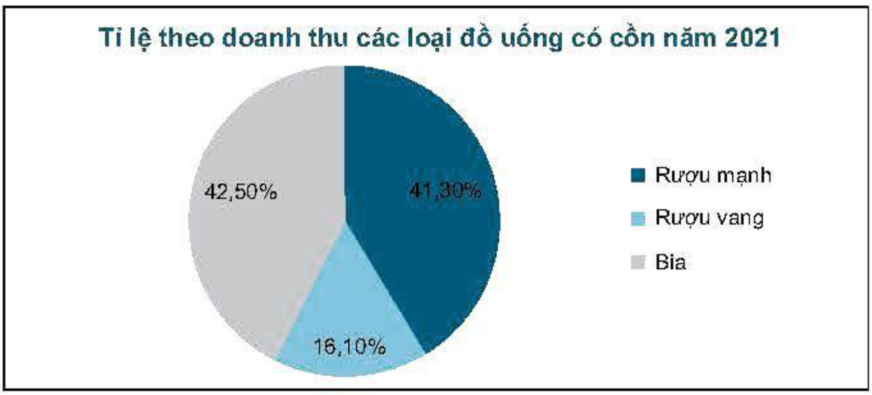


Hình 5.10. Theo *statista.com*

a) Lập bảng thống kê biểu diễn số liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

b) Nhận xét về xu thế của doanh thu từ đồ uống có cồn trên toàn cầu trước năm 2020. Tại sao doanh thu năm 2020 có sụt giảm mạnh?

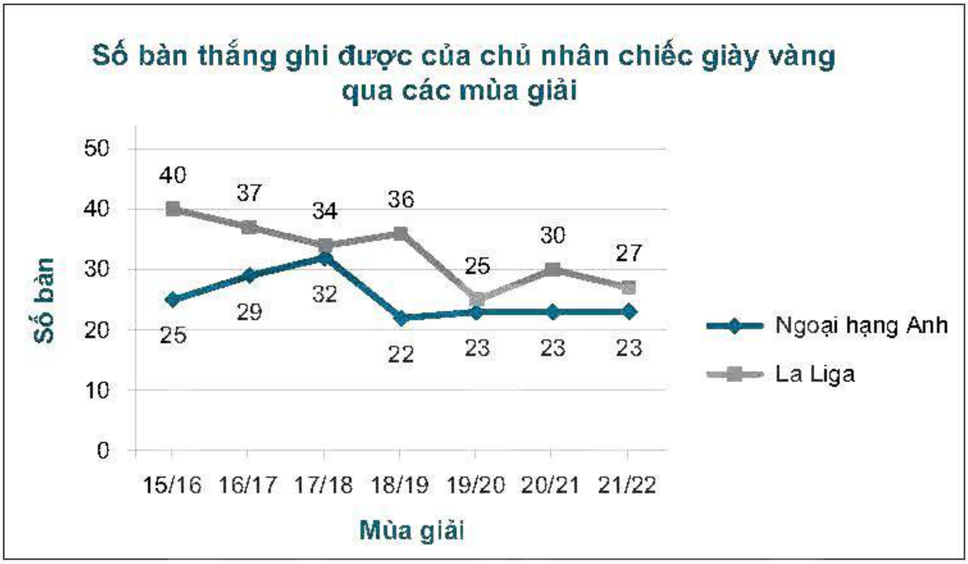
c) Năm 2021, tỉ lệ doanh thu đồ uống có cồn theo loại được cho trong biểu đồ Hình 5.11.



Hình 5.11. Theo *statista.com*

Tính doanh thu mỗi loại trong năm 2021.

5.19. Biểu đồ Hình 5.12. cho biết số bàn thắng ghi được của chủ nhân chiếc giày vàng tại giải ngoại hạng Anh và La Liga (giải vô địch quốc gia Tây Ban Nha) trong một số năm gần đây.



Hình 5.12. Theo *Liên đoàn bóng đá thế giới (FIFA)*

a) So sánh về số bàn thắng mà chủ nhân chiếc giày vàng ghi được tại hai giải bóng đá từ mùa giải 2015/2016 đến mùa giải 2021/2022.

b) Cầu thủ ghi được nhiều nhất bao nhiêu bàn thắng trong một mùa giải tính từ mùa giải 2015/2016 đến mùa giải 2021/2022?

ÔN TẬP CHƯƠNG V

A CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

Người ta đặt các trạm đo mưa tự động trên toàn quốc để phục vụ cho công tác phòng, chống thiên tai của các tỉnh, thành phố, các hồ thủy lợi, thuỷ điện trên toàn quốc. Dữ liệu gửi về từ các trạm được hiển thị trên một website với các thông tin: Địa điểm, Lượng mưa (đo bằng mm) và Mức độ mưa (Không mưa, mưa nhỏ, mưa vừa, mưa to).

Hãy chọn đáp án phù hợp nhất trong các câu hỏi sau.

1. Người ta đã thực hiện thu thập dữ liệu bằng cách:

A. Thu thập trực tiếp thông qua quan sát

B. Thu thập trực tiếp thông qua làm thí nghiệm

C. Thu thập trực tiếp bằng cách lập bảng hỏi

D. Thu thập gián tiếp

2. Dữ liệu thu được về lượng mưa là

A. Dữ liệu không phải là số, không thể sắp thứ tự

B. Dữ liệu không phải là số, có thể sắp thứ tự

C. Số liệu rời rạc

D. Số liệu liên tục

3. Dữ liệu thu được về mức độ mưa là

A. Dữ liệu không phải là số, không thể sắp thứ tự

B. Dữ liệu không phải là số, có thể sắp thứ tự

C. Số liệu rời rạc

D. Số liệu liên tục

4. Muốn biểu diễn số ngày trời không mưa, mưa nhỏ, mưa vừa, mưa to trong một tháng ta nên dùng biểu đồ nào?

A. Biểu đồ đoạn thẳng

B. Biểu đồ hình quạt tròn

C. Biểu đồ cột

D. Biểu đồ cột kép

5. Muốn biểu diễn tỉ lệ ngày trời không mưa, mưa nhỏ, mưa vừa, mưa to trong một tháng ta nên dùng biểu đồ nào?

A. Biểu đồ đoạn thẳng B. Biểu đồ hình quạt tròn

C. Biểu đồ cột D. Biểu đồ cột kép

6. Muốn biểu diễn sự khác nhau về lượng mưa trong một ngày tại 5 thành phố lớn ta nên dùng biểu đồ nào?

A. Biểu đồ đoạn thẳng B. Biểu đồ hình quạt tròn

C. Biểu đồ cột D. Biểu đồ cột kép

7. Muốn biểu diễn sự thay đổi về lượng mưa tại Hà Nội trong tháng ta nên dùng biểu đồ nào?

A. Biểu đồ đoạn thẳng B. Biểu đồ hình quạt tròn

C. Biểu đồ cột D. Biểu đồ cột kép

8. Muốn so sánh lượng mưa tại Hà Nội và Thành phố Hồ Chí Minh trong các tháng năm 2022 ta nên dùng biểu đồ nào?

A. Biểu đồ đoạn thẳng B. Biểu đồ hình quạt tròn

C. Biểu đồ cột kép D. Biểu đồ tranh

B BÀI TẬP

5.20. Ngay sau vòng tứ kết World Cup 2022, một website điện tử đã khảo sát dự đoán đội vô địch của độc giả với câu hỏi "Theo bạn, đội bóng nào sẽ vô địch World Cup 2022?" với 4 phương án trả lời:

A. Argentina B. Croatia C. Ma rốc D. Pháp.

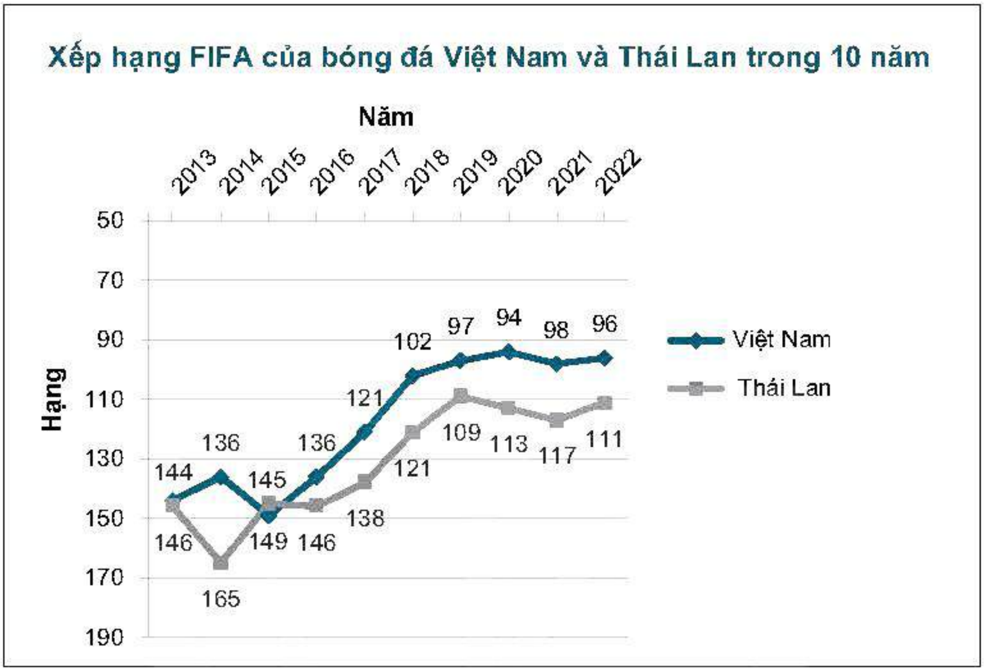
Trước khi vòng bán kết bắt đầu, ban quản trị website đã thu được 1765 phản hồi với 800 lựa chọn A, 350 lựa chọn B, 115 lựa chọn C và 500 lựa chọn D.

a) Dữ liệu trên đã được thu thập bằng cách nào?

b) Lựa chọn biểu đồ để biểu diễn dữ liệu thu được. Vẽ biểu đồ đó.

c) Nếu muốn biểu diễn tỉ lệ bình chọn cho mỗi đội bóng thì nên dùng biểu đồ nào để biểu diễn?

5.21. Biểu đồ Hình 5.13. biểu diễn xếp hạng thế giới của đội tuyển bóng đá nam Việt Nam và Thái Lan vào tháng 10 trong 10 năm từ năm 2013 đến năm 2022.



Hình 5.13. Theo *Liên đoàn bóng đá thế giới (FIFA)*

a) Dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ Hình 5.13 và biểu đồ Hình 5.3 có như nhau?

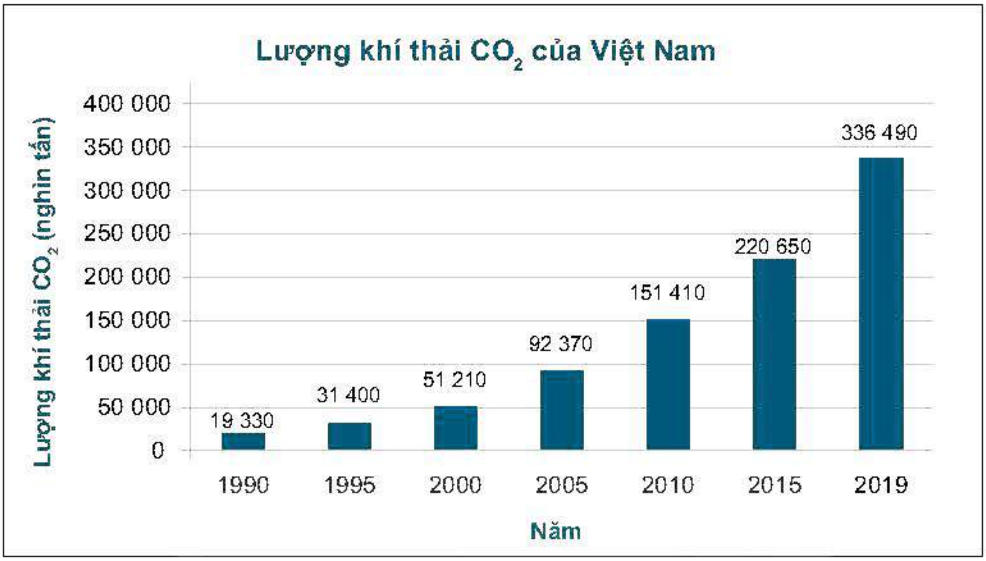
b) Dãy số liệu về xếp hạng thế giới của bóng đá nam Việt Nam là dãy số liệu rời rạc hay liên tục?

c) So sánh sự khác nhau trong việc biểu diễn các trục ở Hình 5.13 và Hình 5.3. Biểu diễn như ở Hình 5.13 có ưu điểm gì trong việc nhận ra xu thế của thứ hạng?

5.22. Cho biểu đồ Hình 5.14.

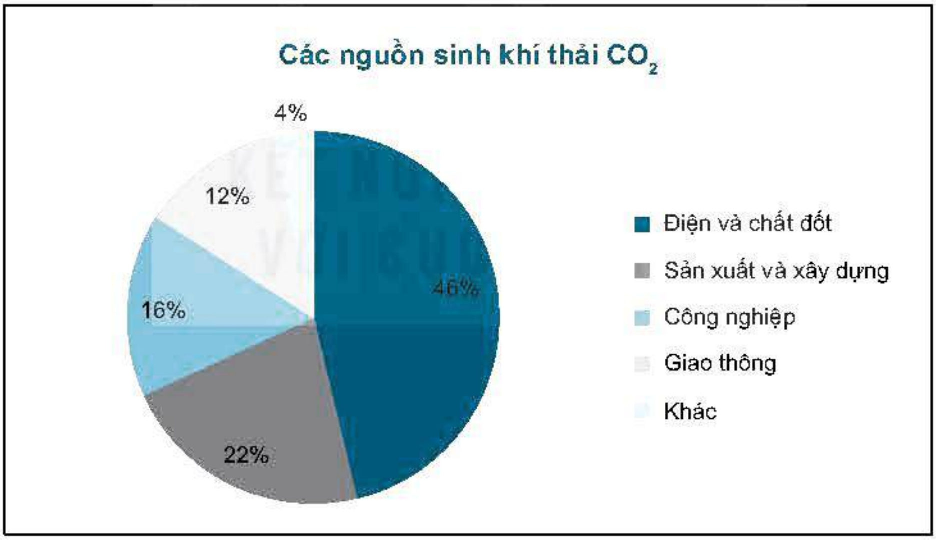
a) Lập bảng thống kê cho dữ liệu biểu diễn trên biểu đồ.

b) Cho biết xu thế của lượng khí thải CO_2 của Việt Nam trong giai đoạn này. Năm 2019 lượng khí thải CO_2 của Việt Nam tăng bao nhiêu lần so với năm 1990.



Hình 5.14. Theo *Ngân hàng thế giới (WB)*

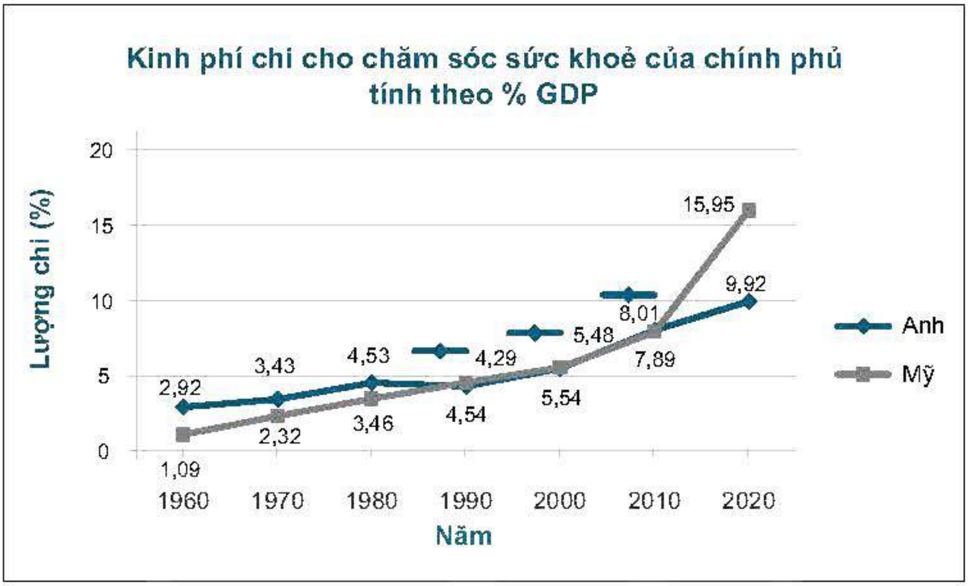
c) Nguồn sinh khí thải CO_2 tại Việt Nam năm 2019 được cho trong biểu đồ Hình 5.15.



Hình 5.15. Theo *ourworldindata.org*

Hãy tính lượng CO_2 sinh bởi mỗi nguồn.

5.23. Biểu đồ Hình 5.16 cho biết kinh phí chính phủ Mỹ, Anh chi cho hệ thống chăm sóc sức khoẻ, bảo hiểm sức khoẻ xã hội bao gồm cả bảo hiểm sức khoẻ bắt buộc (gọi chung là chăm sóc sức khoẻ) từ năm 1960 đến 2020.



Hình 5.16. Theo *ourworldindata.org/financing–healthcare*

a) Số liệu về chi phí cho chăm sóc sức khoẻ là số liệu rời rạc hay số liệu liên tục?

b) Cho biết xu thế chi phí chi cho chăm sóc sức khoẻ của Anh, Mỹ. Biết rằng chi phí này của Anh, Mỹ năm 2019 tương ứng là 7,84% và 13,81%. Giải thích tại sao chi phí cho chăm sóc sức khoẻ năm 2020 tăng mạnh so với năm 2019.

c) Lập bảng thống kê cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

d) GDP của Mỹ năm 2020 là 20 890 tỉ đô la. Tính số tiền Mỹ chi cho chăm sóc sức khoẻ năm 2020.

5.24. Tỉ số giới tính khi sinh được xác định bằng tỉ số bé trai trên 100 bé gái sinh ra trong một thời kì nhất định, thường là 1 năm. Số bé trai trên 100 bé gái (kí hiệu là X) sinh ra ở Việt Nam giai đoạn 1999 – 2020 được cho trong bảng sau:

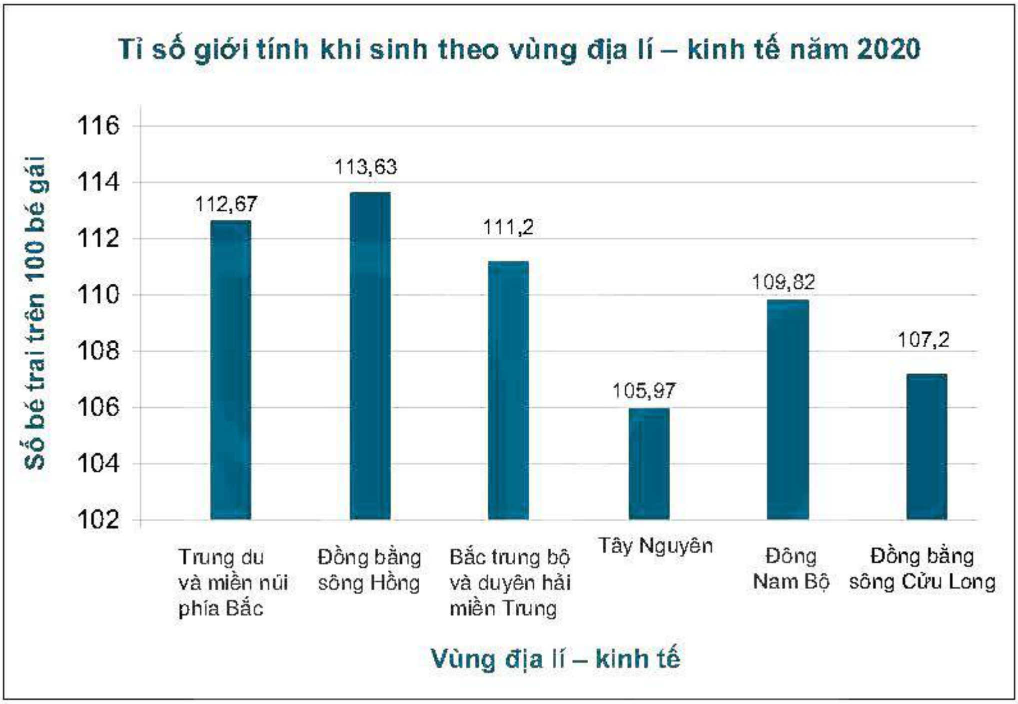
Năm	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
X	107,6	108,2	108,8	109,5	110,4	111,1	111,5	111,8	112	112,2
Năm	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
X	112,3	112,3	112,3	112,3	112,2	112,1	112	111,8	111,6	111,4

(Theo *ourworldindata.org*)

a) Lựa chọn biểu đồ để biểu diễn bảng số liệu trên. Vẽ biểu đồ đó.

b) Ở mức sinh học bình thường, tỉ số này bình thường dao động từ 104 đến 106 trên 100 bé gái khi sinh. Nhận xét về tỉ số giới tính khi sinh ở Việt Nam so với tỉ số này ở mức sinh học bình thường.

c) Biểu đồ sau cho biết tỉ số giới tính khi sinh theo vùng địa lí – kinh tế của Việt Nam năm 2020.



Hình 5.17. Theo *Tổng cục Thống kê*

Những vùng nào có tỉ số giới tính khi sinh cao hơn mức chung của cả nước? Vùng nào có tỉ số giới tính khi sinh ở mức sinh học bình thường?

5.25. Bảng sau đây cho biết lượng nhựa phế thải xuất khẩu của một số quốc gia Đông Nam Á năm 2017.

Quốc gia	Indonesia	Malaysia	Singapore	Thái Lan	Việt Nam
Khối lượng (tấn)	193 386	165 827	56 385	196 839	302 159

Theo *ourworldindata.org*

Lựa chọn biểu đồ để biểu diễn bảng số liệu này. Vẽ biểu đồ đó.

LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

CHƯƠNG I. ĐA THỨC

BÀI 1. ĐƠN THỨC

1.1. a) Hai biểu thức $x + 1$ và $\dfrac{x}{y}$ không là đơn thức. Các biểu thức còn lại đều là đơn thức.

b) Các đơn thức thu gọn: $(1 + \sqrt{2})x^2y$; $\quad 1{,}5xy^2$.

Thu gọn các đơn thức còn lại:

$-xy2y = -2xy^2$; $\quad (1 - \sqrt{2})xyx = (1 - \sqrt{2})x^2y$; $\quad (-x)0{,}5y^2 = -0{,}5xy^2$.

c) Nhóm thứ nhất gồm $-2xy^2$; $1{,}5xy^2$ và $-0{,}5xy^2$. Tổng của chúng là:

$$-2xy^2 + 1{,}5xy^2 - 0{,}5xy^2 = (-2 + 1{,}5 - 0{,}5)xy^2 = -xy^2.$$

Nhóm thứ hai gồm $(1 + \sqrt{2})x^2y$ và $(1 - \sqrt{2})x^2y$. Tổng của chúng là:

$$(1 + \sqrt{2})x^2y + (1 - \sqrt{2})x^2y = (1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2})x^2y = 2x^2y.$$

1.2. Ta có bảng đáp án sau:

Đơn thức đã cho	$3xy^2x^2\sqrt{5}$	$-7{,}5xz(-2)yz$	$x(1+\pi)xy$	$\dfrac{yx^2}{3}yz^2$
Đơn thức thu gọn	$3\sqrt{5}\,x^3y^2$	$15xyz^2$	$(1+\pi)x^2y$	$\dfrac{1}{3}x^2y^2z^2$
Hệ số	$3\sqrt{5}$	15	$1 + \pi$	$\dfrac{1}{3}$
Bậc	5	4	3	6

1.3. a) $M = \dfrac{1}{2}x^2y(-4)y = -2x^2y^2$. Khi $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3}$, ta có

$$M = -2\left(\sqrt{2}\right)^2\left(\sqrt{3}\right)^2 = -2\cdot2\cdot3 = -12.$$

b) $N = xy\sqrt{5}\,x^2 = \sqrt{5}\,x^3y$. Khi $x = -2$, $y = \sqrt{5}$, ta có

$$N = \sqrt{5} \cdot (-2)^3 \cdot \sqrt{5} = -8(\sqrt{5})^2 = -40.$$

1.4. a) $(1+\sqrt{3})x^2yz^3$; b) $(1-\sqrt{3})x^3yz^2$.

1.5. a) $A = 4xy^2z + xy^2z = 5xy^2z$; b) $B = 2x^2yz - 3x^2yz = -x^2yz$

1.6. Tổng các đơn thức đã cho là

$$S = 11x^2y^3 - \frac{3}{7}x^2y^3 - 12x^2y^3 + \frac{10}{7}x^2y^3 = \left(11 - \frac{3}{7} - 12 + \frac{10}{7}\right)x^2y = 0.$$

Vậy tại $x = -6$, $y = 15$, ta có $S = 0$.

BÀI 2. ĐA THỨC

1.7. • Đa thức: $3x^2y - \frac{1}{\sqrt{2}}xy^2 + 0{,}7xy - 1$; π; $-0{,}5 + x$;

• Không là đa thức: $xy + \frac{x}{y}$ và $\frac{1}{x^2+y}$.

1.8. a) Thu gọn: $M = x^3 - 2xy + 3xyz - 4xy^2 + 5x^2y - 6xyz + 7xy^2 - 8xy$

$= x^3 - 10xy - 3xyz + 3xy^2 + 5x^2y$.

b) Các hạng tử bậc 3 là x^3; $-3xyz$; $3xy^2$ và $5x^2y$.

1.9. $P = x^2 + xy + y^2$.

1.10. $Q = x^3 + y^3 + z^3 + xy^2 + yz^2 + zx^2 + x^2y + y^2z + z^2x + xyz$.

1.11. a) Thu gọn ta được $N = -0{,}5xyz + 2x^2y + xy^2z$. N là đa thức bậc 4.

b) Tại $x = 2$; $y = -2$; $z = 3$, ta có $N = 6 - 16 + 24 = 14$.

1.12. a) Thu gọn ta được đa thức: $5x^4 - 4x^3y + 2y^4 - 6x^2y^2$. Đây là đa thức bậc 4.

b) Thu gọn ta được đa thức: $yz^3 + 0{,}25y^4 - 5$. Đây là đa thức bậc 4.

BÀI 3. PHÉP CỘNG VÀ PHÉP TRỪ ĐA THỨC

1.13. $P + Q = (4x^2y^2 - 3xy^3 + 5x^3y - xy + 2x - 3) + (-4x^2y^2 - 4xy^3 - x^3y + xy + y + 1)$

$= -7xy^3 + 4x^3y + 2x + y - 2$.

$P - Q = (4x^2y^2 - 3xy^3 + 5x^3y - xy + 2x - 3) - (-4x^2y^2 - 4xy^3 - x^3y + xy + y + 1)$

$= 4x^2y^2 - 3xy^3 + 5x^3y - xy + 2x - 3 + 4x^2y^2 + 4xy^3 + x^3y - xy - y - 1$

$= 8x^2y^2 + xy^3 + 6x^3y - 2xy + 2x - y - 4.$

1.14. Ta có: $M + N = (3x^2y^2 - 0{,}8xy^2 + 2y^2 - 1) + (-3x^2y^2 - 0{,}2xy^2 + 2) = -xy^2 + 2y^2 + 1.$

Đa thức này có bậc 3, nhỏ hơn bậc của đa thức M (bậc 4).

1.15. $U = (2xy^2 - xy + 1) + 3x^2y - 2xy^2 + 5y^3 = -xy + 3x^2y + 5y^3 + 1.$

1.16. $V = (4y^3 - 3) - (4y^3 - 2xy^2 + x^2y - 9) = 4y^3 - 3 - 4y^3 + 2xy^2 - x^2y + 9$

$= 2xy^2 - x^2y + 6.$

1.17. $M + N - P = (3x^3 - 5x^2y + 5x - 3y) + (4xy - 4x + y) - (3x^3 + x^2y + x + 1).$

$= 3x^3 - 5x^2y + 5x - 3y + 4xy - 4x + y - 3x^3 - x^2y - x - 1$

$= (3x^3 - 3x^3) + (-5x^2y - x^2y) + (5x - 4x - x) + (-3y + y) + 4xy - 1$

$= -6x^2y - 2y + 4xy - 1.$

$M - N - P = (3x^3 - 5x^2y + 5x - 3y) - (4xy - 4x + y) - (3x^3 + x^2y + x + 1)$

$= 3x^3 - 5x^2y + 5x - 3y - 4xy + 4x - y - 3x^3 - x^2y - x - 1$

$= (3x^3 - 3x^3) + (-5x^2y - x^2y) + (5x + 4x - x) + (-3y - y) - 4xy - 1$

$= -6x^2y + 8x - 4y - 4xy - 1.$

BÀI 4. PHÉP NHÂN ĐA THỨC

1.18. a) $2x^4y - 3x^3y^2 + 0{,}5x^2y^3$; b) $-2x^4y^2 + 4x^3y^3 - 6x^2y^4.$

1.19. a) $A = x^2 + y^2 + x - y$. Tại $x = 3$; $y = 3$ ta có $A = 18$.

b) $B = x^2y - xy^2$. Tại $x = 2$; $y = -0{,}5$, ta có $B = -2{,}5$.

1.20. a) $(x - 2y)(x^2z + 2xyz + 4y^2z)$

$= x^3z + 2x^2yz + 4xy^2z - 2x^2yz - 4xy^2z - 8y^3z = x^3z - 8y^3z.$

b) $\left(x^2 - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2\right)\left(x + \frac{1}{3}y\right) = x^3 + \frac{1}{3}x^2y - \frac{1}{3}x^2y - \frac{1}{9}xy^2 + \frac{1}{9}xy^2 + \frac{1}{27}y^3$

$= x^3 + \frac{1}{27}y^3.$

1.21. a) $(2x^4 - x^3y + 6xy^3 + 2y^4)(x^4 + 3x^3y - y^4)$

$= 2x^8 + 6x^7y - 2x^4y^4 - x^7y - 3x^6y^2 + x^3y^5 + 6x^5y^3 + 18x^4y^4 - 6xy^7 + 2x^4y^4$

$+ 6x^3y^5 - 2y^8$

$= 2x^8 + 5x^7y - 3x^6y^2 + 6x^5y^3 + 18x^4y^4 + 7x^3y^5 - 6xy^7 - 2y^8.$

b) $(x^3y + 0{,}4x^2y^2 - xy^3)(5x^2 - 2{,}5xy + 5y^2)$

$= 5x^5y - 2{,}5x^4y^2 + 5x^3y^3 + 2x^4y^2 - x^3y^3 + 2x^2y^4 - 5x^3y^3 + 2{,}5x^2y^4 - 5xy^5$

$= 5x^5y - 0{,}5x^4y^2 - x^3y^3 + 4{,}5x^2y^4 - 5xy^5.$

1.22. $P = x^4 - (x - y)(x + y)(x^2 + y^2) - y^4 = x^4 - (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) - y^4$

$= x^4 - (x^4 - y^4) - y^4 = 0.$

Vậy giá trị của P luôn bằng 0, không phụ thuộc vào giá trị của các biến.

1.23. a) Ta có $M = A + B + C$, trong đó:

$A = (x - y)(y + z)(z + x) = x^2y - xy^2 + xz^2 + x^2z - y^2z - yz^2;$

$B = (x + y)(y - z)(z + x) = x^2y + xy^2 - xz^2 - x^2z + y^2z - yz^2;$

$C = (x + y)(y + z)(z - x) = -x^2y - xy^2 + xz^2 - x^2z + y^2z + yz^2.$

Từ đó $M = x^2y - xy^2 + xz^2 - x^2z + y^2z - yz^2.$

b) Ta có $N = P - Q$, trong đó:

$P = (2x + y)(2y + z)(2z + x) = 9xyz + 4x^2y + 4y^2z + 4z^2x + 2xy^2 + 2yz^2 + 2zx^2;$

$Q = (2x - y)(2y - z)(2z - x) = 7xyz - 4x^2y - 4y^2z - 4z^2x + 2xy^2 + 2yz^2 + 2zx^2.$

Từ đó $N = 2xyz + 8x^2y + 8y^2z + 8z^2x.$

BÀI 5. PHÉP CHIA ĐA THỨC CHO ĐƠN THỨC

1.24. a) $M = 2{,}7x^3y^4z^2 : 0{,}9x^2yz = 3xy^3z;$

b) $N = x^4y^3z^2 : \left(-\dfrac{2}{5}x^2yz\right) = -\dfrac{5}{2}x^2y^2z.$

1.25. a) $(2{,}5x^3y^2 - x^2y^3 + 1{,}5xy^4) : 5xy^2 = 0{,}5x^2 - 0{,}2xy + 0{,}3y^2;$

b) $(3x^5y^3 + 4x^4y^4 - 5x^3y^5) : 2x^2y^2 = 1{,}5x^3y + 2x^2y^2 - 2{,}5xy^3.$

1.26. a) $(5x^3y^2 - 4x^2y^3) : 2x^2y^2 - (3x^2y - 6xy^2) : 3xy$

$= (2{,}5x - 2y) - (x - 2y) = 1{,}5x.$

b) $5x^2yz^3 : z^2 - 3x^2y^3z : xy - 2xyz(x + y)$

$= 5x^2yz - 3xy^2z - 2x^2yz - 2xy^2z = 3x^2yz - 5xy^2z.$

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A. CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. B; **2.** D; **3.** C; **4.** B; **5.** C; **6.** D; **7.** A; **8.** B; **9.** D; **10.** C.

B. BÀI TẬP

1.27. Diện tích toàn phần của hình lăng trụ bằng $S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ$, trong đó S_{xq} là diện tích xung quanh, $S_đ$ là diện tích một mặt đáy của hình lăng trụ. Ta có:

• Chu vi đáy của hình lăng trụ là $3x + 4x + 5x = 12x$, chiều cao là y nên $S_{xq} = 12xy$.

• Đáy là tam giác vuông có cạnh lớn nhất là $5x$ nên hai cạnh góc vuông là $3x$ và $4x$. Vậy diện tích của nó bằng $S_đ = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot 4x = 6x^2$.

Do đó, biểu thức biểu thị diện tích toàn phần của hình lăng trụ là

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ = 12xy + 12x^2.$$

Đó là một đa thức bậc hai.

1.28. a) Thu gọn $P = 2x^3yz^2 - 2x^2y - 2xy + y + 5$. Đa thức bậc 6;

Thu gọn $Q = 2x^3yz^2 - 2x^2y + xy - y + 5$. Đa thức bậc 6.

b) $P + Q = 4x^3yz^2 - 4x^2y - xy + 10$. Đa thức bậc 6.

$P - Q = -3xy + 2y$. Đa thức bậc 2.

1.29. a) Ta có $P + Q = (x + y)(2xy + 2y^2 - 1) = 2x^2y + 4xy^2 + 2y^3 - x - y$. Do đó

$$Q = (2x^2y + 4xy^2 + 2y^3 - x - y) - P = -3x^2y + 6xy^2 + 2y^3 - xy - 2y + 2.$$

b) Ta có $P - R = -xy(x - y) = -x^2y + xy^2$. Do đó

$$R = P - (-x^2y + xy^2) = 6x^2y - 3xy^2 + xy - x + y - 2.$$

1.30. a) $\frac{2}{5}x^2y(5x^2y - 10xy^2 + 2y^3) = 2x^4y^2 - 4x^3y^3 + \frac{4}{5}x^2y^4$.

b) $(x^2 - 2xy)(x^3 + 3x^2y - 5xy^2 - y^3)$

$= x^2(x^3 + 3x^2y - 5xy^2 - y^3) - 2xy(x^3 + 3x^2y - 5xy^2 - y^3)$

$= x^5 + 3x^4y - 5x^3y^2 - x^2y^3 - 2x^4y - 6x^3y^2 + 10x^2y^3 + 2xy^4$

$= x^5 + x^4y - 11x^3y^2 + 9x^2y^3 + 2xy^4$.

1.31. Rút gọn ta được $A = (5xy - 4y^2)(3x^2 + 4xy) - 15xy(x + y)(x - y) = 8x^2y^2 - xy^3$.

Tại $x = 1$, $y = 8$ ta tính được $A = 0$.

1.32. a) $(4x^4y^2 - 6x^3y^3 - 2x^2y^4) : (-2x^2y^2) = -2x^2 + 3xy + y^2$.

b) $(5x^4y^3 + \frac{1}{2}x^3y^4 - \frac{2}{3}x^2y^5 - xy^6) : \frac{5}{6}xy^2 = 6x^3y + \frac{3}{5}x^2y^2 - \frac{4}{5}xy^3 - \frac{6}{5}y^4$.

1.33. a) Có thể viết $A = M - N$, trong đó:

$M = (9x^2 - 6xy + 4y^2 + 1)(3x + 2y) = 27x^3 + 8y^3 + 3x + 2y$;

$N = (3x^5y + \frac{8}{9}x^2y^4 - x^3y) : \frac{1}{9}x^2y = 27x^3 + 8y^3 - 9x$.

Từ đó, $A = 12x + 2y$.

b) Ta có $B = P + Q$, trong đó

$P = (5x^3y^2 - 4x^2y^3) : 2x^2y^2 = 2{,}5x - 2y$;

$Q = (3x^4y + 6xy^2) : 3xy - x(x^2 - 0{,}5) = x^3 + 2y - x^3 + 0{,}5x = 2y + 0{,}5x$.

Do đó $B = 3x$.

1.34. Đặt $y = x^2 - 1$, ta đưa về phép chia đa thức cho đơn thức:

$$[9x^3y - 6x^2y^2 + 12xy] : 3xy = 3x^2 - 2xy + 4.$$

Từ đó ta được thương cần tìm là $3x^2 - 2x(x^2 - 1) + 4 = -2x^3 + 3x^2 + 2x + 4$.

CHƯƠNG II. HẰNG ĐẲNG THỨC ĐÁNG NHỚ VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 6. HIỆU HAI BÌNH PHƯƠNG. BÌNH PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG HAY MỘT HIỆU

2.1. a) và d).

2.2. a) $9x^2 + 6x + 1$. b) $4y^2 + 12yx + 9x^2$.

c) $4x^2 - 12x + 9$. d) $9y^2 - 6yx + x^2$.

2.3. a) $4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 3 + 3^2 = (2x + 3)^2$.

b) $16x^2 - 8xy + y^2 = (4x)^2 - 2 \cdot (4x) \cdot y + y^2 = (4x - y)^2$.

c) $81x^2y^2 - 16z^2 = (9xy)^2 - (4z)^2 = (9xy - 4z)(9xy + 4z)$.

2.4. a) $997 \cdot 1\,003 = (1\,000 - 3)(1\,000 + 3)$

$= 1\,000^2 - 3^2 = 1\,000\,000 - 9 = 999\,991$.

b) $1\,004^2 = (1\,000 + 4)^2 = 1\,000^2 + 2 \cdot 1\,000 \cdot 4 + 4^2$

$= 1\,000\,000 + 8\,000 + 16 = 1\,008\,016$.

2.5. a) $4x^2$.

b) $(x - y - z)^2 - (x - y)^2 + 2(x - y)z$

$= \left[(x - y) - z\right]^2 - (x - y)^2 + 2(x - y)z$

$= (x - y)^2 - 2(x - y)z + z^2 - (x - y)^2 + 2(x - y)z$

$= \left[(x - y)^2 - (x - y)^2\right] + \left[-2(x - y)z + 2(x - y)z\right] + z^2 = z^2$.

2.6. a) Vì a chia 3 dư 2 nên ta có thể viết $a = 3n + 2, n \in \mathbb{N}$. Ta có

$a^2 = (3n + 2)^2 = 9n^2 + 12n + 4 = 9n^2 + 12n + 3 + 1$

$= \left(9n^2 + 12n + 3\right) + 1 = 3\left(3n^2 + 4n + 1\right) + 1$.

Vì $3\left(3n^2 + 4n + 1\right) \vdots 3$ nên $3\left(3n^2 + 4n + 1\right) + 1$ chia 3 dư 1.

Do đó a^2 chia 3 dư 1.

b) Làm tương tự như câu a.

2.7. *HD.* a) Ta có $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 12$ nên $a+b=\sqrt{12}$ hoặc $a+b=-\sqrt{12}$.

Vì $a, b > 0$ nên $a+b>0$. Do đó $a+b=\sqrt{12}$.

b) Tương tự, $a-b=2$.

BÀI 7. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT TỔNG. LẬP PHƯƠNG CỦA MỘT HIỆU

2.8. a) $(x+2)^2$. b) $(2a-b)^3$.

2.9. a) Ta có $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = (2x)^3 + 3\cdot(2x)^2\cdot 1 + 3\cdot(2x)\cdot 1^2 + 1^3 = (2x+1)^3$.

Tại $x = 49,5$ thì $(2x+1)^3 = (2\cdot 49,5+1)^3 = 100^3 = 1\,000\,000$.

b) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = (x-3)^3$.

Tại $x = 103$ thì $(x-3)^3 = (103-3)^3 = 100^3 = 1\,000\,000$.

2.10. a) 26. b) $x^3 + y^3$ (chú ý $(x-y)^3 + (y-x)^3 = 0$).

2.11. Vì a chia 6 dư 5 nên ta có thể viết $a = 6n+5, n \in \mathbb{N}$. Ta có

$$a^3 = (6n+5)^3 = (6n)^3 + 3\cdot(6n)^2\cdot 5 + 3\cdot 6n\cdot 5^2 + 5^3 =$$

$$= 6n\left[(6n)^2 + 3\cdot 6n\cdot 5 + 3\cdot 5^2\right] + 125.$$

Vì $6n\left[(6n)^2 + 3\cdot 6n\cdot 5 + 3\cdot 5^2\right] \vdots 6$ và 125 chia 6 dư 5 nên a^3 chia 6 dư 5.

2.12. $12x^2 + 24x + 28$.

BÀI 8. TỔNG VÀ HIỆU HAI LẬP PHƯƠNG

2.13. a) $8x^3 - 1$; b) $8x^3 + 1$.

2.14. *HD.* a) Chú ý $125 = 5^3$ nên ? được thay bởi $5x$.

b) Chú ý

$$8x^3-27y^3=(2x)^3-(3y)^3=(2x-3y)\left[(2x)^2+(2x)(3y)+(3y)^2\right]$$

$$=(2x-3y)\left(4x^2+6xy+9y^2\right).$$

Do đó biểu thức thích hợp là $2x$, $4x^2$.

2.15. a) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=4^3-3\cdot3\cdot4=28;$

b) $a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)=4^3+3\cdot5\cdot4=124.$

2.16. a) 54. b) -65.

BÀI 9. PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ

2.17.

a) $x^2-y^2+8x-8y=\left(x^2-y^2\right)+(8x-8y)$

$=(x-y)(x+y)+8(x-y)=(x-y)(x+y+8).$

b) $4x^2+4xy+y^2-4x-2y=\left(4x^2+4xy+y^2\right)-(4x+2y)$

$=\left[(2x)^2+2\cdot(2x)\cdot y+y^2\right]-2(2x+y)$

$=(2x+y)^2-2(2x+y)=(2x+y)(2x+y-2).$

c) $x^3+y^3+4x+4y=\left(x^3+y^3\right)+(4x+4y)$

$=(x+y)\left(x^2-xy+y^2\right)+4(x+y)=(x+y)\left(x^2-xy+y^2+4\right).$

d) $x^3-3x^2y+3xy^2-y^3+x^2-y^2=\left(x^3-3x^2y+3xy^2-y^3\right)+\left(x^2-y^2\right)$

$=(x-y)^3+(x-y)(x+y)=(x-y)\left[(x-y)^2+x+y\right].$

2.18.

a) $x^2+3x+2=x^2+x+2x+2=x(x+1)+2(x+1)=(x+2)(x+1).$

b) $x^2-7x+6=x^2-x-6x+6=\left(x^2-x\right)-(6x-6)$

$=x(x-1)-6(x-1)=(x-6)(x-1).$

ÔN TẬP CHƯƠNG II

A. CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. D **2.** C **3.** B **4.** D **5.** C

B. BÀI TẬP

2.19. a) $(-1000)^2 = 1\,000\,000$.

b) $100^3 = 1\,000\,000$.

2.20. a) 2. b) 36. c) –35.

2.21. a) Ta có $A = (2022-1)(2022+1) = 2022^2 - 1 < 2022^2$. Vậy $A < B$.

b) $B = (2023-2)(2023+2) = 2023^2 - 2^2 < 2023^2$. Vậy $A < B$.

2.22.

a) $x^3 - y^3 + 2x - 2y = \left(x^3 - y^3\right) + (2x - 2y)$

$= (x-y)\left(x^2 + xy + y^2\right) + 2(x-y)$

$= (x-y)\left(x^2 + xy + y^2 + 2\right);$

b) $x^2 + 8xy + 16y^2 - 4z^2 = \left(x^2 + 8xy + 16y^2\right) - 4z^2$

$= \left[x^2 + 2 \cdot x \cdot 4y + (4y)^2\right] - (2z)^2$

$= (x+4y)^2 - (2z)^2 = (x+4y-2z)(x+4y+2z).$

2.23. Tương tự bài 2.18

a) $(x-1)(x-2)$. b) $(x+1)(x+6)$.

2.24.

a) $\pi\left(R^2 - r^2\right)$.

b) $\pi\left(R^2 - r^2\right) = \pi(R-r)(R+r) = \pi(10-3)(10+3) = 91\pi$.

CHƯƠNG III. TỨ GIÁC

BÀI 10. TỨ GIÁC

3.1. Nếu cả bốn góc của tứ giác đều bé hơn 90° thì tổng của chúng bé hơn 360°, vô lí.

Nếu cả bốn góc của tứ giác đều lớn hơn 90° thì tổng của chúng lớn hơn 360°, vô lí.

3.2. Trong tứ giác $ABCD$, $AB < AD + DB < AD + (BC + CD)$.

3.3. Xét tứ giác $ABCD$. Chu vi tứ giác $ABCD$ là $P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$.

a) Ta có $AC < AB + BC$ và $AC < CD + DA$ nên $2AC < P_{ABCD}$.

Tương tự, ta có $2BD < P_{ABCD}$.

Vậy $2(AC + BD) < 2P_{ABCD}$ do đó $AC + BD < P_{ABCD}$.

b) Gọi O là giao điểm của AC và BD.

. Ta có $OA + OB > AB$, $OC + OD > CD$ nên $AC + BD = OA + OC + OB + OD > AB + CD$.

. Tương tự, $AC + BD > AD + BC$.

Vậy $2(AC + BD) > AB + BC + CD + DA = P_{ABCD}$ tức là $AC + BD > \dfrac{P_{ABCD}}{2}$.

(Ta đã sử dụng nhiều bất đẳng thức tam giác và quy tắc: Nếu $a > a'$, $b > b'$ thì $a + b > a' + b'$; nếu $a < a'$, $b < b'$ thì $a + b < a' + b'$).

3.4.

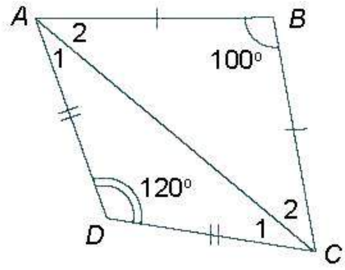
• Trước hết cho hai điểm phân biệt P, Q thì với mọi điểm M ta có $MP + MQ \geq PQ$ và $MP + MQ = PQ$ chỉ khi M thuộc đoạn thẳng PQ. Thật vậy, nếu M không thuộc đường thẳng PQ thì $MP + MQ > PQ$ (bất đẳng thức tam giác); nếu M thuộc đoạn thẳng PQ thì $MP + MQ = PQ$; còn nếu M thuộc đường thẳng PQ nhưng không thuộc đoạn thẳng PQ thì hoặc P nằm giữa M và Q hoặc Q nằm giữa P và M, dễ thấy trong cả hai trường hợp đó, $MP + MQ > PQ$.

• Với điểm M tuỳ ý trong tứ giác $ABCD$, ta có $MA + MC \geq AC$, $MB + MD \geq BD$ nên $MA + MB + MC + MD \geq AC + BD$ và $MA + MB + MC + MD = AC + BD$ chỉ khi M vừa thuộc đoạn thẳng AC vừa thuộc đoạn thẳng BD tức là M phải trùng với giao điểm O của AC và BD.

3.5. (H.3.6). Do $AB = BC$, tam giác BAC cân tại B mà $\widehat{B} = 100^\circ$ nên $\widehat{A_2} = \widehat{C_2} = 40^\circ$.

Do $CD = DA$, tam giác DAC cân tại D mà $\widehat{D} = 120^\circ$ nên $\widehat{A_1} = \widehat{C_1} = 30^\circ$.

Vậy tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{C} = 70^\circ$.



Hình 3.6

3.6. a) Với tứ giác $ABCD$, ta có:

$$(180^\circ - \widehat{A}) + (180^\circ - \widehat{B}) + (180^\circ - \widehat{C}) + (180^\circ - \widehat{D})$$
$$= 4 \cdot 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D}) = 2 \cdot 360^\circ - 360^\circ = 360^\circ.$$

b) Với tam giác ABC, ta có:

$$(180^\circ - \widehat{A}) + (180^\circ - \widehat{B}) + (180^\circ - \widehat{C}) = 3 \cdot 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}) = 360^\circ.$$

BÀI 11. HÌNH THANG CÂN

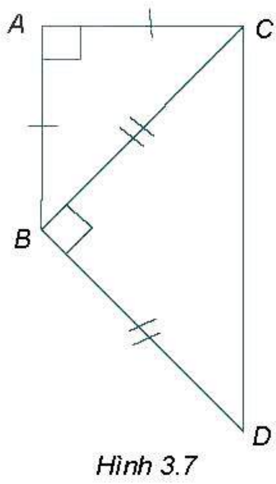
3.7. Vì góc A bù với góc D nên suy ra $\widehat{A} = 120^\circ$, $\widehat{D} = 60^\circ$.

Vì góc B bù với góc C nên suy ra $\widehat{C} = 70^\circ$, $\widehat{B} = 110^\circ$.

3.8. Vì hai góc kề một cạnh bên của hình thang là hai góc bù nhau nên trong hai góc kề một cạnh bên của hình thang không có quá một góc tù. Hình thang có hai cạnh bên nên nó có không quá hai góc tù.

3.9. (H.3.7). Ta có $\widehat{ABC} = 45^\circ = \widehat{BCD}$ nên $AB \parallel CD$ (hai góc so le trong bằng nhau).

Vậy $ABCD$ là một hình thang với AB, CD là hai đáy; cạnh bên của hình thang đó là AC vuông góc với đáy AB nên hình thang đó là hình thang vuông.



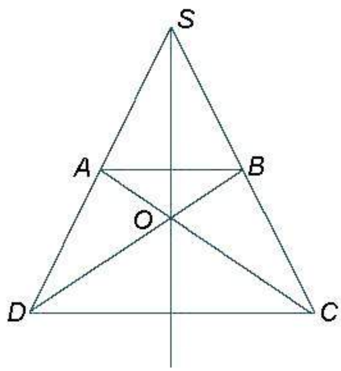
Hình 3.7

3.10. (H.3.8). Do $ABCD$ là hình thang cân nên $BC = AD$, $AC = BD$. Vậy $\Delta ABC = \Delta BAD$ (c.c.c) nên $\widehat{BAC} = \widehat{ABD}$. Từ đó OAB là tam giác cân tại O và suy ra $OA = OB$.

Ta có $AC = BD$ nên $OC = OD$, suy ra O cách đều A và B; O cách đều C và D;

Mặt khác, SAB, SCD là các tam giác cân tại đỉnh S nên $SA = SB$, $SC = SD$, suy ra S cũng cách đều A và B, cách đều C và D.

Vậy S và O cùng nằm trên đường trung trực của AB, của CD nên đường thẳng SO đi qua trung điểm của AB, CD.

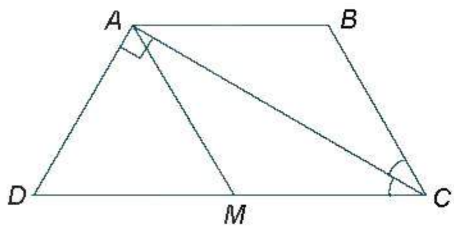


Hình 3.8

3.11. (H.3.9). Do CA là tia phân giác của góc C nên tam giác ABC cân tại B.

Đặt $\widehat{BAC} = \alpha$ thì $\widehat{C} = 2\alpha$. Vì $ABCD$ là hình thang cân nên $\widehat{D} = 2\alpha$.

Tam giác ADC vuông tại A nên $\widehat{ADC} + \widehat{ACD} = 2\alpha + \alpha = 90^\circ$, suy ra $\alpha = 30^\circ$, $\widehat{D} = 60^\circ$.



Hình 3.9

Lấy điểm M thuộc cạnh huyền DC sao cho $DM = AD$ thì AMD là tam giác đều và tam giác MAC cân tại M (với hai góc ở đáy bằng 30°), do đó $DC = 2AD$.

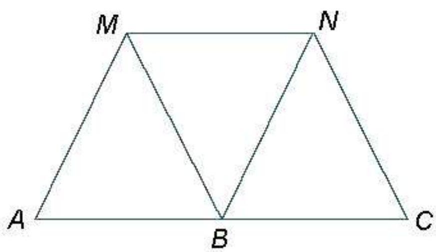
Vậy $AB = BC = AD$, $DC = 2AD$ nên chu vi hình thang bằng $5AD = 10$ cm.

BÀI 12. HÌNH BÌNH HÀNH

3.12. (H.3.10a)

a) Do $AB \parallel MN$, $BC \parallel MN$ nên A, B, C thẳng hàng.

b) Do $AB = MN$, $BC = MN$ mà A, B, C thẳng hàng nên B là trung điểm của AC.

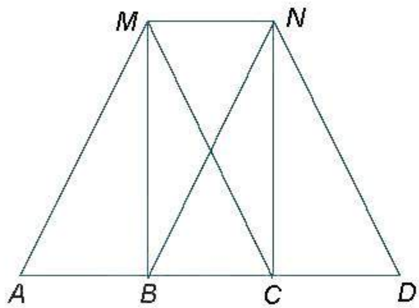


Hình 3.10a

c) Do $MNCB$ là hình bình hành nên NC // MB, từ đó $\widehat{NCB} = \widehat{MBA}$ (hai góc đồng vị). Điều kiện để hình thang $MNCA$ là hình thang cân là góc $\widehat{MAB} = \widehat{NCB}$ tức là $\widehat{MAB} = \widehat{MBA}$.

Vậy điều kiện để $MNCA$ là hình thang cân là tam giác MAB cân tại M.

d) (H.3.10b). Do $MNDC$ là hình bình hành nên ND // MC, từ đó $\widehat{NDC} = \widehat{MCA}$. (hai góc đồng vị). Điều kiện để hình thang $MNDA$ là hình thang cân là $\widehat{NDC} = \widehat{MAB}$. Vậy điều kiện để $MNDA$ là hình thang cân là $\widehat{MCA} = \widehat{MAB}$ tức là tam giác MAC cân tại M. Do MB là đường trung tuyến của tam giác MAC nên điều kiện để tam giác MAC cân tại M là MB vuông góc với AC.

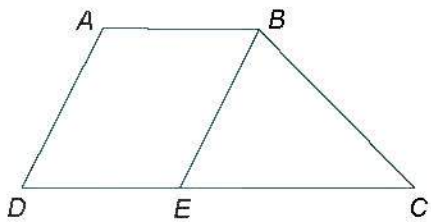


Hình 3.10b

Vậy điều kiện để hình thang $MNDA$ là hình thang cân đó là tam giác MAB vuông tại B.

3.13. (H.3.11). Xét hình thang $ABCD$ với hai đáy AB và CD. Giả sử $AB < CD$.

Kẻ đường thẳng đi qua B song song với AD, nó cắt CD tại E thì $ABED$ là hình bình hành nên $AB = DE$; do $AB < CD$ nên E nằm giữa C và D, do đó $EC = DC - AB$.



Hình 3.11

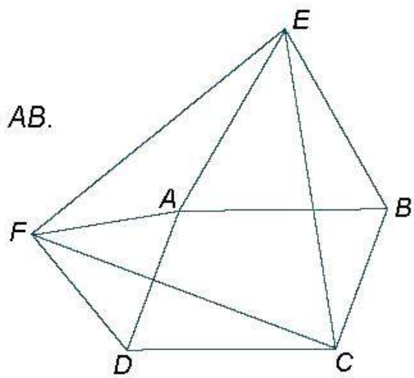
Ta có $AD = BE$ nên trong tam giác BEC,

$BE + BC > EC$ có nghĩa là $AD + BC > DC - AB$.

3.14. (H.3.12)

Ba góc EAF, CDF, EBC đều bằng $240^\circ - \widehat{BAD}$ nên các tam giác AEF, DCF, BEC bằng nhau (c.g.c).

Vậy $EF = CF = EC$ hay tam giác CEF là tam giác đều.



Hình 3.12

3.15. Xét tứ giác *ABCD* có tính chất hai góc kề mỗi cạnh là hai góc bù nhau.

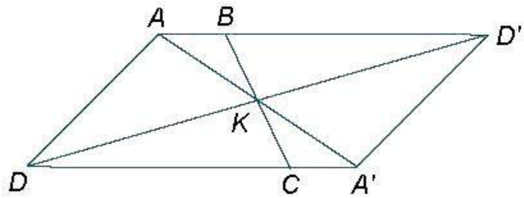
Vì mỗi góc *A* và *C* cùng là góc bù của góc *B* nên góc *A* bằng góc *C*.

Vì mỗi góc *B* và *D* cùng là góc bù của góc *A* nên góc *B* bằng góc *C*.

Vậy *ABCD* có mỗi cặp góc đối đều bằng nhau nên nó là một hình bình hành.

3.16. (H.3.13)

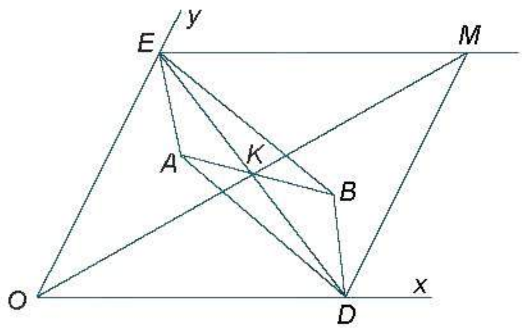
Tứ giác *AD'A'D* có hai đường chéo *AA'*, *DD'* cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là một hình bình hành.



Hình 3.13

3.17. (H.3.14). Gọi *K* là trung điểm của *AB* thì cần tìm *D* thuộc *Ox*, *E* thuộc *Oy* sao cho *K* là trung điểm của *DE*.

Lấy điểm *M* sao cho *K* là trung điểm của *OM*, kẻ các đường thẳng qua *M* song song với *Ox*, song song với *Oy* cắt *Ox* ở *D*, cắt *Oy* ở *E* cần tìm.

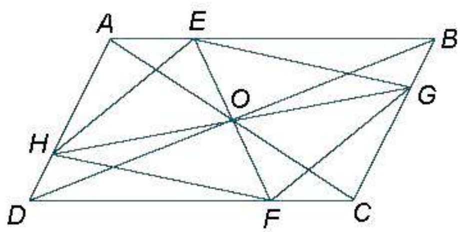


Hình 3.14

3.18. (H.3.15). Các tam giác *AEH* và *CFG* bằng nhau (c.g.c) nên *EH* = *FG*.

Các tam giác *BEG*, *DFH* bằng nhau (c.g.c) nên *EG* = *FH*.

Tứ giác *EGFH* có các cạnh đối bằng nhau nên là một hình bình hành. Gọi *O* là giao điểm của *AC* và *BD* thì *O* là trung điểm của *BD*.



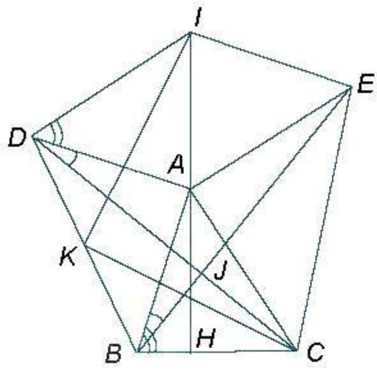
Hình 3.15

Vì tứ giác $BEDF$ là hình bình hành (do $EB = DF$ và $EB \parallel DF$) nên EF cắt DB tại trung điểm O của BD. Tương tự, GH đi qua trung điểm O của BD.

Vậy các đường thẳng AC, BD, EF, GH đồng quy.

3.19. (H.3.16)

a) Ta có $\widehat{ADI} + \widehat{DAE} = 180^\circ$ (hai góc kề một cạnh của hình bình hành), $\widehat{BAC} + \widehat{DAE} = 180^\circ$ (vì tổng bốn góc tại đỉnh A bằng 360°), vậy $\widehat{ADI} = \widehat{BAC}$.



Hình 3.16

Từ đó $\Delta ADI = \Delta BAC$ (c.g.c).

b) AI cắt BC ở H thì $\widehat{DAI} + \widehat{BAH} = 90^\circ$, mà $\widehat{DAI} = \widehat{ABC}$ nên $\widehat{ABC} + \widehat{BAH} = 90^\circ$, do đó $\widehat{AHB}$ là góc vuông.

c) Ta có $\widehat{BAE} = \widehat{A} + 90^\circ = \widehat{DAC}$. Từ đó $\Delta BAE = \Delta DAC$ (c.g.c) nên gọi J là giao của DC và BE, ta có $\widehat{JBA} = \widehat{JDA}$. Từ $\widehat{BAD} = 90^\circ$ suy ra DJ vuông góc với BE.

d) Chú ý $\widehat{KAI} = 45^\circ + \widehat{DAI} = 45^\circ + \widehat{ABC} = \widehat{KBC}$ suy ra $\Delta AKI = \Delta BKC$ (c.g.c) nên $KI = KC$. Tam giác KAB vuông cân tại K mà $\widehat{AKI} = \widehat{BKC}$ nên KI và KC vuông góc.

BÀI 13. HÌNH CHỮ NHẬT

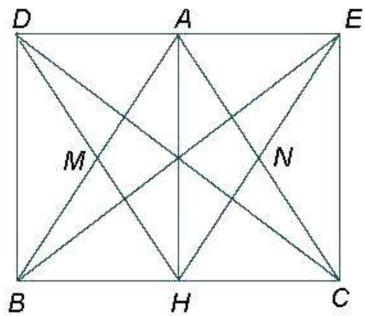
3.20. (H.3.17)

a) Dễ thấy đó là những hình bình hành có một góc vuông nên là hình chữ nhật.

b) Vì $ADHC$ là hình bình hành nên CD cắt AH tại trung điểm của AH.

Vì $AEHB$ là hình bình hành nên BE cắt AH tại trung điểm của AH.

c) Vì các đường chéo của hình chữ nhật bằng nhau nên $BE = CD$, $DH = AB = AC = HE$.

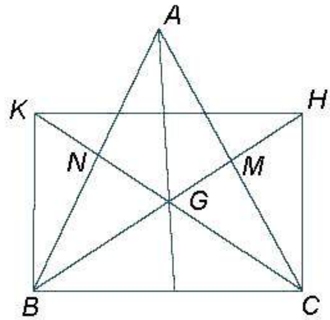


Hình 3.17

3.21. (H.3.18). Vì M là trung điểm của AC và của GH nên $AGCH$ là hình bình hành, từ đó $HC = AG$ và $HC // AG$. Tương tự $KB = AG$ và $KB // AG$.

Vậy $BCHK$ có hai cạnh đối BK, CH bằng nhau và song song nên là một hình bình hành.

Vì tam giác ABC cân tại A nên trung tuyến AG là đường cao tức $AG \perp BC$ hay $KB \perp BC$, suy ra $BCHK$ là hình chữ nhật.



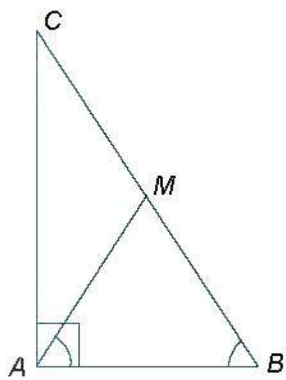
Hình 3.18

3.22. 1. (H.3.19). a) Cho tam giác ABC vuông tại A. Do $\widehat{B}$ là góc nhọn, có điểm M thuộc BC sao cho $\widehat{BAM} = \widehat{ABM}$; tam giác ABM cân tại M nên $MA = MB$.

Do $\widehat{BAM} + \widehat{MAC} = \widehat{ABM} + \widehat{ACM} = 90^\circ$ nên suy ra $\widehat{MAC} = \widehat{ACM}$, do đó tam giác ACM cân tại M tức là $MA = MC$.

Vậy $MA = MB = MC$.

b) Ngược lại, nếu có M thuộc BC sao cho $MA = MB = MC$ thì tam giác MAB cân tại M, tam giác MAC cân tại M nên $\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C}$ mà $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$ nên $\widehat{A} = 90^\circ$.

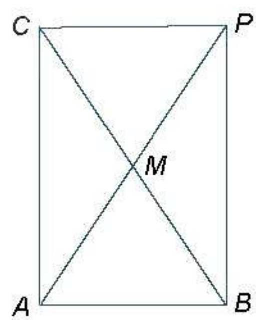


Hình 3.19

2. M là trung điểm của cạnh BC của tam giác ABC; lấy điểm P sao cho M là trung điểm của AP thì $ABPC$ là một hình bình hành (H.3.20).

a) Nếu tam giác ABC vuông tại A thì $ABPC$ là hình chữ nhật, do đó hai đường chéo BC, AP bằng nhau, suy ra $MA = MB = MC$.

b) Nếu có M thuộc BC sao cho $MA = MB = MC$ thì suy ra $BC = AP$; hình bình hành $ABPC$ có hai đường chéo bằng nhau nên là hình chữ nhật. Vậy tam giác ABC vuông tại A.

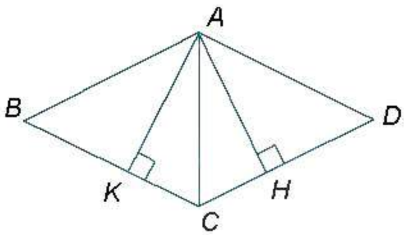


Hình 3.20

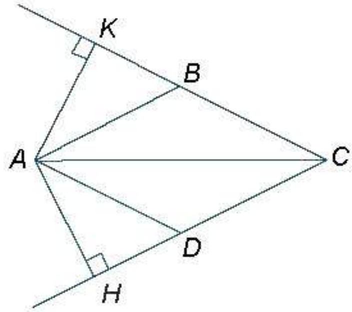
BÀI 14. HÌNH THOI VÀ HÌNH VUÔNG

3.23. (H.3.21). Xét hình bình hành $ABCD$ có đường cao AH (H thuộc đường thẳng CD), và đường cao AK (K thuộc đường thẳng BC), $AH = AK$.

Ta có hai tam giác vuông ACH và ACK bằng nhau (cạnh huyền và một cạnh góc vuông) nên CA là tia phân giác của góc C. Suy ra hình bình hành đó là một hình thoi. (Hai trường hợp hình vẽ: góc A nhọn và góc A tù)

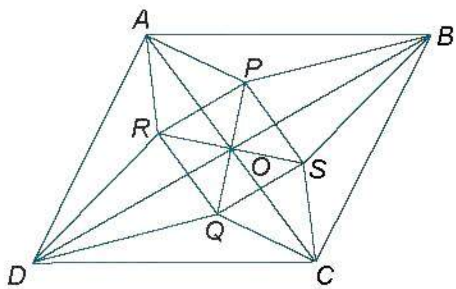


Hình 3.21a



Hình 3.21b

3.24. (H.3.22). Gọi P, Q lần lượt là giao điểm ba đường phân giác của tam giác OAB, OCD thì O, P, Q thẳng hàng trên đường phân giác của góc AOB và dễ thấy do $\Delta PAB = \Delta QCD$ (g.c.g) nên khoảng cách từ P đến các cạnh của tam giác OAB bằng khoảng cách từ Q đến các cạnh của tam giác OCD, rồi suy ra $OP = OQ$.



Hình 3.22

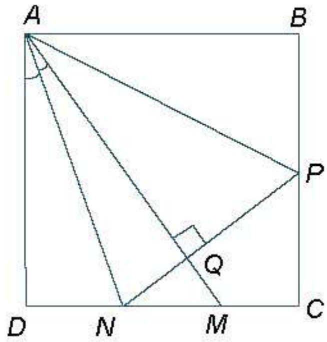
Gọi R, S lần lượt là giao điểm ba đường phân giác của tam giác OAD, OBC thì O là trung điểm của RS và đường thẳng RS là đường phân giác của góc AOD.

Do góc AOB và góc AOD là hai góc kề bù nên hai đường phân giác PQ, RS vuông góc với nhau. Tứ giác $PSQR$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường và vuông góc với nhau là hình thoi.

3.25. (H.3.23). Đường thẳng NP cắt AM ở Q thì do N cách đều hai đường thẳng AD, AQ nên $ND = NQ$.

Hai tam giác vuông ADN và AQN bằng nhau vì có cạnh huyền chung và $ND = NQ$, suy ra $AD = AQ$.

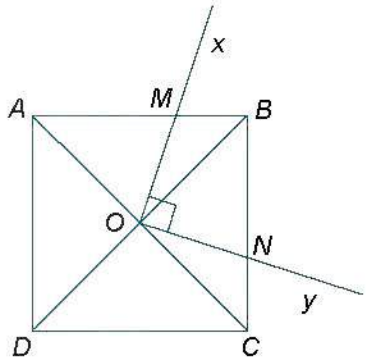
Hai tam giác vuông AQP và ABP bằng nhau vì có cạnh huyền chung và $AQ = AB$ (vì cùng bằng AD), suy ra $\widehat{QAP} = \widehat{BAP}$. Từ đó $\widehat{NAP} = \frac{1}{2}\widehat{DAB} = 45^\circ$.



Hình 3.23

3.26. (H.3.24). Tia Ox phải cắt một cạnh của hình vuông, giả sử Ox cắt cạnh AB tại M. Khi M trùng với A hay B thì tia Oy phải qua một đỉnh của hình vuông và dễ thấy phần hình vuông nằm trong góc xOy là một phần tư của hình vuông.

Khi M nằm giữa A và B thì tia Oy phải cắt cạnh BC hoặc cạnh AD; giả sử Oy cắt BC tại N thì N nằm giữa B và C.



Hình 3.24

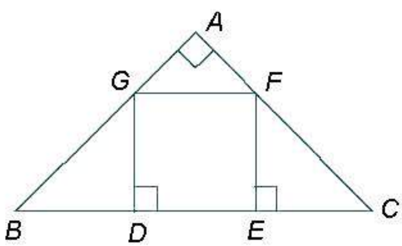
Hai tam giác OAM và OBN bằng nhau (g.c.g) nên có cùng diện tích. Suy ra diện tích phần hình vuông nằm trong góc xOy bằng diện tích tam giác AOB tức bằng $\frac{1}{4}$ diện tích hình vuông.

Cũng lập luận tương tự khi N nằm giữa A và D.

Vậy trong mọi trường hợp diện tích cần tìm bằng $\frac{1}{4} \cdot 2^2 = 1$ (cm^2).

3.27. (H.3.25). Vì các góc B và C của tam giác ABC bằng 45° nên các tam giác GDB và CEF là tam giác vuông cân.

Ta có $GD = DE = EF \left(= \frac{1}{3}BC\right)$, $GD \,//\, FE$ nên $GDEF$ là hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau do đó là hình vuông.



Hình 3.25

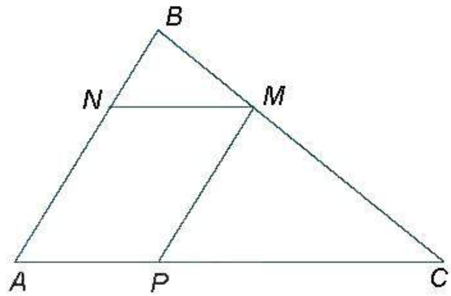
ÔN TẬP CHƯƠNG III

A. CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. D. **2.** B. **3.** D. **4.** A.

B. BÀI TẬP

3.28. (H.3.26)



Hình 3.26

a) Tứ giác *ANMP* là hình bình hành vì có hai cặp cạnh đối song song.

b) Để *ANMP* là hình thoi thì tia *AM* phải là tia phân giác của góc *A*.

c) Để *ANMP* là hình chữ nhật thì góc *A* phải vuông tức là tam giác *ABC* vuông tại *A*.

d) Khi góc *A* là góc vuông, *ANMP* là hình chữ nhật nên *AM* = *NP*. Vậy *NP* ngắn nhất khi *AM* ngắn nhất tức là *AM* là đường cao của tam giác *ABC*.

e) Tứ giác *ANMP* là hình vuông thì nó phải là hình chữ nhật và là hình thoi tức là tam giác *ABC* vuông tại *A* và có tia *AM* là phân giác của góc *A*.

3.29.

Kí hiệu *S* là diện tích tam giác, ta có $\frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} = \frac{HI}{AI}$, từ đó

$$\frac{HI}{AI} + \frac{HJ}{BJ} + \frac{HK}{CK} = \frac{S_{HBC} + S_{HCI} + S_{HBI}}{S_{ABC}} \text{ (do } H \text{ nằm bên trong tam giác } ABC\text{)}$$

$$= \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1.$$

Khi góc *A* là góc tù, *H* nằm trong góc đối đỉnh với góc *BAC*, ta có

$S_{ABC} = S_{HBC} - S_{HAB} - S_{HAC}$ nên ta được $1 = \frac{HI}{AI} - \frac{HJ}{BJ} - \frac{HK}{BK}$.

3.30. a) Không có đường chéo nào của *n* – giác nối một đỉnh cho trước với chính đỉnh đó và với hai đỉnh kề với đỉnh đó nên có *n* – 3 đường chéo của *n* – giác đi qua đỉnh đang xét. Tính theo cách đó thì *n* – giác có *n*(*n* – 3) đường chéo, nhưng mỗi đường chéo đã được tính hai lần (mỗi đường chéo có hai đầu mút là hai đỉnh của n – giác) nên n – giác có tất cả $\frac{n(n-3)}{2}$ đường chéo.

b) Học sinh tự vẽ.

3.31. a) Kẻ $n-3$ đường chéo đi qua một đỉnh cho trước của n – giác thì chúng chia n – giác thành $n-2$ tam giác; tổng các góc của n – giác là tổng các góc của các tam giác đó nên tổng đó bằng $(n-2)\cdot 180°$.

b) Nếu một góc của n – giác có số đo là $\alpha°$ thì góc ngoài tại đỉnh đó có số đo $180° - \alpha°$.

Từ đó tổng n góc ngoài có số đo là $n\cdot 180°$ – tổng các góc của n – giác tức là $n\cdot 180° - (n-2)\cdot 180° = 2\cdot 180° = 360°$.

3.32. a) Số đo mỗi góc của n – giác đều là $\frac{n-2}{n}\cdot 180°$.

b) Tứ giác đều là hình vuông và hình vuông là một tứ giác đều.

CHƯƠNG IV. ĐỊNH LÍ THALÈS

BÀI 15. ĐỊNH LÍ THALÈS TRONG TAM GIÁC

4.1.

a) $\frac{HK}{MN} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.   b) $\frac{AB}{PQ} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$.   c) $\frac{EF}{GH} = \frac{150}{30} = 5$.

4.2.

a) Vì PQ // BC, theo Định lí Thalès ta có:

$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ hay $\frac{5}{3,5} = \frac{4}{x}$. Suy ra $x = \frac{4\cdot 3,5}{5} = 2,8$.

b) $FP = 24 - 15 = 9$.

Vì EF // MN, theo Định lí Thalès ta có:

$\frac{ME}{EP} = \frac{NF}{FP}$ hay $\frac{10,5}{x} = \frac{15}{9}$. Suy ra $x = \frac{10,5.9}{15} = 6,3$.

4.3.

a) Ta có $\widehat{AMN} = \widehat{MBC}$ (giả thiết), mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $MN \parallel BC$.

Suy ra $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ (Định lí Thalès) hay $\frac{2}{3} = \frac{1,5}{NC}$ nên $NC = \frac{3 \cdot 1,5}{2} = 2,25$.

Vậy $x = 1,5 + 2,25 = 3,75$.

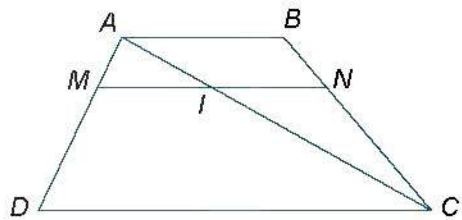
b) Ta có $DE \perp AB$ và $AC \perp AB$ nên $DE \parallel AC$.

Theo Định lí Thalès, ta có: $\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$ hay $\frac{6}{3} = \frac{3x}{4,5}$ nên $x = \frac{6 \cdot 4,5}{9} = 3$.

4.4.

Vì $\frac{HA}{AK} = \frac{HB}{BI} = \frac{5}{2}$, theo Định lí Thalès đảo ta có: $AB \parallel KI$.

4.5. (H.5.17)



Hình 5.17

a) Xét tam giác ADC: $MI \parallel DC$ nên theo định lí Thalès: $\frac{AM}{MD} = \frac{AI}{IC}$.

Xét tam giác ABC: $IN \parallel AB$ nên theo định lí Thalès: $\frac{AI}{IC} = \frac{BN}{NC}$.

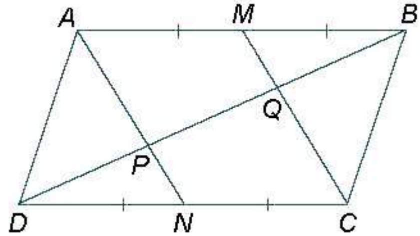
Từ đó, suy ra $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$.

b) Xét tam giác ADC: $MI \parallel DC$ nên theo định lí Thalès: $\frac{AM}{AD} = \frac{AI}{AC}$.

Xét tam giác ABC: $IN \parallel AB$ nên theo định lí Thalès: $\frac{CN}{CB} = \frac{CI}{CA}$.

Ta có $\frac{AM}{AD} + \frac{CN}{CB} = \frac{AI}{AC} + \frac{CI}{CA} = \frac{AI + CI}{CA} = \frac{AC}{CA} = 1$.

4.6. (H.5.18)



Hình 5.18

Ta có $AM \parallel NC$ và $AM = NC$ nên tứ giác $AMCN$ là hình bình hành. Suy ra $AN \parallel MC$.

Xét tam giác ABP: $MQ \parallel AP$ nên theo định lí Thalès: $\frac{BM}{MA} = \frac{BQ}{QP} = 1$, do đó $BQ = QP$. (1)

Xét tam giác DQC: $PN \parallel QC$ nên theo định lí Thalès: $\frac{DP}{PQ} = \frac{DN}{NC} = 1$,

do đó $DP = PQ$. (2)

Từ (1) và (2): $BQ = QP = PD$.

BÀI 16. ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC

4.7. a) Xét ΔABC có: M là trung điểm AB; N là trung điểm AC nên MN là đường trung bình của ΔABC. Suy ra $MN = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\cdot 10 = 5$ (tính chất đường trung bình của tam giác).

b) Xét $HI \perp PN$ và $MN \perp PN$ nên $HI \parallel MN$.

Xét ΔMNP có: I là trung điểm của PN ($PI = IN = 4$) và $HI \parallel MN$ nên H là trung điểm của PM. Do đó $y = 5$.

4.8. (H.5.19) Xét ΔDEF có: H là trung điểm DE; K là trung điểm DF nên HK là đường trung bình của ΔDEF.

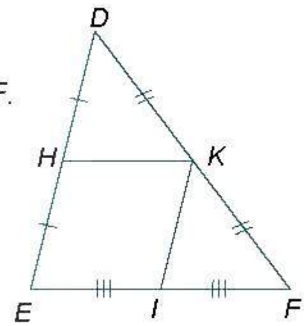
Suy ra $HK = \frac{1}{2}EF$ và $HK \parallel EF$ (tính chất đường trung bình của tam giác),

mà $EI = \frac{1}{2}EF$ nên $HK = EI$.

Xét tứ giác $HKIE$:

$HK = EI$ và $HK \parallel EI$ ($HK \parallel EF$)

nên tứ giác $HKIE$ là hình bình hành.

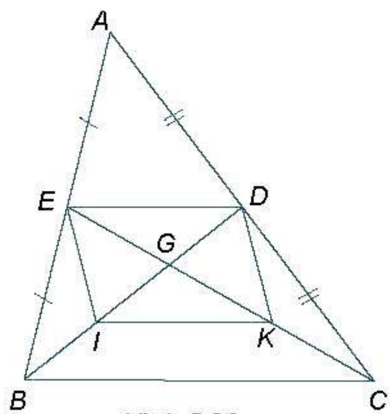


Hình 5.19

4.9. (H.5.20) Xét ΔABC có: E là trung điểm AB; D là trung điểm AC nên DE là đường trung bình của ΔABC.

Suy ra $ED = \frac{1}{2}BC$ và $ED \parallel BC$ (tính chất đường trung bình của tam giác).

Xét ΔGBC có: I là trung điểm GB; K là trung điểm GC nên IK là đường trung bình của ΔGBC.



Hình 5.20

Suy ra $IK = \frac{1}{2}BC$ và $IK \mathbin{/\!/} BC$ (tính chất đường trung bình của tam giác)

Ta có: $ED \mathbin{/\!/} BC$ và $IK \mathbin{/\!/} BC$ nên $ED \mathbin{/\!/} IK$.

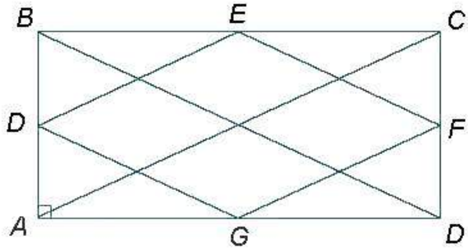
Xét tứ giác $EDKI$: $ED \mathbin{/\!/} IK$ và $ED = IK = \frac{1}{2}BC$.

Do đó, tứ giác $EDKI$ là hình bình hành, suy ra $EI = DK$.

4.10. (H.5.21) ΔABC có:

D là trung điểm AB; E là trung điểm BC nên DE là đường trung bình của ΔABC.

Suy ra $DE = \frac{1}{2}AC$ (tính chất đường trung bình của tam giác).



Hình 5.21

Tương tự $GF = \frac{1}{2}AC$; $DG = \frac{1}{2}BD$; $EF = \frac{1}{2}BD$.

Ta có $AC = BD$ (tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật) nên $DE = EF = FG = GD$.

Tứ giác $DEFG$ có $DE = EF = FG = GD$ nên tứ giác $DEFG$ là hình thoi.

BÀI 17. TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC

4.11. Trong ΔMEF có MK là phân giác của góc M nên $\frac{KE}{KF} = \frac{ME}{MF}$

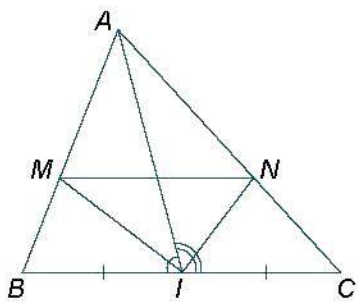
hay $\frac{3}{x} = \frac{5}{8,5}$, suy ra $x = \frac{3.8,5}{5} = 5,1$.

4.12. (H. 5.22)

a) Trong tam giác AIB, IM là phân giác của $\widehat{AIB}$

nên $\frac{MA}{MB} = \frac{IA}{IB}$. (1)

Trong tam giác AIC, IN là phân giác của $\widehat{AIC}$ nên $\frac{NA}{NC} = \frac{IA}{IC}$. (2)



Hình 5.22

$IB = IC$ (I là trung điểm BC). (3)

Từ (1), (2), (3) ta có: $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NC}$. Suy ra $MN \mathbin{/\!/} BC$ (định lí Thales đảo)

4.13. (H. 5.23)

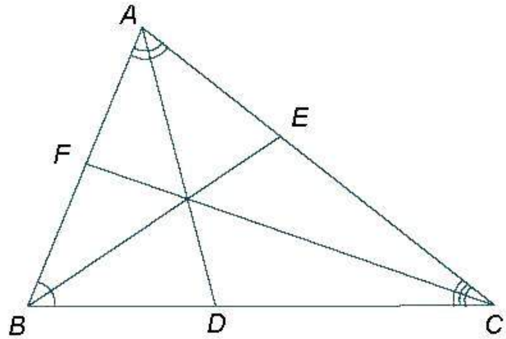
ΔABC có AD là phân giác của $\widehat{BAC}$

nên $\dfrac{DC}{DB} = \dfrac{AC}{AB}$.

Tương tự, ta có:

$\dfrac{AE}{EC} = \dfrac{BA}{BC}$; $\dfrac{BF}{FA} = \dfrac{CB}{CA}$.

Do đó: $\dfrac{AE}{EC} \cdot \dfrac{CD}{DB} \cdot \dfrac{BF}{FA} = \dfrac{BA}{BC} \cdot \dfrac{AC}{AB} \cdot \dfrac{CB}{CA} = 1$.



Hình 5.23

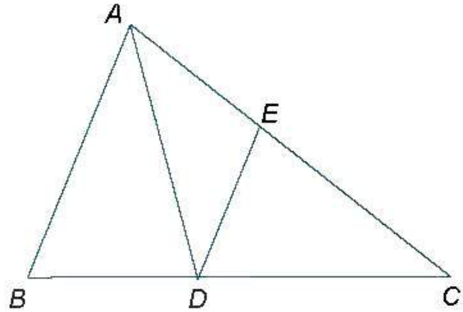
4. 14. (H. 5.24)

ΔABC có AD là phân giác của $\widehat{BAC}$

nên $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{AB}{AC}$.

$DE \mathbin{/\mkern-5mu/} AB$ nên $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{EA}{EC}$ (định lí Thalès trong tam giác).

Suy ra $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{EA}{EC}$ nên $AB \cdot EC = AC \cdot EA$.



Hình 5.24

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A. CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. C	**2.** A	**3.** D	**4.** C	**5.** D	**6.** C
7. C	**8.** D	**9.** D	**10.** B	**11.** B	**12.**C

B. BÀI TẬP

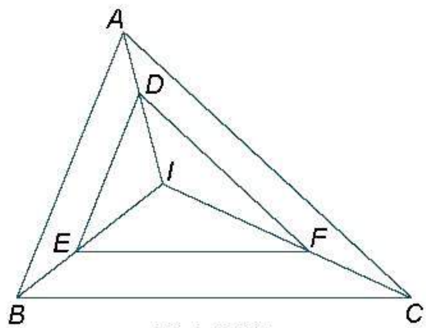
4.15. (H. 5.25)

Ta có:

$DE \mathbin{/\mkern-5mu/} AB$ suy ra $\dfrac{ID}{IA} = \dfrac{IE}{IB}$,

$EF \mathbin{/\mkern-5mu/} BC$ suy ra $\dfrac{IE}{IB} = \dfrac{IF}{IC}$

(định lí Thalès).

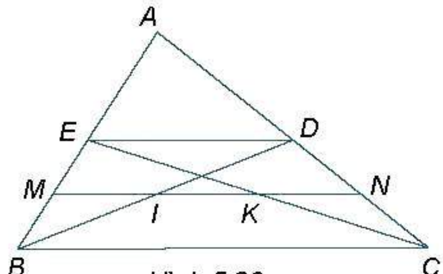


Hình 5.25

Suy ra $\dfrac{ID}{IA} = \dfrac{IF}{IC}$ nên $DF \parallel AC$

(định lí Thalès đảo).

4.16. (H. 5.26)



Hình 5.26

HD. ED là đường trung bình của ΔABC

suy ra $ED = \dfrac{1}{2}BC$ và $ED \parallel BC$.

MN là đường trung bình của

hình thang $BCDE$ suy ra $MN \parallel BC$,

do đó $MN \parallel ED$.

Trong tam giác BED có M là trung điểm BE, $MI \parallel ED$ nên $IB = ID$,

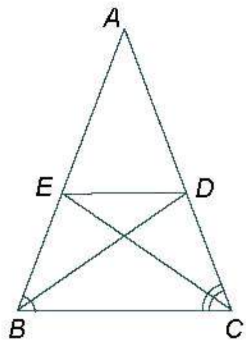
suy ra $MI = \dfrac{1}{2}ED$.

Tương tự ta cũng có $KC = KE$. Suy ra $KN = \dfrac{1}{2}ED$, $MK = \dfrac{1}{2}BC$.

Ta có $IK = MK - MI = \dfrac{1}{2}BC - \dfrac{1}{2}ED = ED - \dfrac{1}{2}ED = \dfrac{1}{2}ED$.

Do đó $MI = IK = KN = \dfrac{1}{2}ED$.

4.17. (H. 5.27) ΔABC có:



Hình 5.27

BD là phân giác của góc B nên $\dfrac{DA}{DC} = \dfrac{BA}{BC}$

(tính chất đường phân giác trong tam giác). (1)

CE là phân giác của góc C nên $\dfrac{EA}{EB} = \dfrac{CA}{CB}$

(tính chất đường phân giác trong tam giác). (2)

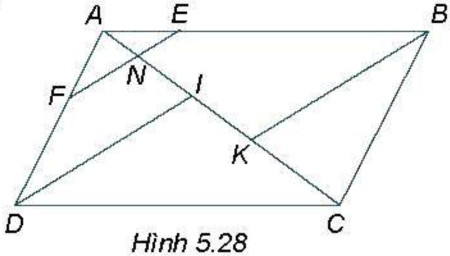
$AB = AC$ (ΔABC cân tại A). (3)

Từ (1), (2), (3), suy ra: $\dfrac{DA}{DC} = \dfrac{EA}{EB}$.

Suy ra $ED \parallel BC$ (định lí Thales đảo).

4.18. (H. 5.28)

a) *HD*. Chứng minh $\Delta ADI = \Delta CBK$ (g.c.g) suy ra $AI = CK$.



Hình 5.28

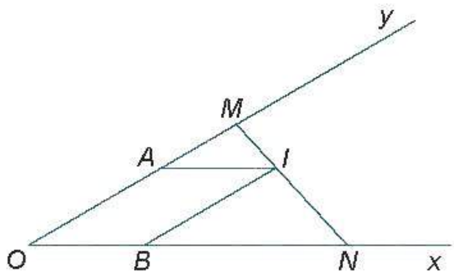
b) Ta có $NE \parallel BK$ nên $\frac{AB}{AE} = \frac{AK}{AN}$ (định lí Thales).

$FN \parallel DI$ nên $\frac{AD}{AF} = \frac{AI}{AN}$ (định lí Thales),

mà $AI = CK$ nên $\frac{AD}{AF} = \frac{CK}{AN}$.

Suy ra $\frac{AB}{AE} + \frac{AD}{AF} = \frac{AK}{AN} + \frac{CK}{AN} = \frac{AK + CK}{AN} = \frac{AC}{AN}$.

4.19. (H. 5.29) Xét ΔOMN, $AI \parallel ON$



Hình 5.29

nên $\frac{MA}{MO} = \frac{MI}{MN}$ (định lí Thalès)

$IB \parallel MO$ nên $\frac{NB}{NO} = \frac{NI}{NM}$ (định lí Thalès)

Suy ra $\frac{MA}{MO} + \frac{NB}{NO} = \frac{MI}{MN} + \frac{NI}{NM} = \frac{MI + NI}{MN} = \frac{MN}{MN} = 1$.

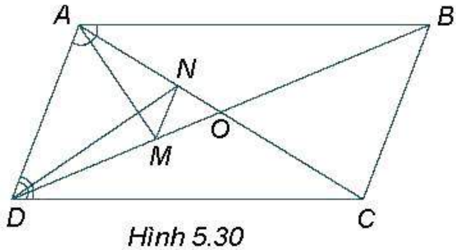
4.20. (H. 5.30) ΔABD có:

AM là phân giác của góc A nên $\frac{AB}{AD} = \frac{MB}{MD}$ (tính chất đường phân giác trong tam giác)

Tương tự: $\frac{DC}{DA} = \frac{NC}{NA}$, mà $AB = DC$ suy ra $\frac{MB}{MD} = \frac{DC}{AD} = \frac{NC}{NA}$.

Từ đó, ta có: $\frac{MB}{MD}+1=\frac{NC}{NA}+1$ hay $\frac{BD}{MD}=\frac{AC}{NA}$.

Suy ra $\frac{DO}{DM}=\frac{AO}{AN}$ nên $MN \parallel AD$ (định lí Thalès đảo).



Hình 5.30

CHƯƠNG V. DỮ LIỆU VÀ BIỂU ĐỒ

BÀI 18. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

5.1. a) Nên thu thập từ nguồn có sẵn, chẳng hạn từ website của cơ quan hàng không vũ trụ Mỹ (NASA): *solarsystem.nasa.gov*.

b) Dữ liệu về khối lượng, bán kính, khoảng cách đến Mặt Trời của các hành tinh trong Hệ Mặt Trời đều là số liệu liên tục. Dữ liệu về số mặt trăng của các hành tinh trong Hệ Mặt Trời là số liệu rời rạc.

5.2. *HD*. a) Có thể hỏi về loại sách ưa thích, thời gian dành cho đọc sách mỗi ngày, số cuốn sách đọc trong 1 năm, địa điểm đọc sách,...

b) Phụ thuộc vào câu hỏi đưa ra.

5.3. a) Số liệu liên tục.

b) Thu thập dữ liệu trực tiếp.

5.4. a – B, b – D, c – A, d – C.

5.5. *HD*. a) Có nhiều cách thu thập dữ liệu. Căn cứ trên phương án thu thập dữ liệu sẽ xác định xem dữ liệu thu được có tính đại diện hay không.

b) Dữ liệu thu được là dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.

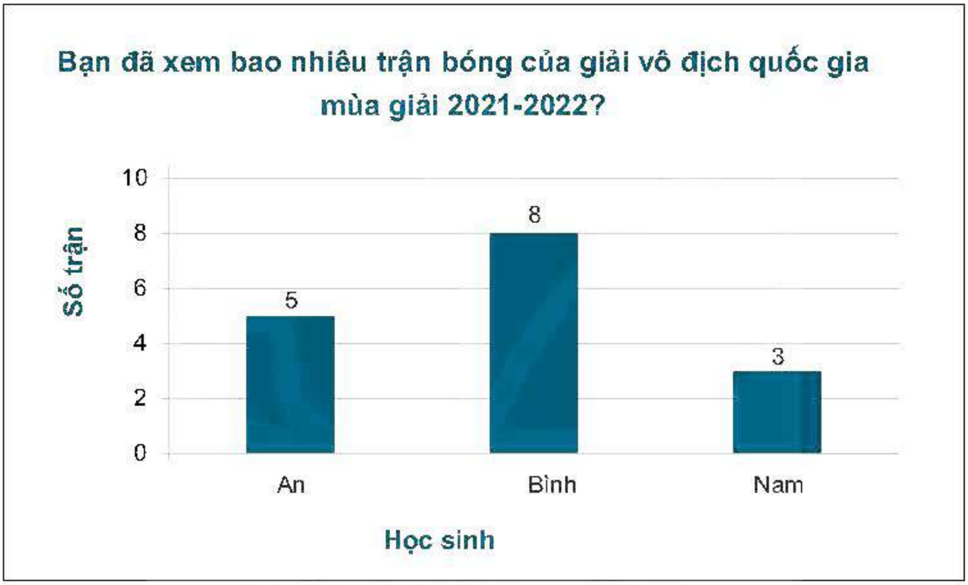
BÀI 19. BIỂU DIỄN DỮ LIỆU BẰNG BẢNG, BIỂU ĐỒ

5.6.

a) Bảng thống kê:

Học sinh	An	Bình	Nam
Số trận đã xem	5	8	3

b) Biểu đồ cột:



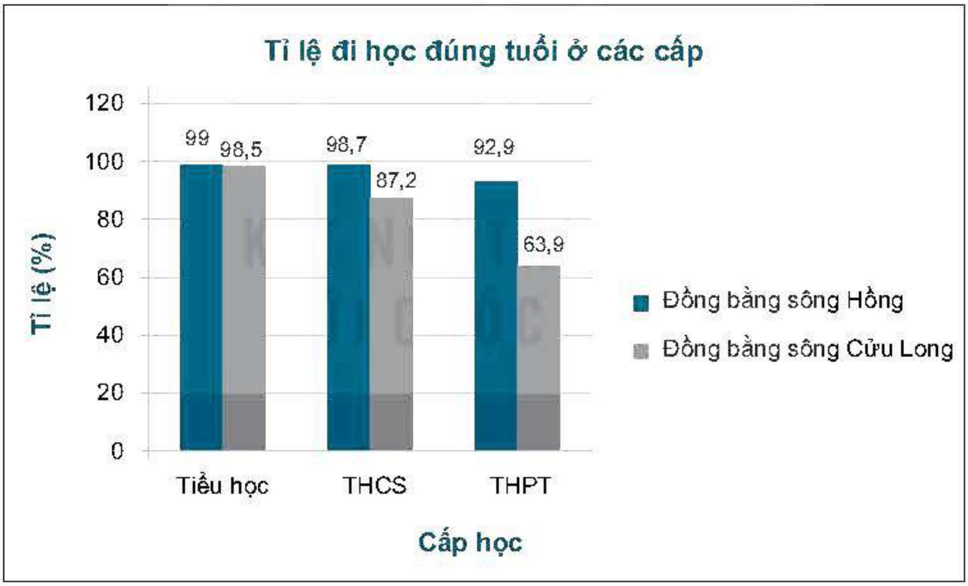
5.7.

a) Bảng thống kê (số lượng đã được làm tròn).

Lựa chọn	Ủng hộ phương án 1	Ủng hộ phương án 2	Ủng hộ phương án 3	Không ủng hộ
Số lượng	543	1 008	3 412	2 791

b) Biểu đồ cột:

5.8. Biểu đồ cột kép:



5.9. a) Bảng thống kê:

Năm	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Tỉ lệ (%)	14,1	13,9	13,4	13,2	12,2	11,5	11,2

b) *HD.* Vẽ biểu đồ cột theo các bước đã học trong SGK Toán 6.

5.10. *HD.* a) Dùng biểu đồ cột kép, có 3 nhóm cột, mỗi nhóm gồm 2 cột biểu diễn số bàn thắng trong 2 mùa giải của mỗi câu lạc bộ.

b) Dùng biểu đồ cột bội, có 2 nhóm cột, mỗi nhóm gồm 3 cột biểu diễn số bàn thắng của 3 câu lạc bộ trong một mùa giải.

5.11. *HD.* Dùng biểu đồ đoạn thẳng.

5.12. *HD.* a) Vẽ biểu đồ cột theo các bước đã học.

b) Dùng biểu đồ hình quạt tròn để biểu diễn.

5.13. *HD.* a) Không nên dùng biểu đồ tranh vì ƯCLN (58, 56, 51, 49) = 1 nên nếu dùng biểu đồ tranh ta phải vẽ rất nhiều biểu tượng.

b) Dùng biểu đồ cột để biểu diễn.

BÀI 20. PHÂN TÍCH SỐ LIỆU THỐNG KÊ DỰA VÀO BIỂU ĐỒ

5.14. Trong biểu đồ hình quạt tròn, cả hình tròn biểu diễn 100% nhưng cả hình tròn trong biểu đồ Hình 5.5 biểu diễn 60% + 63% + 70% = 193% là không hợp lí.

5.15. a) Dữ liệu được biểu diễn trên 2 biểu đồ như nhau. Bảng thống kê:

Tháng	7	8	9	10	11	12
Doanh thu (tỉ đồng)	3	5	6	6	9	11

b) Không. Do gốc trục đứng và đơn vị độ dài trên trục đứng của hai biểu đồ khác nhau nên ta không thể căn cứ vào độ dốc của hai đường gấp khúc để đánh giá về tốc độ tăng doanh thu.

5.16. a) Số bước đi trung bình trong ngày của người này là 3 455 bước; của những người cùng độ tuổi với anh ta là 5 285 bước; của tất cả những người sử dụng ứng dụng này là 4 399 bước.

b) Thay dấu ? bằng 1 830.

5.17. a) Độ tuổi tăng thì thời gian ngủ trung bình trong ngày giảm.

b) Tỉ lệ thời gian dành cho ngủ: $\frac{9}{24}$ = 37,5%; dành cho học: $\frac{8}{24} \approx$ 33,3%; dành cho ăn: $\frac{3}{24}$ = 12,5%; dành cho các hoạt động khác: $\frac{4}{24} \approx$ 16,7%.

5.18. a) Bảng thống kê.

Năm	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Doanh thu (tỉ đô la)	1,478	1,535	1,579	1,59	1,378	1,45	1,484

b) Từ năm 2016 đến 2019 và từ năm 2020 đến năm 2022 doanh thu đều có xu thế tăng. Riêng năm 2020 doanh thu giảm mạnh so với năm 2019 là do đại dịch Covid.

c) Năm 2021, doanh thu từ rượu mạnh là: $1,45 \cdot 41,30\% = 0,59885$ (tỉ đô la); doanh thu từ rượu vang là: $1,45 \cdot 16,1\% = 0,23345$ (tỉ đô la); doanh thu từ bia là: $1,45 \cdot 42,5\% = 0,61625$ (tỉ đô la).

5.19. a) Từ mùa giải 2015 – 2016 đến mùa giải 2021 – 2022, cầu thủ đoạt danh hiệu chiếc giày vàng ở giải La Liga luôn ghi nhiều bàn thắng hơn cầu thủ đoạt danh hiệu chiếc giày vàng ở giải ngoại hạng Anh.

b) 40 bàn thắng.

ÔN TẬP CHƯƠNG V

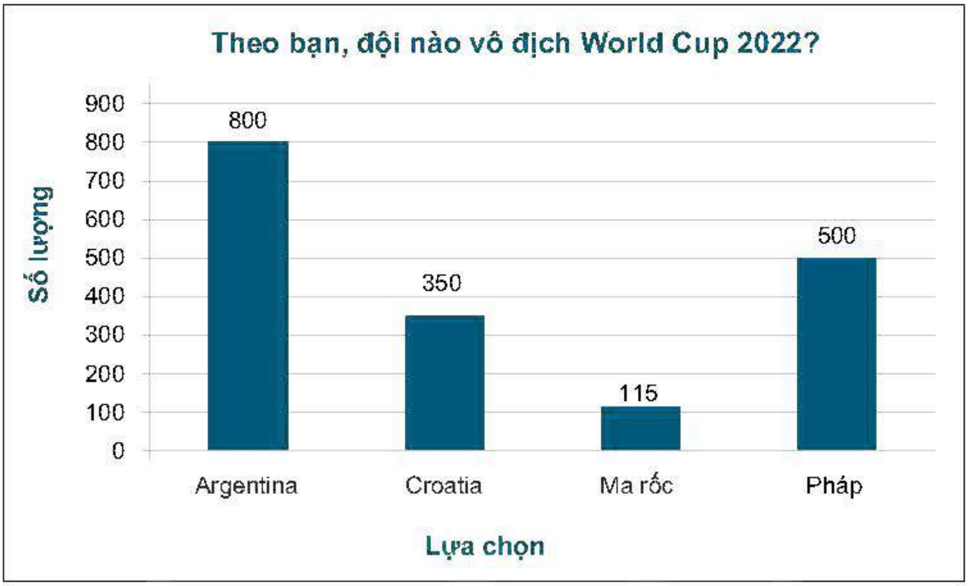
A. CÂU HỎI (Trắc nghiệm)

1. B	**2**. D	**3**. B	**4**. C
5. B	**6**. C	**7**. A	**8**. C

B. BÀI TẬP

5.20. a) Dữ liệu đã được thu thập bằng cách thu thập trực tiếp thông qua lập bảng hỏi.

b) Dùng biểu đồ cột để biểu diễn. Biểu đồ cột thu được:



c) Nếu muốn biểu diễn tỉ lệ bình chọn cho mỗi đội, ta dùng biểu đồ hình quạt tròn.

5.21. a) Dữ liệu được biểu diễn trên hai biểu đồ là như nhau.

b) Số liệu rời rạc.

c) Các giá trị biểu diễn trên trục đứng của hai biểu đồ theo thứ tự ngược nhau. Dùng biểu diễn như hình 5.13 thuận lợi hơn trong việc nhận ra xu thế của thứ hạng vì đường gấp khúc đi lên biểu diễn cho việc tăng về thứ hạng (thứ hạng nhỏ đi).

5.22. a) Bảng thống kê:

Năm	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2019
Lượng CO_2	19 330	31 400	51 210	92 370	151 410	220 650	336 490

b) Xu thế tăng theo thời gian. Năm 2019 đã tăng $\frac{336\ 490}{19\ 330} \approx 17{,}4$ lần so với năm 1990.

c) Năm 2019, lượng CO_2 sinh bởi Điện và chất đốt là: $336\ 490 \cdot 0{,}46 = 154\ 785{,}4$ (nghìn tấn); sinh bởi Sản xuất và xây dựng là: $336\ 490 \cdot 0{,}22 = 74\ 027{,}8$ (nghìn tấn); sinh bởi Công nghiệp là: $336\ 490 \cdot 0{,}16 = 53\ 838{,}4$ (nghìn tấn); sinh bởi Giao thông là: $336\ 490 \cdot 0{,}12 = 40\ 378{,}8$ (nghìn tấn); sinh bởi các nguồn khác là: $336\ 490 \cdot 0{,}04 = 13\ 459{,}6$ (nghìn tấn).

5.23. a) Số liệu liên tục.

b) Do đại dịch Covid 19.

c) *HD*. Bảng thống kê gồm 3 dòng, dòng 1 là năm, các dòng 2, 3 biểu diễn lượng chi cho chăm sóc sức khoẻ của Anh, Mỹ.

d) Số tiền Mỹ chi cho chăm sóc sức khoẻ năm 2020 là

$$20\,890 \cdot 0{,}1595 = 3\,331{,}955 \text{ (tỉ đô la).}$$

5.24. a) *HD*. Dùng biểu đồ đoạn thẳng để biểu diễn.

b) Tỉ số giới tính khi sinh ở Việt Nam giai đoạn 2002 – 2021 luôn cao hơn tỉ số này ở mức sinh học bình thường.

c) Vùng Trung du và miền núi phía Bắc và vùng Đồng bằng sông Hồng có tỉ số giới tính khi sinh cao hơn mức chung của cả nước. Vùng Tây Nguyên có tỉ số giới tính khi sinh ở mức sinh học bình thường.

5.25. *HD*. Dùng biểu đồ cột để biểu diễn.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: ĐẶNG THỊ MINHTHU – VŨ THỊ VÂN
Thiết kế sách: VŨ XUÂN NHỰ
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA
Sửa bản in: PHAN THỊ THANH BÌNH – VŨ THỊ THANH TÂM
Chế bản: CTCP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

BÀI TẬP TOÁN 8 – TẬP MỘT
Mã số: G1BH8T001H23
In .... cuốn (QĐ .... SLK), khổ 17 x 24cm.
In tại Công ty cổ phần in ....
Số ĐKXB: 8-2023/CXBIPH/15-2097/GD
Số QĐXB: .... / QĐ-GD ngày ... tháng ... năm ......
In xong và nộp lưu chiểu tháng .... năm ......
Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-34959-0
Tập hai: 978-604-0-34960-6

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH BÀI TẬP LỚP 8 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Bài tập Ngữ văn 8, tập một
2. Bài tập Ngữ văn 8, tập hai
3. Bài tập Toán 8, tập một
4. Bài tập Toán 8, tập hai
5. Bài tập Khoa học tự nhiên 8
6. Bài tập Công nghệ 8
7. Bài tập Lịch sử và Địa lí 8, phần Lịch sử
8. Bài tập Lịch sử và Địa lí 8, phần Địa lí
9. Bài tập Mĩ thuật 8
10. Bài tập Âm nhạc 8
11. Bài tập Giáo dục công dân 8
12. Bài tập Tin học 8
13. Bài tập Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 8
14. Tiếng Anh 8 – Global Success – Sách bài tập

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-34959-0

9 786040 349590

Giá: .... đ