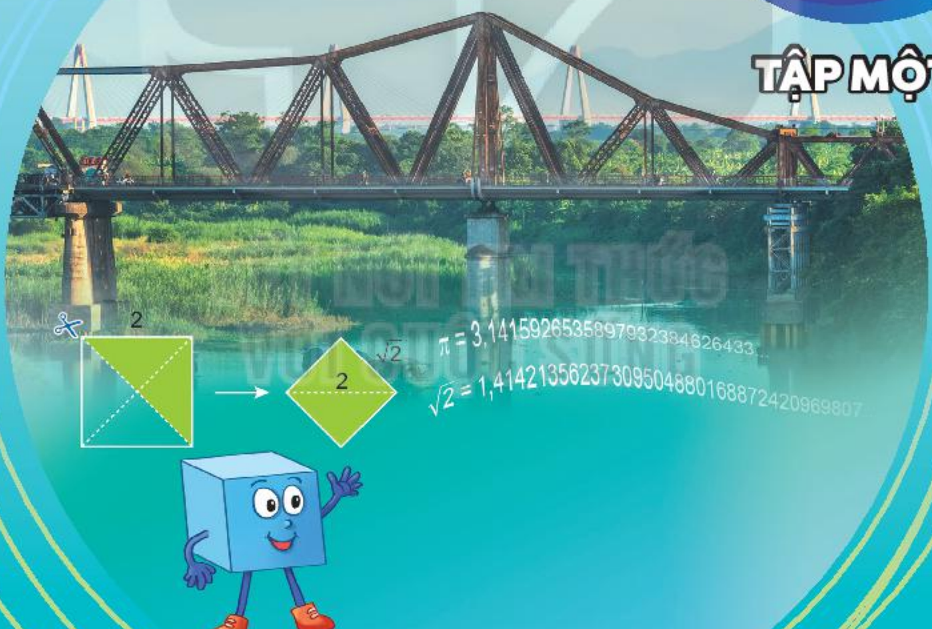
NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG
SĨ ĐỨC QUANG – LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài tập TOÁN 7

TẬP MỘT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

NGUYỄN HUY ĐOAN (Chủ biên)
CUNG THẾ ANH – NGUYỄN CAO CƯỜNG – TRẦN MẠNH CƯỜNG
DOÃN MINH CƯỜNG – TRẦN PHƯƠNG DUNG – SĨ ĐỨC QUANG
LƯU BÁ THẮNG – ĐẶNG HÙNG THẮNG

Bài tập
TOÁN 7

TẬP MỘT

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

LỜI NÓI ĐẦU

Các em học sinh yêu quý!

Sách BÀI TẬP TOÁN 7 (Kết nối tri thức với cuộc sống) gồm hai tập, là tài liệu bổ trợ cho sách giáo khoa TOÁN 7 bộ ***Kết nối tri thức với cuộc sống*** và được viết bởi cùng một đội ngũ tác giả.

Sách BÀI TẬP TOÁN 7 được viết theo đúng cấu trúc chương, bài như trong sách giáo khoa nhằm cung cấp cho các em một hệ thống bài tập phong phú, bổ trợ cho sách giáo khoa.

Mỗi bài học đều có phần tóm tắt các kiến thức cần nhớ, các kĩ năng giải toán cùng một vài ví dụ minh hoạ và phần đề bài tập. Cuối mỗi chương đều có phần câu hỏi (trắc nghiệm) và bài tập ôn tập chương. Cuối sách là phần lời giải, hướng dẫn, đáp số cho các bài tập.

BÀI TẬP TOÁN 7 vẫn bám sát các yêu cầu của chương trình, đồng thời làm đa dạng thêm các loại bài tập thích hợp với mỗi nội dung trong sách giáo khoa.

BÀI TẬP TOÁN 7 có những bài tập giúp các em củng cố, phát triển và nâng cao kiến thức đã học.

Một số bài tập trong BÀI TẬP TOÁN 7 còn cung cấp thêm cho các em những hiểu biết mới, phù hợp với kiến thức của các em, về một vài vấn đề mà các em có thể gặp trong nhiều tài liệu tham khảo toán học.

Với cấu trúc và định hướng như trên, BÀI TẬP TOÁN 7 sẽ là một tài liệu không thể thiếu cho tất cả các em học sinh sử dụng sách giáo khoa TOÁN 7 thuộc bộ sách ***Kết nối tri thức với cuộc sống***. Chắc chắn BÀI TẬP TOÁN 7 cũng rất hữu ích cho mọi học sinh lớp 7, dù học theo bất cứ sách giáo khoa nào.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam và tập thể tác giả chân thành cảm ơn giáo viên, học sinh, phụ huynh học sinh và mong nhận được những ý kiến góp ý để sách ngày càng hoàn thiện hơn.

Mọi góp ý xin gửi về Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 81 Trần Hưng Đạo, Hoàn Kiếm, Hà Nội.

MỤC LỤC

CHƯƠNG I SỐ HỮU TỈ

BÀI 1 TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Số hữu tỉ là số được viết dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Tập số hữu tỉ được kí hiệu là $\mathbb{Q}$. Số thập phân đã biết, số nguyên, hỗn số đều là số hữu tỉ.

2. Mỗi số hữu tỉ đều được biểu diễn bởi một điểm trên trục số.

3. Hai số hữu tỉ bất kì luôn so sánh được với nhau. Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ a, b bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.

Số hữu tỉ dương là số hữu tỉ lớn hơn 0; số hữu tỉ âm là số hữu tỉ nhỏ hơn 0. Số 0 không là số hữu tỉ âm, không là số hữu tỉ dương.

Tính chất bắc cầu: Với ba số hữu tỉ a, b, c mà $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$.

4. Trên trục số, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b (H.1.1).

Hình 1.1

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Khi so sánh hai số hữu tỉ, ngoài cách so sánh bằng cách đưa về phân số cùng mẫu số, tuỳ vào từng trường hợp cụ thể ta có thể đưa về cùng tử số hoặc thông qua số hữu tỉ trung gian (sử dụng tính chất bắc cầu).

– Để biểu diễn một vài số hữu tỉ trên trục số, ta thường biểu diễn các số hữu tỉ có dạng phân số tối giản; quy đồng mẫu để tìm mẫu số chung; sau đó chọn cách chia đoạn thẳng đơn vị thành các phần bằng nhau, có số phần bằng mẫu số chung đó.

Ví dụ 1 So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $\frac{-12}{17}$ và $\frac{-5}{7}$; b) $\frac{1}{2\,021}$ và $\frac{-6}{2\,023}$; c) $\frac{9}{71}$ và $\frac{27}{211}$.

Giải

a) Ta có $\frac{-12}{17}=\frac{(-12)\cdot 7}{17\cdot 7}=\frac{-84}{119}$; $\frac{-5}{7}=\frac{(-5)\cdot 17}{7\cdot 17}=\frac{-85}{119}$.

Vì $-84>-85$ nên $\frac{-12}{17}>\frac{-5}{7}$.

b) Nhận thấy $\frac{1}{2\,021}>0$ và $\frac{-6}{2\,023}<0$ nên $\frac{1}{2\,021}>\frac{-6}{2\,023}$.

c) Nhận thấy $27=9\cdot 3$ nên ta sẽ đưa hai phân số cần so sánh về cùng tử số.

$$\frac{9}{71}=\frac{9\cdot 3}{71\cdot 3}=\frac{27}{213};$$

Vì $213>211>0$ nên $\frac{27}{213}<\frac{27}{211}$, do đó $\frac{9}{71}<\frac{27}{211}$.

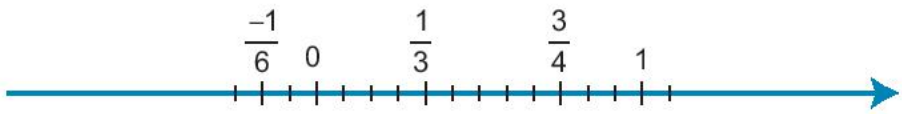
Ví dụ 2 Biểu diễn các số hữu tỉ $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{4}$ và $\frac{-1}{6}$ trên cùng một trục số.

Giải

Để biểu diễn các số hữu tỉ trên cùng một trục số, trước hết ta quy đồng mẫu số các số hữu tỉ đã cho.

Ta có $BCNN(3, 4, 6)=12$ nên $\frac{1}{3}=\frac{4}{12}$; $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ và $\frac{-1}{6}=\frac{-2}{12}$.

Ta chia đoạn thẳng đơn vị thành 12 phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\frac{1}{12}$ đơn vị cũ). Khi đó ta có biểu diễn các số hữu tỉ trên như sau:



Hình 1.2

BÀI TẬP

1.1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng? Khẳng định nào sai?

a) Số hữu tỉ âm nhỏ hơn số hữu tỉ dương;

b) Số hữu tỉ âm nhỏ hơn số tự nhiên;

c) Số 0 là số hữu tỉ dương;

d) Số nguyên âm không phải là số hữu tỉ âm;

e) Tập hợp $\mathbb{Q}$ gồm các số hữu tỉ dương và các số hữu tỉ âm.

1.2. Điền kí hiệu ($\in$, $\notin$) thích hợp vào ô vuông:

$$-7 \,\square\, \mathbb{N};\quad -7 \,\square\, \mathbb{Z};\quad -7 \,\square\, \mathbb{Q};\quad \frac{-3}{5} \,\square\, \mathbb{Z};\quad \frac{-3}{5} \,\square\, \mathbb{Q}.$$

1.3. Nối mỗi dòng ở cột bên trái với một dòng ở cột bên phải để được khẳng định đúng:

a) $\frac{0}{-8}$	1) Là số hữu tỉ âm
b) $\frac{-7}{-5}$	2) Là số hữu tỉ dương
c) $\frac{-2}{9}$	3) Không là số hữu tỉ âm, cũng không là số hữu tỉ dương
d) $\frac{5}{0}$	4) Không là số hữu tỉ

1.4. So sánh các số hữu tỉ sau:

a) $-\frac{57}{2\,021}$ và $\frac{1}{6\,345}$; b) $\frac{-19}{35}$ và $\frac{-13}{21}$; c) $\frac{6}{73}$ và $\frac{9}{82}$.

1.5. Máy ảnh thường có nhiều tốc độ màn trập (tức khoảng thời gian mà màn trập mở cửa). Tốc độ màn trập tính bằng giây, thường là $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{15}$; 0,125; $\frac{1}{60}$; 0,004 và $\frac{1}{4}$. Hãy sắp xếp các tốc độ này từ nhanh nhất đến chậm nhất.

(Theo *imaging.nikon.com*)

1.6. Các điểm A, B, C, D (H.1.3) lần lượt biểu diễn các số hữu tỉ nào?

Hình 1.3

1.7. Hãy biểu diễn hai số hữu tỉ $-\dfrac{4}{5}$ và $\dfrac{1}{2}$ trên cùng một trục số.

1.8. Chỉ ra hai phân số có mẫu bằng 7, lớn hơn $\dfrac{-3}{8}$ và nhỏ hơn $\dfrac{-1}{8}$.

1.9. Bảng sau thống kê thành tích ghi bàn của cầu thủ bóng đá Lionel Messi cho câu lạc bộ FC Barcelona tại giải bóng đá vô địch quốc gia La Liga của Tây Ban Nha trong 5 mùa giải gần đây.

Mùa giải	Số bàn thắng	Số trận đấu
2020-2021	30	35
2019-2020	25	33
2018-2019	36	34
2017-2018	34	36
2016-2017	37	34

Biết hiệu suất ghi bàn được tính bằng tỉ số giữa số bàn thắng và số trận đấu. Em hãy sắp xếp hiệu suất ghi bàn của Messi từ bé đến lớn và cho biết mùa giải nào thì Messi ghi bàn tốt nhất.

BÀI 2 CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.
2. Ta có thể nhân, chia hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc nhân, chia phân số.
3. Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta có thể áp dụng quy tắc cộng, trừ, nhân và chia đối với số thập phân.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Vận dụng tính chất giao hoán của phép cộng, tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng và quy tắc dấu ngoặc để thực hiện tính nhanh, tính hợp lí một biểu thức.

Ví dụ 1 Tính một cách hợp lí:

a) $A = -(2\,021 \cdot 0{,}7 + 19{,}75) + 2\,021 \cdot 0{,}7 - (8 - 19{,}75)$;

b) $B = 21{,}92 \cdot 17{,}5 - 61{,}92 \cdot 78 + 21{,}92 + 18{,}5 \cdot 78{,}08 - 61{,}92 \cdot 22$;

c) $C = \left(\dfrac{2}{9} - \dfrac{7}{12}\right) : \dfrac{3}{4} + \left(\dfrac{16}{9} - \dfrac{5}{12}\right) : \dfrac{3}{4}$.

Giải

a) $A = -2\,021 \cdot 0{,}7 - 19{,}75 + 2\,021 \cdot 0{,}7 - 8 + 19{,}75$

$= (-2\,021 \cdot 0{,}7 + 2\,021 \cdot 0{,}7) + (-19{,}75 + 19{,}75) - 8$

$= (-2\,021 + 2\,021) \cdot 0{,}7 + 0 - 8$

$= 0 \cdot 0{,}7 - 8 = -8$.

b) $B = (21{,}92 \cdot 17{,}5 + 21{,}92) + 18{,}5 \cdot 78{,}08 - (61{,}92 \cdot 78 + 61{,}92 \cdot 22)$

$= 21{,}92(17{,}5 + 1) + 18{,}5 \cdot 78{,}08 - 61{,}92(78 + 22)$

$= 21{,}92 \cdot 18{,}5 + 18{,}5 \cdot 78{,}08 - 61{,}92 \cdot 100$

$$= (21{,}92 + 78{,}08) \cdot 18{,}5 - 6\,192$$

$$= 100 \cdot 18{,}5 - 6\,192 = 1\,850 - 6\,192 = -4\,342.$$

c) $C = \left(\dfrac{2}{9} - \dfrac{7}{12}\right) \cdot \dfrac{4}{3} + \left(\dfrac{16}{9} - \dfrac{5}{12}\right) \cdot \dfrac{4}{3} = \left(\dfrac{2}{9} - \dfrac{7}{12} + \dfrac{16}{9} - \dfrac{5}{12}\right) \cdot \dfrac{4}{3}$

$$= \left[\left(\frac{2}{9} + \frac{16}{9}\right) - \left(\frac{7}{12} + \frac{5}{12}\right)\right] \cdot \frac{4}{3} = (2 - 1) \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3}.$$

Ví dụ 2 Ngô bắp tươi là một thực phẩm giàu năng lượng, phổ biến ở các nước châu Á. Theo Viện Dinh dưỡng Quốc gia, trong 100 gam ngô bắp tươi, chứa 52 gam nước; 4,1 gam protein; 2,3 gam lipid; 1,2 gam celluloza; 0,8 gam tro và phần còn lại là glucid. Hỏi khối lượng glucid trong 500 gam ngô bắp tươi là bao nhiêu?

(*Bảng thành phần thực phẩm Việt Nam*, NXB Y học 2007)

Giải. Khối lượng glucid chứa trong 100 gam ngô bắp tươi là:

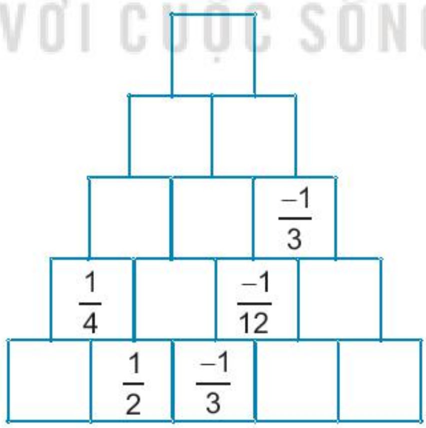
$$100 - 52 - 4{,}1 - 2{,}3 - 1{,}2 - 0{,}8 = 39{,}6 \text{ (gam)}.$$

Vậy, khối lượng glucid trong 500 gam ngô bắp tươi là:

$$39{,}6 \cdot 5 = 198 \text{ (gam)}.$$

C BÀI TẬP

1.10. Điền các số hữu tỉ thích hợp vào ô trống trong hình tháp dưới đây, biết rằng mỗi ô ở hàng trên bằng tổng của hai số trong hai ô kề nó ở hàng dưới.



1.11. Điền số hoặc dấu thích hợp vào ô trống:

$-\frac{1}{32}$	$\times$	4	$=$	
$:$		$\times$		$:$
-8	$:$	$-\frac{1}{2}$		
$=$		$=$		$=$
	$\times$		$=$	

1.12. Với bài tập: Tính tổng $A = -5,2 \cdot 72 + 69,1 + 5,2 \cdot (-28) + (-1,1)$. Hai bạn Vuông và Tròn đã làm như sau:

Bài làm của Vuông:	*Bài làm của Tròn:*
$A = -374,4 + 69,1 + (-145,6) + (-1,1)$	$A = [(-5.2) \cdot 72 + (-5.2) \cdot 28] + (69,1 - 1,1)$
$= (-305,3) + (-145,6) + (-1,1)$	$= (-5,2) \cdot (72 + 28) + 68$
$= (-450,9) + (-1,1)$	$= (-5,2) \cdot 100 + 68$
$= -452.$	$= (-520) + 68$
	$= -452.$

a) Em hãy giải thích cách làm của mỗi bạn.

b) Theo em, nên làm theo cách nào?

1.13. Tính bằng cách hợp lí giá trị của các biểu thức:

a) $A = \left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{7}\right) : \frac{5}{4} + \left(-\frac{4}{5} + \frac{4}{7}\right) : \frac{5}{4}$;

b) $B = 2\,022,2021 \cdot 1\,954,1945 + 2\,022,2021 \cdot (-1\,954,1945)$.

1.14. Đặt một cặp dấu ngoặc "( )" vào biểu thức ở vế trái để được kết quả đúng bằng vế phải:

a) $2,2 - 3,3 + 4,4 - 5,5 + 6,6 = 6,6$.

b) $2,2 - 3,3 + 4,4 - 5,5 + 6,6 = -6,6$.

1.15 Chim ruồi "khổng lồ" Nam Mỹ (Giant hummingbird of South America) là loại chim ruồi to nhất trên thế giới. Nó dài gấp $4\frac{1}{8}$ lần chim ruồi ong (bee hummingbird). Nếu độ dài của chim ruồi ong là 5,5 cm thì độ dài của chim ruồi "khổng lồ" Nam Mỹ là bao nhiêu?

Chim ruồi ong

Chim ruồi "khổng lồ" Nam Mỹ

1.16. Mật độ dân số là số người sinh sống trên một đơn vị diện tích. Monaco là một đất nước ở khu vực Tây Âu, nằm ở một eo biển nhỏ phía nam nước Pháp, bên bờ biển Côte d'Azur. Đây là đất nước có mật độ dân số cao nhất thế giới. Monaco có diện tích khoảng 2,1 km^2. Năm 2020, ước tính dân số của Monaco là 38 900 người. Hỏi mật độ dân số trên 1 km^2 của Monaco khoảng bao nhiêu?

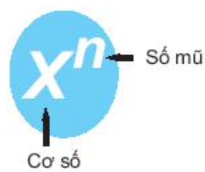
(Theo *www.britannica.com)*

BÀI 3 LUỸ THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Luỹ thừa bậc n của một số hữu tỉ x, kí hiệu x^n, là tích của n thừa số x (n là số tự nhiên lớn hơn 1):

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{n \text{ thừa số}} \quad (x \in \mathbb{Q},\ n \in \mathbb{N},\ n > 1).$$



x^n đọc là x mũ n hoặc x luỹ thừa n hoặc luỹ thừa bậc n của x.

x gọi là *cơ số*, n gọi là *số mũ*.

Quy ước $x^0 = 1\ (x \neq 0)$; $x^1 = x$.

2. • Khi nhân hai luỹ thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ.

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}.$$

• Khi chia hai luỹ thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và lấy số mũ của luỹ thừa bị chia trừ số mũ của luỹ thừa chia.

$$x^m : x^n = x^{m-n}\ (x \neq 0, m \geq n).$$

3. Luỹ thừa của một tích bằng tích các luỹ thừa: $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$.

Luỹ thừa của một thương bằng thương các luỹ thừa: $\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}$.

4. Khi tính luỹ thừa của một luỹ thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ:

$$\left(x^m\right)^n = x^{m \cdot n}.$$

5. Thừa nhận tính chất: Với $a \neq 0, a \neq \pm 1$, nếu $a^m = a^n$ thì $m = n$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Vận dụng các quy tắc nhân, chia hai luỹ thừa cùng cơ số, luỹ thừa của luỹ thừa, luỹ thừa của một tích và luỹ thừa của một thương để thực hiện các phép tính.

Ví dụ 1 Viết các biểu thức sau dưới dạng luỹ thừa của một số hữu tỉ.

a) $A = 8 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^7 \cdot 32 \cdot 2^8$;

b) $B = 4 \cdot 2^7 : \left(3^{11} \cdot \dfrac{1}{9}\right)$.

Giải

a) $A = 2^3 \cdot \dfrac{1}{2^7} \cdot 2^5 \cdot 2^8 = \dfrac{2^{3+5+8}}{2^7} = \dfrac{2^{16}}{2^7} = 2^{16-7} = 2^9$.

b) $B = 2^2 \cdot 2^7 : \left(\dfrac{3^{11}}{3^2}\right) = 2^9 : 3^9 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^9$.

Ví dụ 2 Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \left(\dfrac{1}{2}\right)^5 - 1{,}5^2 + \dfrac{31}{32} + 102{,}25$;

b) $B = 7 - \left(-\dfrac{4}{5}\right)^0 + \left(\dfrac{1}{3}\right)^2 : 2$.

Giải

a) $A = \dfrac{1}{32} - 2{,}25 + \dfrac{31}{32} + 102{,}25$

$= \left(\dfrac{1}{32} + \dfrac{31}{32}\right) + (102{,}25 - 2{,}25) = 1 + 100 = 101$.

b) $B = 7 - 1 + \dfrac{1}{9} : 2 = 6 + \dfrac{1}{9} \cdot \dfrac{1}{2} = 6 + \dfrac{1}{18} = 6\dfrac{1}{18}$.

Ví dụ 3 Tìm số tự nhiên n sao cho $3 \cdot 4^n : 2^3 = 384$.

Giải

Ta có: $3 \cdot 2^{2n} = 384 \cdot 2^3$ hay $3 \cdot 2^{2n} = 3 \cdot 2^7 \cdot 2^3$.

Suy ra $2^{2n} = 2^{7+3}$ hay $2^{2n} = 2^{10}$, do đó $2n = 10$ hay $n = 5$.

BÀI TẬP

1.17. Đơn vị đo thời gian nhỏ nhất là *yoctosecond* (viết tắt là ys), nó bằng 0,000000000000000000000001 giây. Hãy viết số này dưới dạng luỹ thừa của một số hữu tỉ.

1.18. Viết các số sau dưới dạng luỹ thừa của một số hữu tỉ.

a) $125 \cdot 27$;

b) $243 : 32$.

1.19. Đường kính của một tế bào hồng cầu là khoảng $7,4 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^4$ cm. Hãy viết số này dưới dạng số thập phân.

1.20. Tính giá trị của biểu thức:

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 4 + \frac{3}{4}$;

b) $4^3 : 2^5 + 3^5 : 9^2$.

1.21. Bảng thống kê dưới đây ước lượng số dân của một số nước tại thời điểm năm 2020.

Quốc gia	Số dân
Hàn Quốc	$51,2 \cdot 10^6$
Trung Quốc	$143,9 \cdot 10^7$
Hoa Kỳ	$331 \cdot 10^6$
Nhật Bản	$126,6 \cdot 10^6$
Ấn Độ	$13,8 \cdot 10^8$
Pháp	$65,2 \cdot 10^6$
Việt Nam	$97,3 \cdot 10^6$
Cu Ba	$11,3 \cdot 10^6$
Brunei	$43,7 \cdot 10^4$

(Theo *cacnuoc.vn*)

Em hãy sắp xếp tên các quốc gia theo thứ tự có số dân từ lớn đến bé.

1.22. Thay dấu "?" bằng số thích hợp:

a) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{2}{3}\right)^? = \left(\dfrac{2}{3}\right)^8$;

b) $\left(\dfrac{-3}{4}\right)^? : \left(\dfrac{-3}{4}\right)^7 = \left(\dfrac{-3}{4}\right)^2$.

1.23. Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy tính:

a) $(-5)^7$, biết $(-5)^6 = 15\,625$;

b) 2^{12}, biết $2^{11} = 2\,048$.

1.24. Hình vuông dưới đây có tính chất: Mỗi ô ghi một luỹ thừa của 2; tích các số trong mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo đều bằng nhau. Hãy điền các luỹ thừa của 2 còn thiếu vào các ô trống.

2^1		
2^6	2^4	
		2^7

1.25. Tìm số tự nhiên *n*, biết:

a) $5^n \cdot \left(\dfrac{1}{5}\right)^3 = 125$;

b) $4 \cdot 3^n = 324$.

1.26. Tính: $A = \dfrac{27^{10} + 9^5}{9^{13} + 27^2}$.

BÀI 4 THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. • Với các biểu thức chỉ có phép cộng và phép trừ hoặc chỉ có phép nhân và phép chia, ta thực hiện các phép tính từ trái sang phải.

• Với các biểu thức không có dấu ngoặc, ta thực hiện theo thứ tự:

Luỹ thừa → Nhân và chia → Cộng và trừ

• Với các biểu thức có dấu ngoặc, ta thực hiện trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau.

2. Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó: dấu "+" đổi thành dấu "–" và dấu "–" đổi thành dấu "+".

Nếu $a + b = c$ thì $a = c - b$;

Nếu $a - b = c$ thì $a = c + b$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Vận dụng quy tắc thứ tự thực hiện các phép tính và quy tắc dấu ngoặc để thực hiện tính giá trị của biểu thức.

– Vận dụng quy tắc chuyển vế để tìm giá trị chưa biết.

Ví dụ 1 Tính $A = \left[\left(\frac{15}{21} - \frac{17}{42}\right) \cdot \frac{7}{13} + \frac{5}{6}\right] : \left[\left(\frac{6}{11} - \frac{8}{33}\right) \cdot \frac{11}{10} + \frac{1}{2}\right]$.

Giải

Ta có:

$$\left(\frac{15}{21} - \frac{17}{42}\right) \cdot \frac{7}{13} + \frac{5}{6} = \left(\frac{30}{42} - \frac{17}{42}\right) \cdot \frac{7}{13} + \frac{5}{6}$$

$$= \frac{13}{42} \cdot \frac{7}{13} + \frac{5}{6} = \frac{7}{42} + \frac{5}{6} = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1;$$

$$\left(\frac{6}{11}-\frac{8}{33}\right)\cdot\frac{11}{10}+\frac{1}{2}=\left(\frac{18}{33}-\frac{8}{33}\right)\cdot\frac{11}{10}+\frac{1}{2}$$

$$=\frac{10}{33}\cdot\frac{11}{10}+\frac{1}{2}=\frac{11}{33}+\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}.$$

Vậy $A=1:\frac{5}{6}=\frac{6}{5}$.

Ví dụ 2 Một cửa hàng bán bánh pizza niêm yết giá tiền như sau:

Bánh pizza	**Giá tiền** (đô la)
cỡ to	11,5 $
cỡ trung bình	8,75 $
cỡ nhỏ	6,25 $

($ là kí hiệu tiền đô la của nước Mỹ).

Phillip muốn mua 3 cái pizza cỡ to, 2 cái pizza cỡ trung bình và 1 cái pizza cỡ nhỏ.

Phillip đưa cho người bán hàng 100 $. Hỏi người bán hàng phải trả lại Phillip bao nhiêu đô la?

Giải. Số tiền bánh mà Phillip phải trả là:

$$11{,}5\cdot 3+8{,}75\cdot 2+6{,}25=58{,}25\ (\$).$$

Gọi số tiền mà người bán hàng phải trả lại cho Phillip là x thì

$x+58{,}25=100\ (\$)$

hay $x=100-58{,}25=41{,}75\ (\$)$.

Vậy người bán hàng phải trả lại cho Phillip là $41{,}75$ $.

C BÀI TẬP

1.27. Tính giá trị của biểu thức sau khi bỏ dấu ngoặc:

a) $A=(5{,}1-3{,}4)-(-3{,}4+5{,}1)$;

b) $D=-\left(\frac{5}{7}+\frac{7}{9}\right)-\left(-\frac{7}{9}+\frac{2}{7}\right)$.

1.28. Tìm x, biết:

a) $-x + \frac{7}{4} = \frac{6}{5} - \frac{3}{4}$;

b) $1 - 2x = \frac{9}{8} + \frac{7}{5} : \frac{2}{5}$.

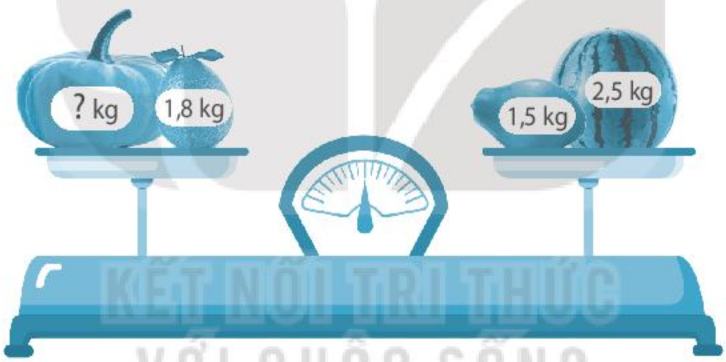
1.29. Tính: $A = \left[\left(\frac{1}{81} - \frac{3}{162}\right) \cdot \frac{81}{17} + \frac{35}{34}\right] : \left[\left(\frac{9}{51} + \frac{7}{102}\right) \cdot \frac{102}{5} + 2017\right]$.

1.30. Tìm x, biết:

a) $(0,5)^2 + 2 \cdot x = (0,7)^2$;

b) $x - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) = \frac{1}{7} - \frac{1}{3}$.

1.31. Hãy viết một đẳng thức để mô tả tình trạng khi cân thăng bằng rồi tính khối lượng của quả bí đỏ (H.1.4).



Hình 1.4

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A CÂU HỎI (TRẮC NGHIỆM)

Tìm câu trả lời *đúng* trong các đáp án đã cho.

1. Số $-\frac{1}{7}$ là:

A. Số tự nhiên; B. Số nguyên; C. Số hữu tỉ dương; D. Số hữu tỉ.

2. Kết quả của phép nhân $4^3 \cdot 4^9$ là:

A. 4^6; B. 4^{10}; C. 16^6; D. 2^{20}.

3. Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$ là dương nếu:

A. *a*, *b* cùng dấu;

B. *a*, *b* khác dấu;

C. $a = 0$, *b* dương;

D. *a*, *b* là hai số tự nhiên.

4. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Mỗi số hữu tỉ đều được biểu diễn bởi một điểm trên trục số;

B. Trên trục số, số hữu tỉ âm nằm bên trái điểm biểu diễn số 0;

C. Trên trục số, số hữu tỉ dương nằm bên phải điểm biểu diễn số 0;

D. Hai số hữu tỉ không phải luôn so sánh được với nhau.

5. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Mọi số nguyên đều là số tự nhiên;

B. Mọi số hữu tỉ đều là số nguyên;

C. Mọi số nguyên đều là số hữu tỉ;

D. Mọi phân số đều là số nguyên.

B BÀI TẬP

1.32. Tính:

a) $5 - \left(1 + \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right)$;

b) $\left(1+\frac{2}{3}-\frac{5}{4}\right)-\left(1-\frac{5}{4}\right)+\left(2\,022-\frac{2}{3}\right)$.

1.33. Tìm x, biết:

a) $0,7^2 \cdot x = 0,49^3$;

b) $x : (-0,5)^3 = (-0,5)^2$.

1.34. Cho $a \in \mathbb{Q}$ và $a \neq 0$. Hãy viết a^8 dưới dạng:

a) Tích của hai luỹ thừa, trong đó có một thừa số là a^3;

b) Luỹ thừa của a^2;

c) Thương của hai luỹ thừa trong đó số bị chia là a^{10}.

1.35. Bảng sau cho chúng ta đường kính xấp xỉ của một số hành tinh.

Hành tinh	Đường kính (tính theo đơn vị dặm)
Thuỷ tinh (Mercury)	$3,032 \cdot 10^3$
Thổ tinh (Saturn)	$7,4975 \cdot 10^4$
Hải Vương tinh (Neptune)	$3,0603 \cdot 10^4$
Trái Đất (Earth)	$7,926 \cdot 10^3$
Mộc tinh (Jupiter)	$88,846 \cdot 10^3$
Hoả tinh (Mars)	$4,222 \cdot 10^3$

(1 dặm xấp xỉ 1,60934 km).

Hỏi đường kính của hành tinh nào lớn nhất? Đường kính của hành tinh nào nhỏ nhất?

(Theo: *universetoday.com)*

1.36. Để làm 24 cái bánh, cần $1\frac{3}{4}$ cốc bột mì. Bạn An muốn làm 8 cái bánh. Hỏi bạn An cần bao nhiêu cốc bột mì?

1.37. Biết $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 8^2 + 9^2 = 285$.

Tính một cách hợp lí giá trị của biểu thức:

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + \cdots + 16^2 + 18^2.$$

1.38. Tính giá trị của biểu thức: $A = \dfrac{25^6 + 5^4}{25^5 + 25}$.

CHƯƠNG II

SỐ THỰC

BÀI 5 LÀM QUEN VỚI SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Kết quả phép chia một số nguyên cho một số nguyên khác 0 là một số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.
- Các phân số đều có thể viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn. Do đó, mọi số hữu tỉ đều viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.
- Các phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2 và 5 đều viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn. Các phân số tối giản với mẫu dương mà mẫu có ước nguyên tố khác 2 và 5 đều viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.
- Cách làm tròn số thập phân vô hạn tuần hoàn cũng tương tự như làm tròn số thập phân hữu hạn. Khi làm tròn số đến một hàng nào đó thì kết quả làm tròn có độ chính xác bằng một nửa đơn vị hàng làm tròn, chẳng hạn nếu làm tròn đến hàng phần trăm thì kết quả có độ chính xác 0,005.
- Trong nhiều trường hợp, khi tính toán ta không cần tìm kết quả chính xác mà chỉ cần ước lượng kết quả, để dễ thực hiện ta thường làm tròn các số trong biểu thức.
- Khi ước lượng, kết quả có thể tăng lên hay giảm đi và nếu biết điều đó ta có thể nhận biết tính hợp lí hay không hợp lí của kết quả.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

- Năng lực tính toán: Luyện tập thành thạo các kĩ năng
  - Nhận biết phân số nào viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn, phân số nào viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn.
  - Biết đổi từ dạng phân số thành dạng số thập phân bằng cách đặt tính chia.

- Biết so sánh hai số thập phân (hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn).
- Làm tròn được số thập phân (hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn) đến một hàng nào đó. Làm tròn số thập phân căn cứ vào độ chính xác cho trước.

- Năng lực tư duy và lập luận toán học: Tạo điều kiện cho học sinh rèn luyện năng lực này thông qua yêu cầu nắm vững khái niệm, quy tắc để vận dụng giải toán trong các tình huống phức tạp.

Ví dụ 1

Thầy giáo hỏi: "Nếu viết phân số $\frac{21}{56}$ dưới dạng số thập phân thì kết quả là số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn?". An trả lời: "Kết quả là số thập phân vô hạn tuần hoàn vì mẫu của phân số này có 7 là ước nguyên tố khác 2 và 5".

Theo em, câu trả lời của An đúng hay sai? Vì sao?

Giải

Đặt tính chia 21 : 56 ta được thương là 0,375. Do đó $\frac{21}{56} = 0,375$ là số thập phân hữu hạn chứ không phải là số thập phân vô hạn tuần hoàn. Để biết một phân số có thể viết được thành số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn, trước hết phải rút gọn phân số đã cho thành phân số tối giản rồi mới xét xem mẫu của phân số đó có ước nguyên tố khác 2 và 5 hay không. (Trong bài toán đã nêu: $\frac{21}{56} = \frac{3}{8}$, mẫu chỉ có ước nguyên tố là 2 nên phân số này viết được thành số thập phân hữu hạn).

Ví dụ 2

So sánh 0,91(6) và 0,958(3).

Giải

Ta có 0,91(6) = 0,9166666… < 0,9583333…= 0,958(3). Vậy 0,91(6) < 0,958(3).

Ví dụ 3

a) Làm tròn số thập phân 0,958(3) đến hàng phần nghìn.

b) Làm tròn số thập phân 0,958(3) với độ chính xác 0,005.

Giải

a) Làm tròn đến hàng phần nghìn: Chữ số ngay sau hàng làm tròn là 3 (nhỏ hơn 5) và đứng sau dấu phẩy nên kết quả làm tròn là 0,958.

b) Muốn kết quả làm tròn có độ chính xác 0,005 ta phải làm tròn số 0,958(3) đến hàng phần trăm. Chữ số ngay sau hàng làm tròn là 8 (lớn hơn 5) và đứng sau dấu phẩy nên kết quả làm tròn là 0,96.

Ví dụ 4 Ước lượng kết quả phép chia rồi giải thích vì sao kết luận sau không đúng:

$$12{,}3529 : 3{,}875 = 2{,}8948.$$

Giải

Làm tròn số bị chia và số chia đến hàng đơn vị, ta ước lượng được kết quả phép chia đã cho là 12 : 4 = 3.

Chú ý rằng làm như vậy ta đã giảm số bị chia và tăng số chia nên kết quả ước lượng giảm đi, vì vậy 12,3529 : 3,875 > 3 > 2,8948.

Vì vậy kết luận 12,3529 : 3,875 = 2,8948 không đúng.

C BÀI TẬP

2.1. Trong các phân số sau, phân số nào viết được thành số thập phân vô hạn tuần hoàn? Vì sao?

$$\frac{21}{60}; \quad \frac{-8}{125}; \quad \frac{28}{-63}; \quad \frac{37}{800}.$$

2.2. Viết số thập phân 2,75 dưới dạng phân số tối giản.

2.3. Nối mỗi phân số ở cột bên trái với cách viết thập phân của nó ở cột bên phải:

1)	$\frac{3}{8}$		a)	0,(7)
2)	$\frac{4}{9}$		b)	0,375
3)	$\frac{5}{8}$		c)	0,(4)
4)	$\frac{7}{9}$		d)	0,625

2.4. Trong các phân số: $\frac{13}{15}; \frac{13}{4}; \frac{-1}{18}; \frac{11}{6}; \frac{7}{20}; \frac{-19}{50}$, gọi ***A*** là tập hợp các phân số viết được thành số thập phân hữu hạn và ***B*** là tập hợp các phân số viết được thành số thập phân vô hạn tuần hoàn. Liệt kê và viết các phần tử của hai tập hợp đó theo thứ tự từ nhỏ đến lớn.

2.5. Viết số thập phân 3,(5) dưới dạng phân số.

2.6. Chữ số thứ 105 sau dấu phẩy của phân số $\frac{1}{7}$ (viết dưới dạng số thập phân) là chữ số nào?

2.7. Kết quả phép tính 1 : 1,(3) bằng:

A. 0,(75); B. 0,3; C. 0,(3); D. 0,75.

Hãy chọn câu trả lời đúng.

2.8. Cho hai số a = 2,4798; b = 3,(8).

a) Gọi a' và b' lần lượt là kết quả làm tròn số a đến hàng phần mười và làm tròn số b với độ chính xác 0,5. Tính a'; b' và so sánh a' với a; b' với b.

b) Sử dụng kết quả câu a) để giải thích kết luận sau đây không đúng:

$$2,4798 \cdot 3,(8) = 10,2(3).$$

2.9. Cho a = 25,4142135623730950488... là số thập phân có phần số nguyên bằng 25 và phần thập phân trùng với phần thập phân của số $\sqrt{2}$. Số này có là số thập phân vô hạn tuần hoàn hay không? Vì sao?

BÀI 6 SỐ VÔ TỈ. CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Số vô tỉ là các số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
- Căn bậc hai số học của một số a không âm, kí hiệu là $\sqrt{a}$, là số không âm x thoả mãn điều kiện $x^2 = a$.
- Nếu hình vuông có diện tích bằng a thì cạnh hình vuông đó có độ dài bằng $\sqrt{a}$.
- Một số tính chất của căn bậc hai số học:
    - $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ (với $a \geq 0$)
    - $\sqrt{a^2} = a$ (nếu $a \geq 0$)
    - $\sqrt{a^2} = -a$ (nếu $a < 0$)
    - Nếu a là số chính phương thì $\sqrt{a}$ là số tự nhiên; nếu a là số tự nhiên không chính phương thì $\sqrt{a}$ là số vô tỉ.
- Cách làm tròn số vô tỉ cũng tương tự như làm tròn số hữu tỉ.
- Có thể cộng, trừ, nhân, chia với số vô tỉ bằng cách làm tròn số đã cho tới một hàng nào đó. Chẳng hạn, làm tròn tới hàng phần trăm ta có $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ nên $1 + \sqrt{2} \approx 2{,}41$.
- Có thể dùng máy tính cầm tay tính căn bậc hai số học của một số không âm (kết quả thường được làm tròn).

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

- Năng lực tính toán: Luyện tập thành thạo các kĩ năng:
    - Nhận biết số vô tỉ. Nhận biết căn bậc hai số học của một số không âm.
    - Sử dụng định nghĩa, tính được căn bậc hai của số không âm trong những trường hợp thuận lợi.
    - Biết làm tròn số vô tỉ đến một hàng đã cho.
- Năng lực tư duy và lập luận toán học: Rèn luyện năng lực này trong việc giải thích một số thập phân đã cho có là số vô tỉ hay không, xét các phép toán với số vô tỉ.

Ví dụ 1

Viết các số tự nhiên liên tiếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn 01234567891011... và thêm dấu phẩy ngay sau chữ số 0 đầu tiên ta được số thập phân 0,1234567891011... Số này là số thập phân vô hạn tuần hoàn hay không tuần hoàn? Vì sao?

Giải

Ta thấy, do cách viết, số a = 0,1234567891011... là số thập phân vô hạn. Giả sử a là số thập phân vô hạn tuần hoàn mà chu kì của nó có n chữ số và số các chữ số thập phân đứng trước chu kì bằng m. Trong cách viết số a đã cho, ta lần lượt viết sau dấu phẩy các số tự nhiên liên tiếp 1; 2; 3;...; $1\underbrace{00...0}_{\substack{m+n \\ \text{chữ số } 0}}$;...

Như vậy, phần thập phân của số a có chứa $m + n$ chữ số 0 đứng cạnh nhau và $m + n$ chữ số 0 này chứa toàn bộ một chu kì (n chữ số). Do đó, chu kì của a chỉ gồm toàn chữ số 0, nghĩa là a là số thập phân hữu hạn, trái với việc a có vô hạn chữ số. Vì vậy, số a không thể là một số thập phân vô hạn tuần hoàn mà phải là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Ví dụ 2

a) Tổng, hiệu, tích của hai số hữu tỉ là số hữu tỉ hay vô tỉ? Thương của một số hữu tỉ với một số hữu tỉ khác 0 là số hữu tỉ hay vô tỉ?

b) Tìm hai số vô tỉ x, y sao cho $x + y$ và $x - y$ đều là số hữu tỉ.

c) Có hay không hai số vô tỉ x, y với $y \neq 0$ sao cho $x + y$ và $x : y$ đều là số hữu tỉ?

Giải

a) Giả sử $x = \dfrac{p}{q}$ và $y = \dfrac{m}{n}$ ($p, q, m, n \in \mathbb{Z}$, $q \neq 0$, $n \neq 0$) là hai số hữu tỉ đã cho.

Ta có: $x + y = \dfrac{pn + qm}{qn}$; $x - y = \dfrac{pn - qm}{qn}$; $xy = \dfrac{pm}{qn}$ đều là số hữu tỉ.

Vì vậy tổng, hiệu, tích của hai số hữu tỉ là số hữu tỉ.

Tương tự, thương của một số hữu tỉ với một số hữu tỉ khác 0 cũng là số hữu tỉ.

b) $x = [(x + y) + (x - y)] : 2$ và $y = [(x + y) - (x - y)] : 2$ đều là số hữu tỉ nếu $x + y$ và $x - y$ là những số hữu tỉ. Do đó, không có hai số vô tỉ nào mà $x + y$ và $x - y$ đều là số hữu tỉ.

c) Có. Chẳng hạn lấy $x = \sqrt{2}$ và $y = -\sqrt{2}$ thì $x + y = 0$ và $x : y = -1$ đều là số hữu tỉ.

BÀI TẬP

2.10. Những số nào sau đây có căn bậc hai số học?

$$0{,}9;\ -4;\ 11;\ -100;\ \frac{4}{5};\ \pi.$$

2.11. Trong các kết quả sau, kết quả nào đúng?

A. $\sqrt{0{,}1} = 0{,}01$; B. $\sqrt{16} = -4$;

C. $\sqrt{-0{,}09} = 0{,}3$; D. $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$.

2.12. Những biểu thức nào sau đây có giá trị bằng $\frac{3}{7}$?

$$\sqrt{\frac{3^2}{7^2}};\qquad \frac{\sqrt{3^2}+\sqrt{39^2}}{\sqrt{7^2}+\sqrt{91^2}};\qquad \frac{39}{91};\qquad \frac{\sqrt{3^2}-\sqrt{39^2}}{\sqrt{7^2}-\sqrt{91^2}}.$$

2.13. Số nào trong các số: $-\frac{16}{3}$; $\sqrt{36}$; $\sqrt{47}$; -2π; $\sqrt{0{,}01}$; $2+\sqrt{7}$ là số vô tỉ?

2.14. Số nào trong các số sau là số vô tỉ?

$a = 0{,}777\ldots$; $b = 0{,}70700700070000\ldots$; $c = \frac{-1}{7}$; $d = \sqrt{(-7)^2}$.

2.15. Tính căn bậc hai số học của các số sau: 81; 8 100; 0,81; 81^2.

2.16. Cho $a = \sqrt{961} + \frac{1}{\sqrt{962}}$ và $b = \sqrt{1\,024} + \frac{1}{\sqrt{1\,023}} - 1$. So sánh a và b.

2.17. Xét số $a = 1 + \sqrt{2}$.

a) Làm tròn số a đến hàng phần trăm;

b) Làm tròn số a đến chữ số thập phân thứ năm;

c) Làm tròn số a với độ chính xác 0,0005.

2.18. Biểu thức $\sqrt{x+8} - 7$ có giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $\sqrt{8} - 7$; B. -7; C. 0; D. $\sqrt{-8} - 7$.

2.19. Giá trị lớn nhất của biểu thức $3 - \sqrt{x-6}$ bằng:

A. $3 - \sqrt{6}$; B. $3 - \sqrt{-6}$; C. $3 + \sqrt{6}$; D. 3.

2.20. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{4}{3+\sqrt{2-x}}$.

2.21. Tìm số tự nhiên n nhỏ hơn 45 sao cho $x = \frac{\sqrt{n}-1}{2}$ là số nguyên.

BÀI 7 TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực. Tập hợp các số thực được kí hiệu là $\mathbb{R}$.
- Mọi số tự nhiên đều là số nguyên; mọi số nguyên đều là số hữu tỉ; mọi số hữu tỉ đều là số thực.
- Trên tập số thực cũng có các phép toán cộng, trừ, nhân, chia như trên tập số hữu tỉ.
- Mỗi số thực (hữu tỉ hoặc vô tỉ) đều được biểu diễn bởi một điểm trên trục số. Ngược lại, mỗi điểm trên trục số đều biểu diễn một số thực. Điểm biểu diễn số thực a cũng được gọi là điểm a.
- Mỗi số thực a đều có một số đối, kí hiệu là $-a$. Hai điểm a và $-a$ nằm khác phía đối với gốc 0 và cách đều gốc 0.
- Hai số thực x, y bất kì luôn so sánh được với nhau, tức là luôn xảy ra một trong ba trường hợp: hoặc $x < y$ hoặc $x = y$ hoặc $x > y$. Trên trục số, nếu điểm x đứng trước điểm y thì $x < y$. Như vậy, điểm biểu diễn số âm đứng trước gốc 0; điểm biểu diễn số dương đứng sau gốc 0.
- Kí hiệu $x \le y$ có nghĩa là $x < y$ hoặc $x = y$. Tương tự, kí hiệu $x \ge y$ có nghĩa là $x > y$ hoặc $x = y$.
- Tính chất bắc cầu: Nếu $x < y$ và $y < z$ ($x, y, z \in \mathbb{R}$) thì $x < z$.
- Tương tự, nếu $x \le y$ và $y \le z$ thì $x \le z$.
- Nếu $0 < a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ (ta thường dùng tính chất này để so sánh hai căn bậc hai số học hoặc ước lượng giá trị căn bậc hai số học).
- Với mỗi số thực a, ta đều tính được giá trị tuyệt đối của nó (kí hiệu là $|a|$) theo công thức sau:

$$|a| = \begin{cases} a \ (a \ge 0) \\ -a \ (a < 0). \end{cases}$$

- Khoảng cách từ điểm a trên trục số tới gốc 0 đúng bằng $|a|$.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

- Năng lực tính toán: Luyện tập thành thạo các kĩ năng:
  - Nhận biết số thực, số đối của một số thực. Nhận biết quan hệ giữa các khái niệm: số tự nhiên, số nguyên, số hữu tỉ, số vô tỉ và số thực.
  - Nhận biết các số thực được biểu diễn trên trục số; xác định thứ tự giữa các số thực nhờ biểu diễn của chúng trên trục số.
  - Biết cách so sánh hai số thực, biết làm tròn số các số thực.
  - Sử dụng được các kí hiệu "$<; >; \leq; \geq$". Nhận biết tính chất bắc cầu của thứ tự trên tập số thực. Biết cách so sánh hai số thực đã cho.
  - Biết cách ước lượng, làm tròn kết quả các phép tính với số thực.
  - Nhận biết giá trị tuyệt đối của một số thực. Xác định số thực khi biết dấu và giá trị tuyệt đối.
- Năng lực tư duy và lập luận toán học được bồi dưỡng, phát triển thông qua việc giải thích một số đã cho là số hữu tỉ hay vô tỉ; tính chất các phép toán với số vô tỉ; tìm giá trị lớn nhất, bé nhất của một biểu thức đã cho.

Ví dụ 1

Biết rằng $\sqrt{2}$ là số vô tỉ. Số $3-\sqrt{2}$ là số hữu tỉ hay vô tỉ?

Giải

Giả sử $3-\sqrt{2}$ là số hữu tỉ, tức là có thể viết số này dưới dạng một phân số $\frac{p}{q}$ $(p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0)$. Như vậy:

$$3-\sqrt{2}=\frac{p}{q} \text{ suy ra } \sqrt{2}=3-\frac{p}{q}=\frac{3q-p}{q} \in \mathbb{Q}.$$

Điều này vô lí vì $\sqrt{2}$ là số vô tỉ. Vậy $3-\sqrt{2}$ là số vô tỉ.

Ví dụ 2

Giả sử α là một số thực dương đã cho và x là một số thực thoả mãn: $-\alpha \leq x \leq \alpha$. So sánh $|x|$ với α.

Giải

Khoảng cách từ $\pm\alpha$ tới gốc 0 đúng bằng α. Từ giả thiết $-\alpha \le x \le \alpha$ suy ra x thuộc đoạn giữa hai điểm $-\alpha$ và α, do đó khoảng cách từ x tới 0 không lớn hơn α. Mà khoảng cách từ x đến gốc 0 đúng bằng $|x|$, vì vậy $|x| \le \alpha$. Ta thấy $|x| = \alpha$ khi và chỉ khi $x = \alpha$ hoặc $x = -\alpha$.

Ví dụ 3

Tính $(1,7)^2$ và $(1,8)^2$ rồi so sánh hai kết quả với 3. Từ đó suy ra

$$1,7 < \sqrt{3} < 1,8.$$

Giải

Ta có $(1,7)^2 = 2,89$ và $(1,8)^2 = 3,24$. Do đó $(1,7)^2 < 3 < (1,8)^2$.

Từ đó $\sqrt{(1,7)^2} < \sqrt{3} < \sqrt{(1,8)^2}$, suy ra $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$.

C BÀI TẬP

2.22. Kí hiệu $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$, $\mathbb{R}$ theo thứ tự là tập hợp các số tự nhiên, tập hợp các số nguyên, tập hợp các số hữu tỉ, tập hợp các số vô tỉ và tập hợp các số thực. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $x \in \mathbb{N}$ thì $x \in \mathbb{Z}$;

B. Nếu $x \in \mathbb{R}$ và $x \notin \mathbb{Q}$ thì $x \in \mathbb{I}$;

C. $1 \in \mathbb{R}$;

D. Nếu $x \notin \mathbb{I}$ thì x viết được thành số thập phân hữu hạn.

2.23. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Nếu x là số hữu tỉ thì x là số thực;

b) 2 không phải là số hữu tỉ;

c) Nếu x là số nguyên thì $\sqrt{x}$ là số thực;

d) Nếu x là số tự nhiên thì $\sqrt{x}$ là số vô tỉ.

2.24. Tìm số đối của các số thực sau: $-2,1$; $-0,(1)$; $\frac{2}{\pi}$; $3-\sqrt{2}$.

2.25. So sánh $a = 1,(41)$ và $\sqrt{2}$.

2.26. Viết các số thực sau theo thứ tự từ bé đến lớn:

$$\sqrt{5};\ -1,7(5);\ \pi;\ -2;\ \frac{22}{7};\ 0.$$

2.27. Tìm các số thực x có giá trị tuyệt đối bằng $1,6(7)$. Điểm biểu diễn các số thực tìm được nằm trong hay nằm ngoài khoảng giữa hai điểm -2 và $2,(1)$ trên trục số?

2.28. Xác định dấu và giá trị tuyệt đối của các số thực sau:

a) $-1,3(51)$; b) $1-\sqrt{2}$; c) $\left(3-\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{5}\right)$.

2.29. Không sử dụng máy tính cầm tay, ước lượng giá trị thập phân của số $\sqrt{3}$ với độ chính xác 0,05.

2.30. Tính $\left|6-\sqrt{35}\right| + 5 + \sqrt{35}$.

2.31. Biết $\sqrt{11}$ là số vô tỉ. Trong các phép tính sau, những phép tính nào có kết quả là số hữu tỉ?

a) $\frac{1}{\sqrt{11}}$; b) $\sqrt{11}.\sqrt{11}$; c) $1+\sqrt{11}$; d) $\left(\sqrt{11}\right)^4$.

2.32. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sqrt{0,25} - \sqrt{0,49}$; b) $0,2\,.\sqrt{100} - \sqrt{0,25}$.

2.33. So sánh $a = 0,(12)$ và $b = 0,1(21)$.

2.34. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 2 + 3\sqrt{x^2+1}$.

2.35. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = |x-1| + |x-3|$.

2.36. Hãy giải thích tại sao $|x+y| \le |x| + |y|$ với mọi số thực x, y.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

A CÂU HỎI (TRẮC NGHIỆM)

Tìm câu trả lời *đúng* trong các đáp án đã cho.

1. Số nào sau đây viết được dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn?

A. $\frac{27}{512}$;　　B. $\frac{33}{528}$;　　C. $\frac{31}{528}$;　　D. $\frac{25}{512}$.

2. Số 3,(5) viết được thành phân số nào sau đây?

A. $\frac{41}{11}$;　　B. $\frac{32}{9}$;　　C. $\frac{42}{11}$;　　D. $\frac{31}{9}$.

3. Số nào sau đây là bình phương của một số hữu tỉ?

A. 17;　　B. 153;　　C. 15,21;

D. 0,10100100010000....(viết liên tiếp sau dấu phẩy các luỹ thừa của 10: 1010010001000...).

4. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sqrt{x^2+16}-8$ là:

A. -4;　　B. 8;　　C. 0;　　D. -8.

5. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2-4\sqrt{x-5}$ là:

A. -2;　　B. $2-4\sqrt{5}$;　　C. 2;　　D. $2+4\sqrt{5}$.

6. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Tích của hai số vô tỉ là một số vô tỉ;

B. Tổng của hai số vô tỉ là một số vô tỉ;

C. Tổng của một số hữu tỉ và một số vô tỉ là một số vô tỉ;

D. Thương của hai số vô tỉ là một số vô tỉ.

7. Với mọi số thực x. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $|x| \geq x$;　　B. $|x| \geq -x$;　　C. $|x|^2 = x^2$;　　D. $||x|| = x$.

8. Cho x, y là hai số thực tuỳ ý. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $|x-y| = x-y$;　　B. $|x-y| = |x|-|y|$;

C. $|x+y| = |x|+|y|$;　　D. $|x+y| = |x|-|y|$ nếu $x > 0 > y$ và $|x| \geq |y|$.

B BÀI TẬP

2.37. Bằng cách ước lượng tích, giải thích vì sao kết quả phép nhân sau đây là sai:

$$6{,}238 \cdot 3{,}91 = 21{,}39058.$$

2.38. Giải thích vì sao kết quả phép tính: $28{,}1 \cdot 1{,}(8) = 55{,}0(7)$ không đúng.

2.39. Chứng tỏ rằng $0{,}(3)^2 = 0{,}(1)$.

2.40. Viết số $0{,}1(235)$ dưới dạng phân số.

2.41. Tính và làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn: $2{,}25 - 2{,}(3)$.

2.42. So sánh $a = 1{,}0(10)$ và $b = 1{,}(01)$.

2.43. Không dùng máy tính, hãy cho biết số $\sqrt{555\,555}$ là số hữu tỉ hay vô tỉ.

2.44. Không dùng máy tính, hãy cho biết số $\sqrt{\underbrace{11...1}_{101 \text{ chữ số } 1}}$ là số hữu tỉ hay vô tỉ.

Giải thích.

2.45. Giả sử x, y là hai số thực đã cho. Biết $|x| = a$ và $|y| = b$. Tính $|xy|$ theo a và b.

2.46. Sử dụng tính chất $|a + b| \leq |a| + |b|$ (Bài tập 2.36), giải thích vì sao không có số thực x nào thoả mãn $|x-1| + |x-3| = \sqrt{2}$.

2.47. Chứng minh rằng $|x| + |x-2| + |x-4| \geq 4$ đúng với mọi số thực x.

248. Tích của một số vô tỉ với một số nguyên dương là số hữu tỉ hay vô tỉ? Hãy giải thích tại sao có vô số số vô tỉ.

2.49. Trong các kết luận sau đây, kết luận nào đúng, kết luận nào sai?

a) Tổng của hai số vô tỉ là một số vô tỉ.

b) Tổng của hai số vô tỉ dương là một số vô tỉ.

c) Tổng của hai số vô tỉ âm là một số vô tỉ.

2.50. Cho một hình vuông có cạnh bằng 5 đơn vị và cho 76 điểm nằm bên trong hình vuông đó. Chứng tỏ rằng có một hình tròn với bán kính bằng $\frac{3}{4}$ đơn vị chứa trọn 4 trong số 76 điểm đã cho.

CHƯƠNG III GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

BÀI 8 GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT. TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Hai góc có một cạnh chung, hai cạnh còn lại là hai tia đối nhau được gọi là *hai góc kề bù*. Hai góc kề bù có tổng số đo bằng 180°. Hai góc kề bù còn được hiểu là hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau.

– Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối của một cạnh của góc kia. Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau.

– Tia nằm giữa hai cạnh của một góc và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau được gọi là *tia phân giác* của góc đó.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết được hai góc kề bù, hai góc đối đỉnh.

– Nhận biết tia phân giác của một góc.

– Vẽ tia phân giác bằng dụng cụ học tập.

– Vẽ lại được hình theo mẫu mức độ đơn giản.

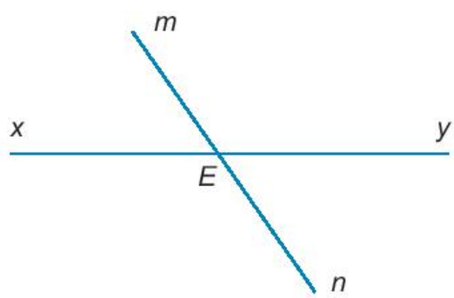
– Giải được một số bài tập tính góc đơn giản có hai góc kề bù, hai góc đối đỉnh, tia phân giác của một góc.

Ví dụ 1

Quan sát Hình 3.1 và viết tên:

a) Góc kề bù với $\widehat{xEm}$;

b) Góc đối đỉnh với $\widehat{mEy}$.



Hình 3.1

Giải

a) Góc kề bù với $\widehat{xEm}$ là $\widehat{mEy}$ và $\widehat{xEn}$.

b) Góc đối đỉnh với $\widehat{mEy}$ là $\widehat{xEn}$.

Ví dụ 2

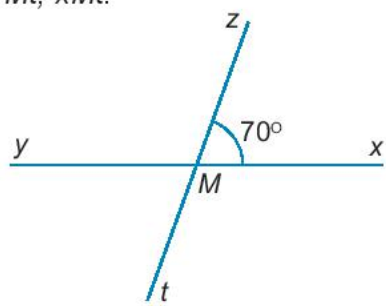
Vẽ lại Hình 3.2 vào vở và tính số đo các góc *yMz, yMt, xMt*.

Giải

- Ta có $\widehat{yMz} + \widehat{zMx} = 180^{\circ}$ (hai góc kề bù)

  hay $\widehat{yMz} + 70^{\circ} = 180^{\circ}$,

  suy ra $\widehat{yMz} = 180^{\circ} - 70^{\circ} = 110^{\circ}$.
- Ta có $\widehat{yMt} = \widehat{zMx} = 70^{\circ}$ (hai góc đối đỉnh).
- Ta có $\widehat{xMt} = \widehat{yMz} = 110^{\circ}$ (hai góc đối đỉnh).



Hình 3.2

Ví dụ 3

Vẽ $\widehat{xOy} = 40^{\circ}$. Vẽ tia *Om* là tia phân giác của góc *xOy*.

a) Tính góc *xOm*.

b) Vẽ tia *On* là tia đối của tia *Ox*. Tính góc *mOn*.

Giải (H.3.3)

a) Vì tia *Om* là tia phân giác của góc *xOy*

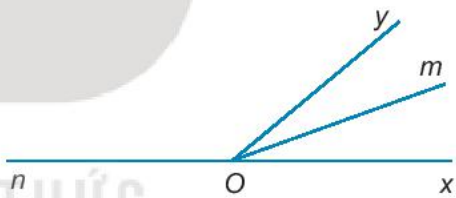
nên $\widehat{xOm} = \widehat{mOy} = \frac{1}{2}\widehat{xOy} = \frac{40^{\circ}}{2} = 20^{\circ}$.

Vậy $\widehat{xOm} = 20^{\circ}$.

b) Ta có $\widehat{xOm} + \widehat{mOn} = 180^{\circ}$ (hai góc kề bù)

do đó $20^{\circ} + \widehat{mOn} = 180^{\circ}$,

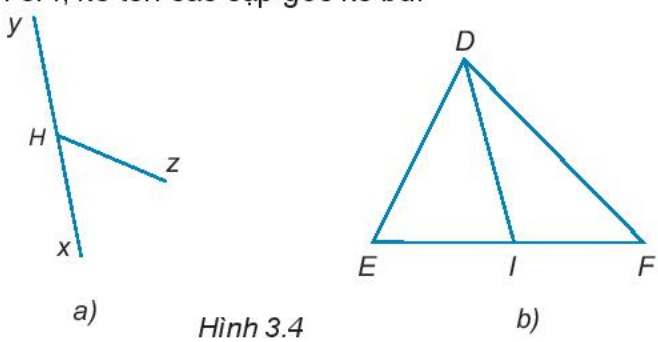
suy ra $\widehat{mOn} = 180^{\circ} - 20^{\circ} = 160^{\circ}$.



Hình 3.3

C BÀI TẬP

3.1. Cho Hình 3.4, kể tên các cặp góc kề bù.

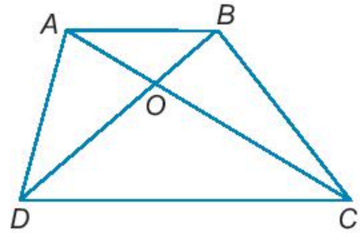


Hình 3.4

3.2. Cho Hình 3.5.

a) Gọi tên các cặp góc đối đỉnh.

b) Gọi tên góc kề bù với $\widehat{AOD}$.



Hình 3.5

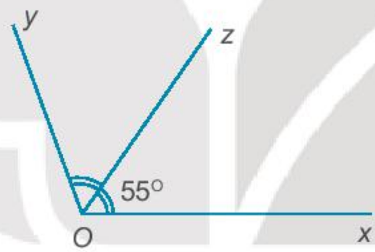
3.3. Vẽ hai đường thẳng *xy* và *mn* cắt nhau tại điểm *O* sao cho $\widehat{xOm} = 120^{\circ}$. Tính các góc *mOy*, *yOn*, *xOn*.

3.4. Vẽ $\widehat{xAm} = 50^{\circ}$. Vẽ tia phân giác *An* của $\widehat{xAm}$.

a) Tính $\widehat{xAn}$.

b) Vẽ tia *Ay* là tia đối của tia *An*. Tính $\widehat{mAy}$.

3.5. Cho Hình 3.6. Biết tia *Oz* là tia phân giác của $\widehat{xOy}$. Tính $\widehat{xOy}$.



Hình 3.6

3.6. Vẽ $\widehat{xAy} = 40^{\circ}$. Vẽ $\widehat{yAz}$ là góc kề bù với $\widehat{xAy}$.

3.7. Cho góc bẹt *xOy*. Vẽ tia *Oz* sao cho $\widehat{xOz} = 60^{\circ}$. Vẽ tia *Om* là tia phân giác của góc xOz. Vẽ tia *On* là tia phân giác của góc *zOy*.

a) Tính số đo góc *xOm*.

b) Tính số đo góc *yOn*.

c) Tính số đo góc *mOn*.

3.8. Vẽ $\widehat{xOy} = 60^{\circ}$. Vẽ tia *Oz* là tia đối của tia *Ox*. Vẽ tia *Om* là tia phân giác của góc *zOy*.

a) Tính $\widehat{zOm}$.

b) Vẽ tia *On* là tia đối của tia *Om*. Tia *Ox* có phải là tia phân giác của góc *yOn* không? Vì sao?

BÀI 9 HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Nếu đường thẳng *c* cắt hai đường thẳng phân biệt *a*, *b* và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau thì *a* và *b* song song với nhau.

– Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng.

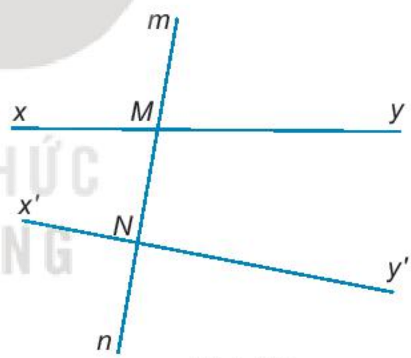
– Nhận biết được hai đường thẳng song song thông qua các cặp góc đồng vị bằng nhau, các cặp góc so le trong bằng nhau.

– Vẽ được một đường thẳng đi qua một điểm và song song với một đường thẳng cho trước.

Ví dụ 1 Cho Hình 3.7.

a) Gọi tên góc so le trong với $\widehat{xMN}$.

b) Gọi tên góc đồng vị với $\widehat{mMy}$, $\widehat{x'NM}$.



Hình 3.7

Giải

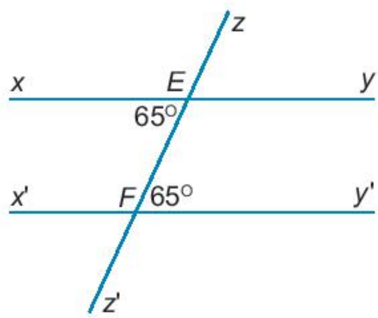
a) Góc so le trong với $\widehat{xMN}$ là $\widehat{MNy'}$.

b) Góc đồng vị với $\widehat{mMy}$ là $\widehat{MNy'}$.

Góc đồng vị với $\widehat{x'NM}$ là $\widehat{xMm}$.

Ví dụ 2

Cho Hình 3.8. Giải thích tại sao *xy // x'y'*.



Hình 3.8

Giải

Ta có $\widehat{xEF} = \widehat{EFy'}$ (= 65°).

Hai góc này ở vị trí so le trong nên *xy // x'y'* (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

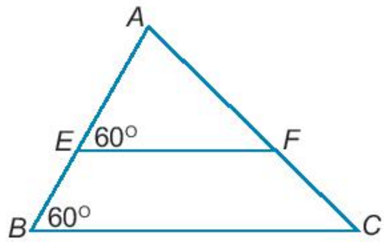
Ví dụ 3

Cho Hình 3.9. Giải thích tại sao *EF // BC*.

Giải

Ta có $\widehat{AEF} = \widehat{EBC}$ ($= 60^\circ$).

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên *EF // BC* (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).



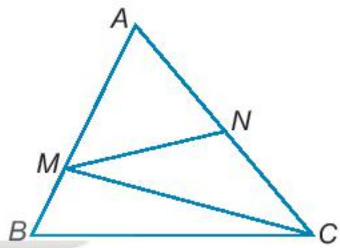
Hình 3.9

BÀI TẬP

3.9. Cho Hình 3.10.

a) Viết tên góc so le trong với góc *NMC*.

b) Viết tên góc đồng vị với góc *ACB*, góc *AMN*.

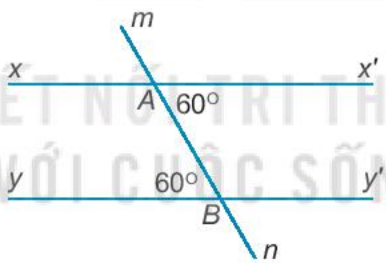


Hình 3.10

3.10. Vẽ đường thẳng *d* và điểm *M* không thuộc *d*. Vẽ đường thẳng *a* đi qua *M* và song song với *d*.

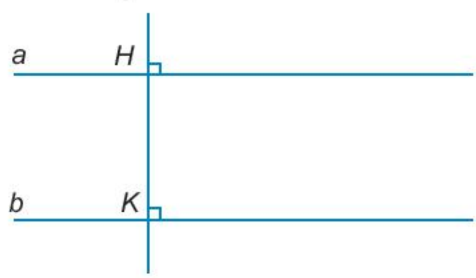
3.11. Vẽ tam giác *ABC* bất kì. Vẽ đường thẳng *xy* đi qua điểm *A* và song song với *BC*.

3.12. Vẽ lại Hình 3.11 vào vở rồi giải thích tại sao *xx' // yy'*.



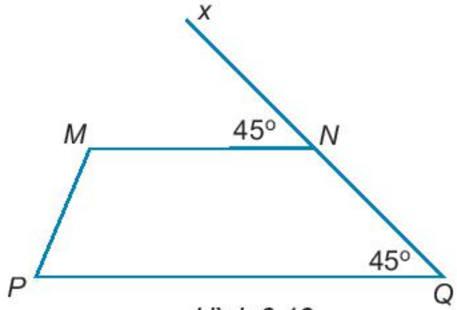
Hình 3.11

3.13. Cho Hình 3.12. Giải thích tại sao *a // b*.



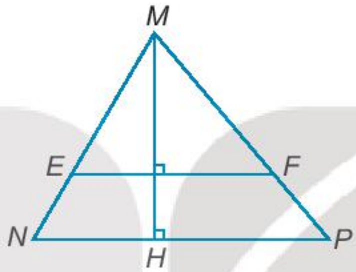
Hình 3.12

3.14. Cho Hình 3.13. Giải thích tại sao *MN // PQ*.



Hình 3.13

3.15. Cho Hình 3.14. Giải thích tại sao *EF // NP*.

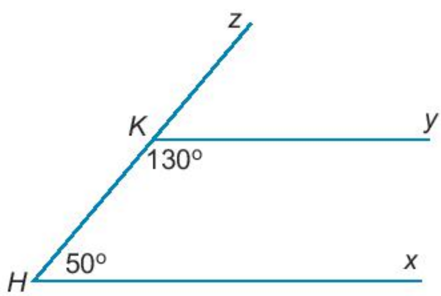


Hình 3.14

3.16. Vẽ lại Hình 3.15 vào vở, biết *NP // MQ* và *NP = MQ*.

Hình 3.15

3.17. Vẽ lại Hình 3.16 vào vở. Giải thích tại sao *Hx // Ky*.



Hình 3.16

BÀI 10 TIÊN ĐỀ EUCLID. TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Tiên đề Euclid: Qua một điểm ở ngoài một đường thẳng, chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

– Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:

- Hai góc so le trong bằng nhau.
- Hai góc đồng vị bằng nhau.

– Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia.

– Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết tiên đề Euclid về đường thẳng song song.

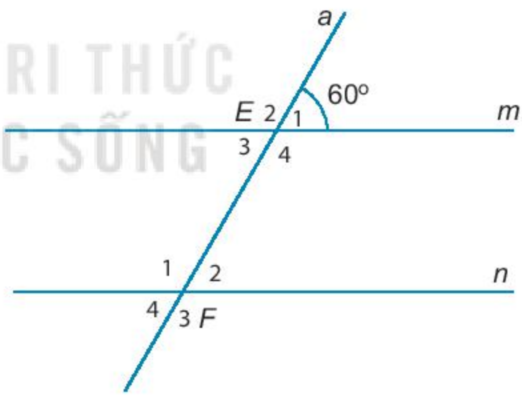
– Sử dụng tính chất của hai đường thẳng song song giải một số bài toán đơn giản.

Ví dụ 1 Cho Hình 3.17, biết *m // n*.

a) Tính số đo góc F_2.

b) So sánh góc E_4 và góc F_1.

c) Tính số đo góc F_4.



Hình 3.17

Giải

a) Ta có *m // n* nên $\widehat{F_2} = \widehat{E_1}$ (hai góc đồng vị),

mà $\widehat{E_1} = 60^{\circ}$ do đó $\widehat{F_2} = 60^{\circ}$.

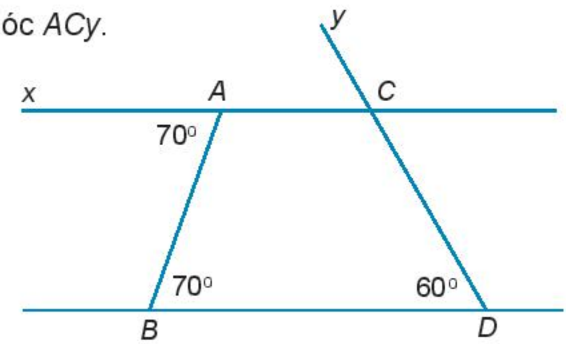
b) Ta có *m // n* nên $\widehat{E_4} = \widehat{F_1}$ (hai góc so le trong).

c) Ta có $\widehat{F_4} = \widehat{F_2}$ (hai góc đối đỉnh)

do đó $\widehat{F_4} = 60^{\circ}$.

Ví dụ 2 Cho Hình 3.18.

a) Chứng tỏ *AC // BD*. b) Tính góc *ACy*.



Hình 3.18

Giải

a) Ta có $\widehat{BAx} = \widehat{ABD}$ (= 70°).
Hai góc này ở vị trí so le trong nên *AC // BD* (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

b) Ta có *AC // BD*.

Suy ra $\widehat{ACy} = \widehat{BDC}$ (hai góc đồng vị),

do đó $\widehat{ACy} = 60°$.

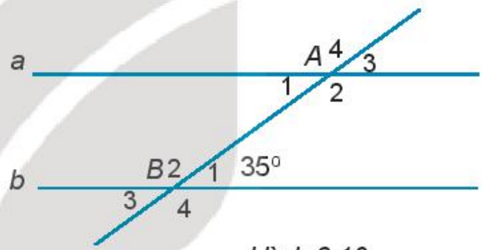
C BÀI TẬP

3.18. Cho Hình 3.19, biết *a // b*.

a) Tính số đo góc A_1.

b) So sánh góc A_4 và góc B_2.

c) Tính số đo góc A_2.



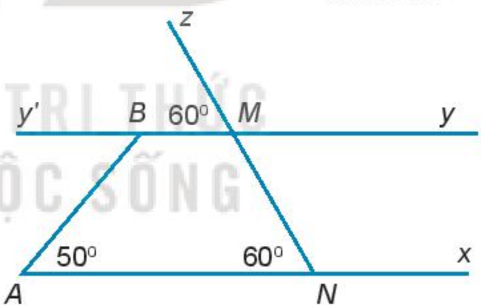
Hình 3.19

3.19. Vẽ lại Hình 3.20 vào vở.

a) Giải thích tại sao *Ax // By*.

b) Tính số đo góc *ABy'*.

c) Tính số đo góc *ABM*.



Hình 3.20

3.20. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào diễn đạt đúng nội dung của tiên đề Euclid?

a) Qua điểm *A* nằm ngoài đường thẳng *d* có ít nhất một đường thẳng song song với *d*.

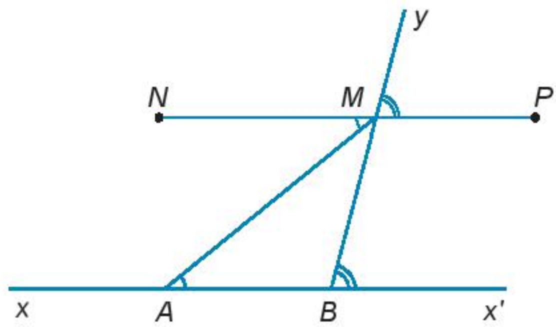
b) Nếu qua điểm *A* nằm ngoài đường thẳng *d* có hai đường thẳng song song với *d* thì chúng trùng nhau.

c) Có duy nhất một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước.

d) Cho điểm A nằm ngoài đường thẳng d. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d là duy nhất.

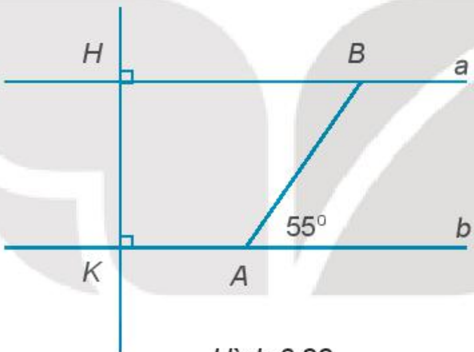
3.21. Cho đường thẳng xx', điểm A thuộc xx'. Trên tia Ax' lấy điểm B (điểm B khác điểm A). Vẽ tia By, trên tia By lấy điểm M. Hai điểm N và P thoả mãn

$\widehat{NMA} = \widehat{MAB}$, $\widehat{PMy} = \widehat{MBx'}$ (H.3.21). Giải thích tại sao ba điểm N, M, P thẳng hàng.



Hình 3.21

3.22. Vẽ lại Hình 3.22 vào vở.



Hình 3.22

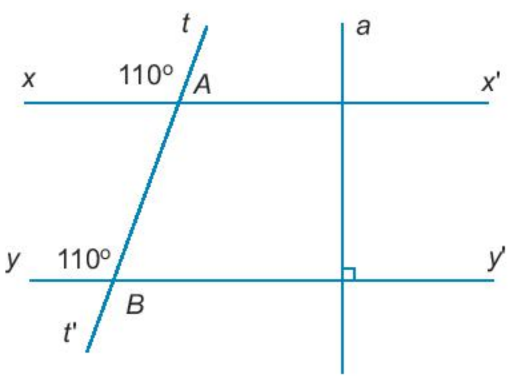
a) Giải thích tại sao a // b.

b) Tính số đo góc ABH.

3.23. Vẽ lại Hình 3.23 vào vở. Giải thích tại sao:

a) xx' // yy'.

b) $xx' \perp a$.



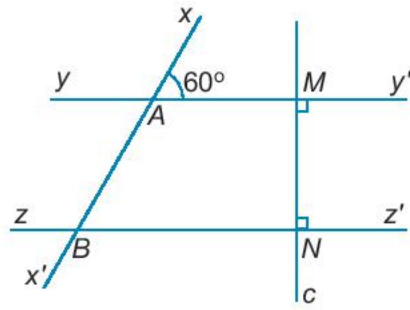
Hình 3.23

3.24. Cho Hình 3.24.

a) Giải thích tại sao $yy' // zz'$.

b) Tính số đo góc ABz.

c) Vẽ tia phân giác At của góc MAB, tia At cắt đường thẳng zz' tại H. Tính số đo góc AHN.

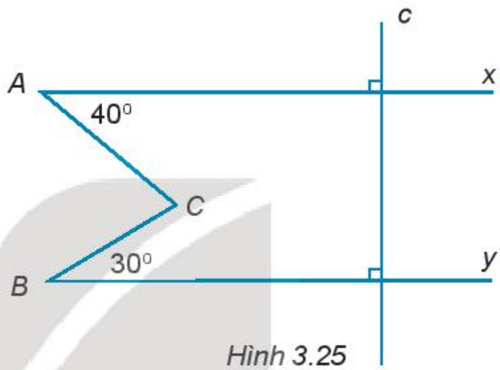


Hình 3.24

3.25. Cho Hình 3.25.

a) Giải thích tại sao $Ax // By$.

b) Tính số đo góc ACB.

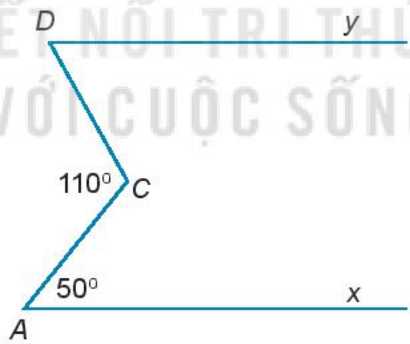


Hình 3.25

3.26. Cho Hình 3.26, biết $Ax // Dy$,

$\widehat{xAC} = 50^\circ$, $\widehat{ACD} = 110^\circ$.

Tính số đo $\widehat{CDy}$.



Hình 3.26

BÀI 11 ĐỊNH LÍ VÀ CHỨNG MINH ĐỊNH LÍ

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Định lí là một khẳng định được suy ra từ những khẳng định đúng đã biết.

– Khi định lí được phát biểu dưới dạng: "Nếu... thì", phần giữa từ "nếu" và từ "thì" là *giả thiết* của định lí, phần sau từ "thì" là *kết luận* của định lí.

– Chứng minh một định lí là dùng lập luận để từ giả thiết và những khẳng định đúng đã biết suy ra kết luận của định lí.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Biết phân biệt giả thiết, kết luận của một định lí.

– Biết viết giả thiết, kết luận của một định lí bằng kí hiệu.

– Biết cách trình bày chứng minh những định lí đơn giản.

Ví dụ 1 Cho định lí: Một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì tạo thành cặp góc đồng vị bằng nhau.

a) Hỏi đâu là giả thiết, đâu là kết luận của định lí?

b) Ghi giả thiết và kết luận của định lí bằng kí hiệu.

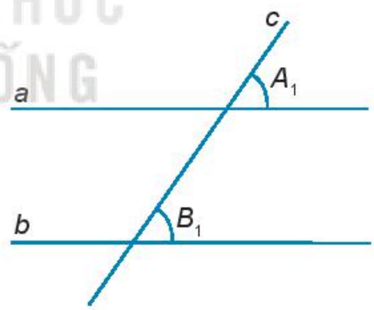
Giải

a) Giả thiết: một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song;

Kết luận: hai góc đồng vị bằng nhau.

b) (H.3.27) GT: $a\ //\ b$; c cắt a tại A, c cắt b tại B; $\widehat{A_1}$, $\widehat{B_1}$ là một cặp góc đồng vị được tạo thành.

KL: $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$.



Hình 3.27

Ví dụ 2 Cho định lí: Đường thẳng a cắt đường thẳng b tạo thành bốn góc, nếu một góc là góc vuông thì ba góc còn lại cũng là góc vuông.

a) Ghi giả thiết và kết luận của định lí bằng kí hiệu.

b) Chứng minh định lí đó.

Giải

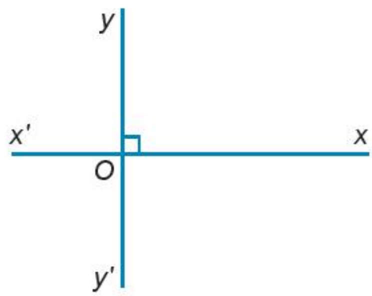
a) GT: hai đường thẳng $x'x$, $y'y$ cắt nhau tại O; $\widehat{xOy} = 90^\circ$.

KL: $\widehat{yOx'} = \widehat{x'Oy'} = \widehat{y'Ox} = 90^\circ$.

b) *Chứng minh* (H.3.28):

Ta có $\widehat{yOx'}$ và $\widehat{y'Ox}$ là những góc kề bù với góc $\widehat{xOy}$; $\widehat{x'Oy'}$ là góc đối đỉnh với $\widehat{xOy}$ nên có kết luận của định lí:

$$\widehat{yOx'} = \widehat{x'Oy'} = \widehat{y'Ox} = 90^\circ.$$



Hình 3.28

C BÀI TẬP

3.27. Cho định lí: "Một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì tạo thành cặp góc so le trong bằng nhau".

a) Hãy chỉ ra giả thiết và kết luận của định lí.

b) Vẽ hình minh hoạ và ghi giả thiết, kết luận bằng kí hiệu.

3.28. Cho định lí: "Một đường thẳng cắt hai đường thẳng tạo thành một cặp góc so le trong bằng nhau thì hai đường thẳng đó song song".

a) Hãy chỉ ra giả thiết và kết luận của định lí.

b) Vẽ hình minh hoạ và ghi giả thiết, kết luận bằng kí hiệu.

3.29. Cho định lí: "Tia đối của tia phân giác của một góc là tia phân giác của góc đối đỉnh với góc đó". Hãy vẽ hình, ghi giả thiết, kết luận và chứng minh định lí đó.

3.30. Vẽ hình minh hoạ, ghi giả thiết, kết luận bằng kí hiệu và chứng minh mỗi định lí sau:

a) Hai góc cùng phụ với một góc thứ ba thì bằng nhau.

b) Hai góc cùng bù với một góc thứ ba thì bằng nhau.

3.31. Cho góc vuông *uOv* và tia *Oy* đi qua một điểm trong của góc đó. Vẽ tia *Ox* sao cho *Ou* là tia phân giác của góc *xOy*. Vẽ tia *Oz* sao cho *Ov* là tia phân giác của góc *yOz*. Chứng minh rằng hai góc *xOy* và *yOz* là hai góc kề bù.

3.32. Vẽ hình minh hoạ, ghi giả thiết, kết luận bằng kí hiệu và chứng minh định lí sau: Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng cắt đường thẳng kia.

ÔN TẬP CHƯƠNG III

A CÂU HỎI (TRẮC NGHIỆM)

1. Cho hai góc kề bù *AOB* và *BOC*. Tia *OM* nằm giữa hai tia *OB* và *OC*. Tia *ON* là tia đối của tia *OM*. Khi đó cặp góc đối đỉnh là cặp góc nào trong các cặp góc sau đây?

A. $\widehat{BOM}$ và $\widehat{CON}$; B. $\widehat{AOB}$ và $\widehat{AON}$;

C. $\widehat{AOM}$ và $\widehat{CON}$; D. $\widehat{COM}$ và $\widehat{CON}$.

2. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai góc bằng nhau thì đối đỉnh;

B. Hai góc không đối đỉnh thì không bằng nhau;

C. Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau;

D. Cả ba khẳng định trên đều đúng.

3. Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành bốn góc khác góc bẹt. Biết số đo của một trong bốn góc đó là 65°. Khi đó số đo của ba góc còn lại là:

A. 65°, 115°, 120°; B. 65°, 65°, 115°;

C. 115°, 115°, 50°; D. 65°, 115°, 115°.

4. Hai đường thẳng cắt nhau tạo thành bốn góc khác góc bẹt. Số đo của bốn góc đó có thể là trường hợp nào trong các trường hợp sau đây?

A. 70°, 70°, 70°, 110°; B. 60°, 120°, 120°, 120°;

C. 80°, 50°, 130°, 100°; D. 90°, 90°, 90°, 90°.

5. Hai đường thẳng *AB* và *CD* cắt nhau tại *O*. Cho *OM* là tia phân giác của góc *BOD* và $\widehat{BOM} = 30^\circ$. Số đo của góc *AOC* bằng:

A. 30°; B. 60°;

C. 120°; D. Một kết quả khác.

6. Cho Hình 3.29.

a) Cặp góc so le trong là cặp góc:

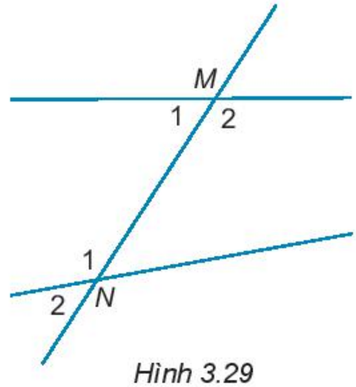
A. $\widehat{M_1}$, $\widehat{M_2}$; B. $\widehat{M_1}$, $\widehat{N_1}$;

C. $\widehat{M_1}$, $\widehat{N_2}$; D. $\widehat{M_2}$, $\widehat{N_1}$.

b) Cặp góc đồng vị là cặp góc:

A. $\widehat{M_1}$, $\widehat{M_2}$; B. $\widehat{M_1}$, $\widehat{N_1}$;

C. $\widehat{M_1}$, $\widehat{N_2}$; D. $\widehat{M_2}$, $\widehat{N_1}$.



Hình 3.29

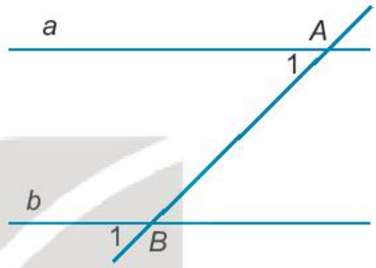
7. Cho Hình 3.30. Cặp góc A_1, B_1 là cặp góc:

A. So le trong;

B. Đối đỉnh;

C. Đồng vị;

D. Cả ba phương án trên đều sai.



Hình 3.30

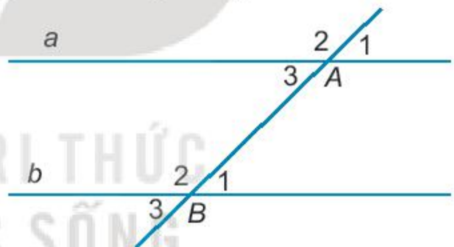
8. Cho Hình 3.31, đường thẳng a song song với đường thẳng b nếu:

A. $\widehat{A_1} = \widehat{B_2}$;

B. $\widehat{A_2} = \widehat{B_3}$;

C. $\widehat{A_3} = \widehat{B_2}$;

D. $\widehat{A_3} = \widehat{B_1}$.



Hình 3.31

9. Cho Hình 3.32, biết a // b.

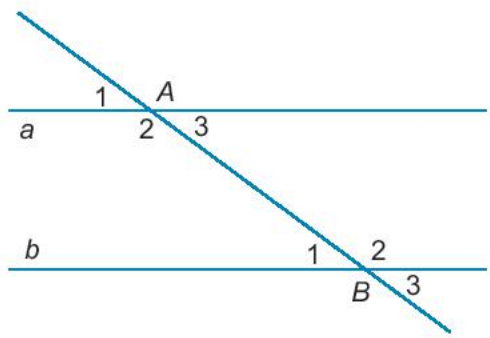
Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\widehat{A_1} > \widehat{B_1}$;

B. $\widehat{A_2} = \widehat{B_2}$;

C. $\widehat{A_3} = \widehat{B_1}$;

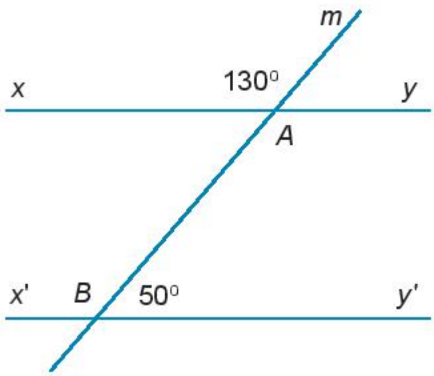
D. $\widehat{A_3} = \widehat{B_3}$.



Hình 3.32

BÀI TẬP

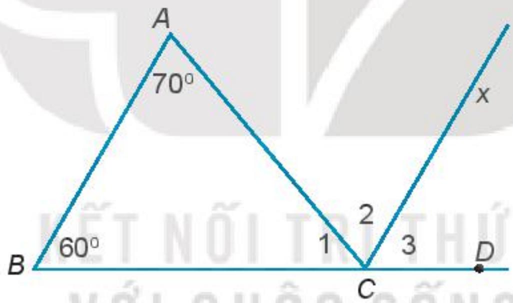
3.33. Cho Hình 3.33. Hãy chứng minh *xy // x'y'*.



Hình 3.33

3.34. Cho Hình 3.34. Biết *AB // Cx*, $\widehat{A} = 70^\circ$, $\widehat{B} = 60^\circ$.

Tính số đo các góc $\widehat{C_1}$, $\widehat{C_2}$, $\widehat{C_3}$.

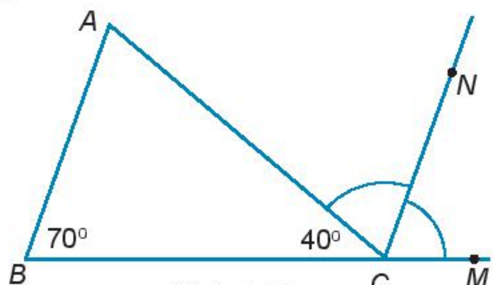


Hình 3.34

3.35. Cho Hình 3.35. Biết *CN* là tia phân giác của góc *ACM*.

a) Chứng minh rằng *CN // AB*.

b) Tính số đo của góc *A*.



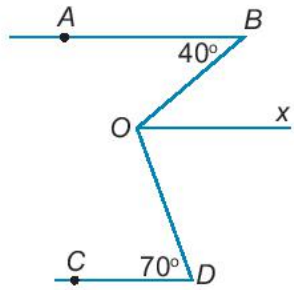
Hình 3.35

3.36. Cho Hình 3.36. Bên trong góc BOD vẽ tia Ox song song với AB.

Biết $\widehat{B} = 40^\circ$, $\widehat{D} = 70^\circ$, $\widehat{BOD} = 110^\circ$.

a) Tính số đo của góc BOx.

b) Chứng minh $Ox \parallel CD$ và $AB \parallel CD$.



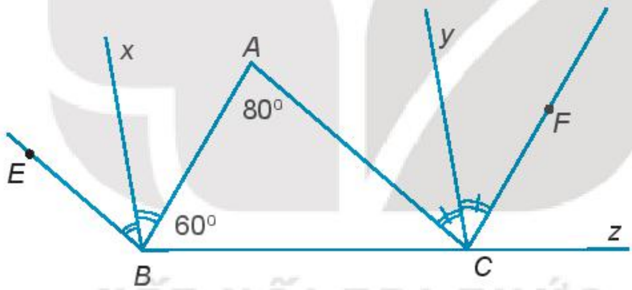
Hình 3.36

3.37. Trong Hình 3.37 có $BE \parallel AC$, $CF \parallel AB$. Biết $\widehat{A} = 80^\circ$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

a) Chứng minh rằng $\widehat{ABE} = \widehat{ACF}$.

b) Tính số đo của các góc BCF và ACB.

c) Gọi Bx, Cy lần lượt là tia phân giác của các góc ABE và ACF. Chứng minh rằng $Bx \parallel Cy$.



Hình 3.37

CHƯƠNG IV TAM GIÁC BẰNG NHAU

BÀI 12 TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

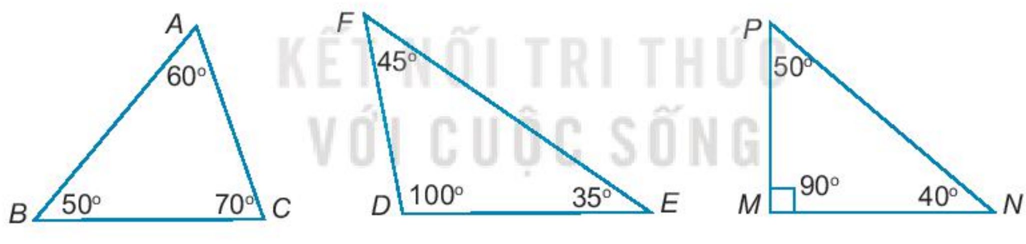
Định lí: Tổng ba góc trong một tam giác bằng 180°.

– Tam giác có ba góc đều nhọn được gọi là tam giác nhọn.

– Tam giác có một góc tù được gọi là tam giác tù.

– Tam giác có một góc vuông được gọi là tam giác vuông.

Chẳng hạn, trong Hình 4.1, tam giác *ABC* nhọn, tam giác *DEF* tù. Tam giác *MNP* vuông tại *M*, *MN* và *MP* là hai cạnh góc vuông, *NP* là cạnh huyền.



Hình 4.1

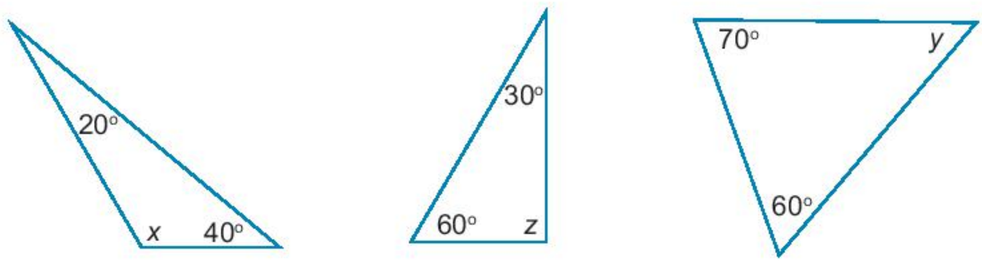
B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Áp dụng được định lí về tổng các góc trong tam giác bằng 180° để tính số đo góc còn lại khi biết số đo hai góc của một tam giác.

– Nhận biết các loại tam giác.

Ví dụ

Tìm số đo các góc x, y, z trong Hình 4.2. Hãy chỉ ra hình nào là tam giác nhọn, tam giác tù, tam giác vuông.



a) b) c)

Hình 4.2

Giải

Vì tổng ba góc trong một tam giác bằng 180° nên ta có: $x + 20^\circ + 40^\circ = 180^\circ$.

Suy ra $x = 180^\circ - 20^\circ - 40^\circ = 120^\circ$.

Tương tự ta cũng có:

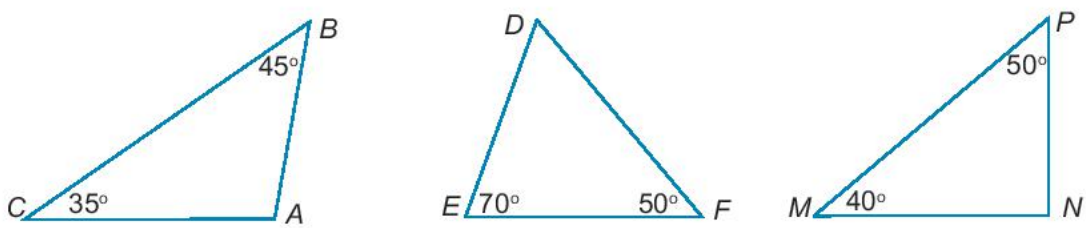
$$z + 30^\circ + 60^\circ = 180^\circ, \text{ suy ra } z = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ.$$

$$y + 70^\circ + 60^\circ = 180^\circ, \text{ suy ra } y = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ.$$

Như vậy ta thấy $x > 90^\circ$, $y < 90^\circ$ và $z = 90^\circ$. Vậy tam giác trong Hình 4.2a là tam giác tù vì có một góc tù, tam giác trong Hình 4.2b là tam giác vuông vì có một góc vuông, tam giác trong Hình 4.2c là tam giác nhọn vì cả ba góc đều nhọn.

BÀI TẬP

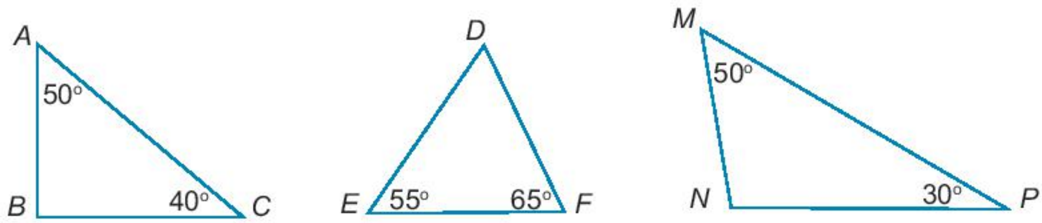
4.1. Hãy tính các số đo các góc A, D, N trong các tam giác dưới đây (H.4.3). Trong các tam đó, hãy chỉ ra tam giác nào là nhọn, tù, vuông.



a) b) c)

Hình 4.3

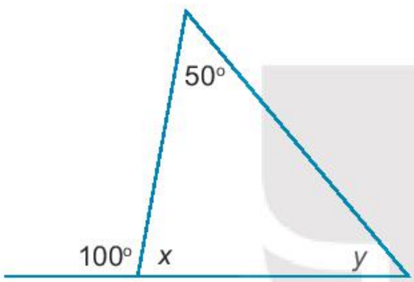
4.2. Trong các tam giác dưới đây (H.4.4), tam giác nào là nhọn, vuông, tù?



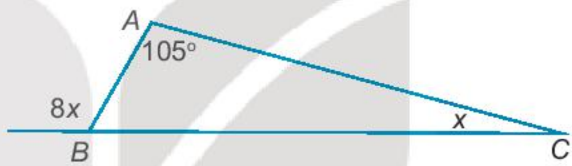
a) b) c)

Hình 4.4

4.3. Tìm các số đo góc x, y trong Hình 4.5.



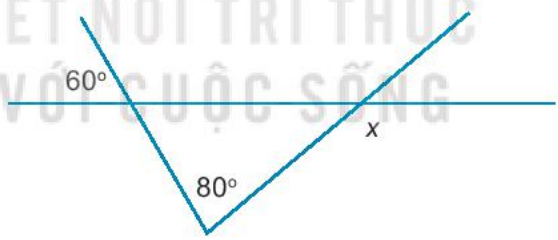
Hình 4.5



Hình 4.6

4.4. Tìm số đo các góc B và C của tam ABC trong Hình 4.6.

4.5. Tìm số đo góc x trong Hình 4.7.



Hình 4.7

4.6. Hãy viết các góc $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}$ của tam giác ABC theo thứ tự tăng dần trong các trường hợp sau:

a) $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} > \widehat{A}$.

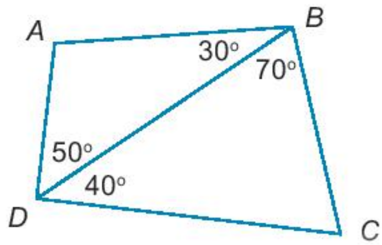
b) $\widehat{A} = 55^\circ$, $\widehat{B} < \widehat{A}$.

4.7. Hãy viết các góc $\widehat{A}, \widehat{B}, \widehat{C}$ của tam giác ABC theo thứ tự giảm dần trong các trường hợp sau:

a) $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} < \widehat{A}$.

b) $\widehat{A} > 90^\circ$, $\widehat{B} > 45^\circ$.

4.8. Tính tổng số đo $\widehat{A} + \widehat{C}$ trong Hình 4.8.



Hình 4.8

4.9. Cho tam giác ABC thoả mãn $\widehat{A} = \widehat{B} = 2\widehat{C}$.

a) Tính số đo các góc của tam giác ABC.

b) Tam giác ABC là tam giác nhọn, tù hay vuông?

BÀI 13 HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC

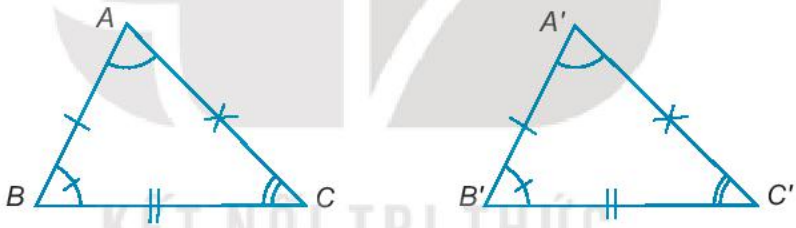
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Hai tam ABC và $A'B'C'$ (H.4.9) bằng nhau nếu chúng có các cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau, nghĩa là:

$$\begin{cases} AB = A'B',\, AC = A'C',\, BC = B'C' \\ \widehat{A} = \widehat{A'},\, \widehat{B} = \widehat{B'},\, \widehat{C} = \widehat{C'}. \end{cases}$$

Khi đó ta viết $\Delta ABC = \Delta A'B'C'$.

Ở đây: hai đỉnh A và A' (B và B', C và C') là hai đỉnh tương ứng; hai góc A và A' (B và B', C và C') là hai góc tương ứng; hai cạnh AB và $A'B'$ (AC và $A'C'$, BC và $B'C'$) là hai cạnh tương ứng.



Hình 4.9

Định lí (trường hợp bằng nhau cạnh - cạnh - cạnh (c.c.c))

Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

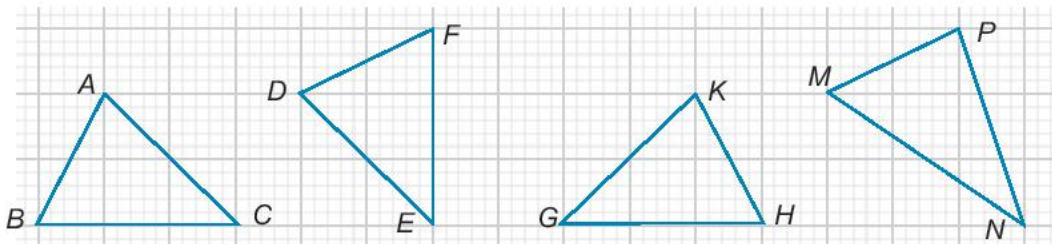
B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết hai tam giác bằng nhau.

– Nhận biết hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - cạnh - cạnh.

– Chứng minh được các yếu tố bằng nhau (cạnh hoặc góc) của hai tam giác cho trước bằng cách chỉ ra hai tam giác đó bằng nhau.

Ví dụ 1 Trong Hình 4.10 vẽ trên mặt phẳng lưới ô vuông dưới đây, có một cặp tam giác bằng nhau. Hãy chỉ ra cặp tam giác đó.



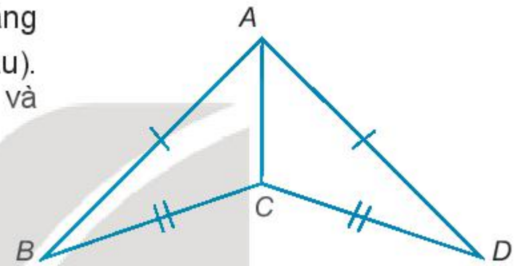
Hình 4.10

Giải

Hai tam giác ABC và KHG có: $AB = KH$, $BC = HG$, $CA = GK$.

Do vậy: $\Delta ABC = \Delta KHG$ (c.c.c).

Ví dụ 2 Cho Hình 4.11 (các đoạn thẳng bằng nhau được đánh dấu giống nhau). Chứng minh rằng hai tam giác ABC và ADC bằng nhau:



Hình 4.11

Giải

Hai tam giác ABC và ADC có:

$AB = AD$, $BC = DC$, AC là cạnh chung.

Do vậy $\Delta ABC = \Delta ADC$ (c.c.c).

C BÀI TẬP

4.10. Khi viết $\Delta ABC = \Delta MNP$ thì góc nào tương ứng với góc PNM và cạnh nào tương ứng với cạnh NP. Hãy viết các cặp cạnh bằng nhau và các cặp góc bằng nhau của hai tam giác ABC và MNP đã cho.

4.11. Với hai tam giác ABC và MNP bất kì, sao cho $\Delta ABC = \Delta MNP$, những câu nào dưới đây đúng?

a) $AB = MN$, $AC = MP$, $BC = NP$.

b) $\widehat{A} = \widehat{M}$, $\widehat{B} = \widehat{N}$, $\widehat{C} = \widehat{P}$.

c) $BA = NM$, $CA = PM$, $CB = PN$.

d) $\widehat{B} = \widehat{P}$, $\widehat{C} = \widehat{M}$, $\widehat{A} = \widehat{N}$.

4.12. Với hai tam giác ABC và DEF bất kì, sao cho $\Delta ABC = \Delta DEF$, những câu nào dưới đây đúng ?

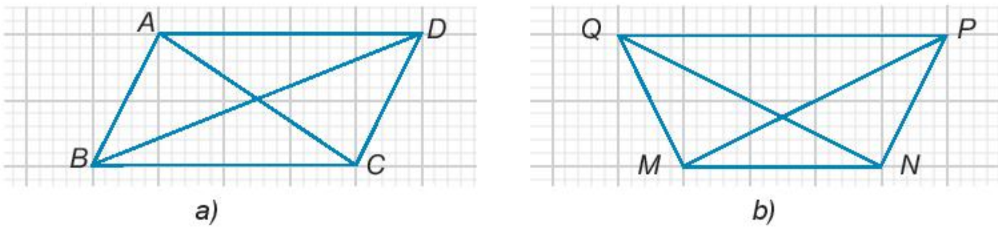
a) $\Delta BCA = \Delta FED$.

b) $\Delta CAB = \Delta EDF$.

c) $\Delta BAC = \Delta EDF$.

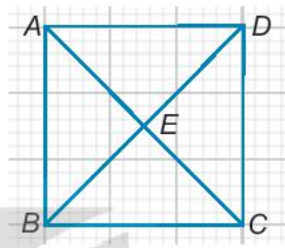
d) $\Delta CBA = \Delta FDE$.

4.13. Trong mỗi hình vẽ trên lưới ô vuông dưới đây, hãy chỉ ra một cặp hai tam giác bằng nhau.



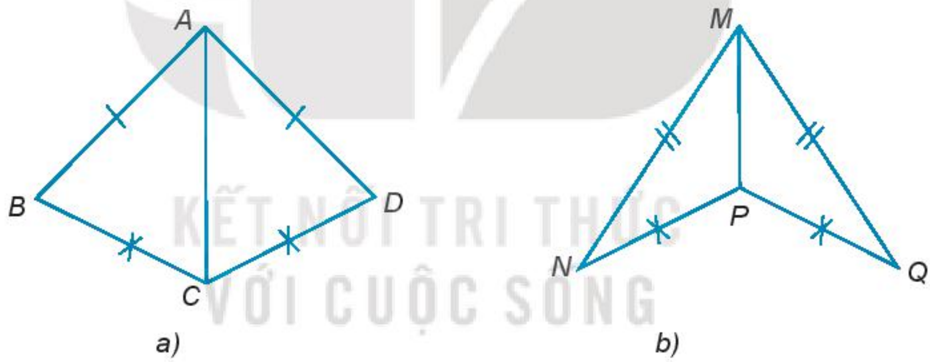
Hình 4.12

4.14. Cho Hình 4.13, *ABCD* là hình vuông, *E* là giao của *AC* và *BD*. Hãy chỉ ra các cặp tam giác bằng nhau có chung đỉnh *E*.



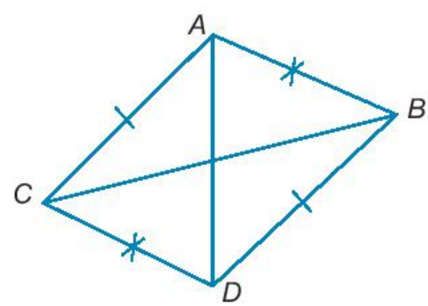
Hình 4.13

4.15. Cho Hình 4.14, chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta ADC$; $\Delta MNP = \Delta MQP$.



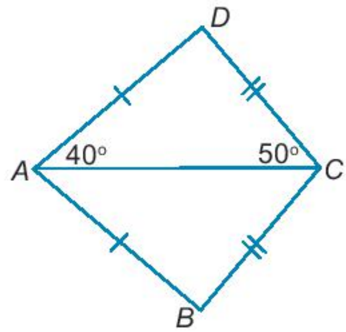
Hình 4.14

4.16. Cho Hình 4.15, chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta DCB$; $\Delta ADB = \Delta DAC$.



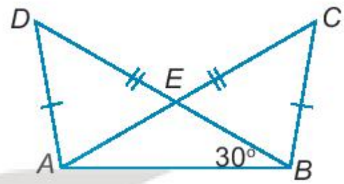
Hình 4.15

4.17. Cho Hình 4.16, biết rằng $\widehat{DAC} = 40^\circ$, $\widehat{DCA} = 50^\circ$, hãy tính số đo các góc của tam giác ABC.



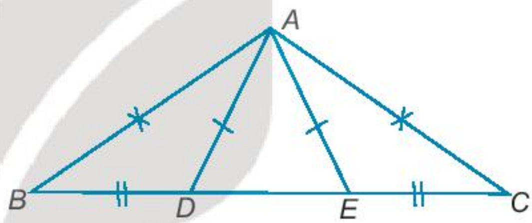
Hình 4.16

4.18. Cho Hình 4.17, biết rằng $AD = BC$, $AC = BD$ và $\widehat{ABD} = 30^\circ$, hãy tính số đo của góc DEC.



Hình 4.17

4.19. Cho các điểm A, B, C, D, E như Hình 4.18, biết rằng $AB = AC$, $AD = AE$, $BD = CE$. Chứng minh rằng $\widehat{AEB} = \widehat{ADC}$.



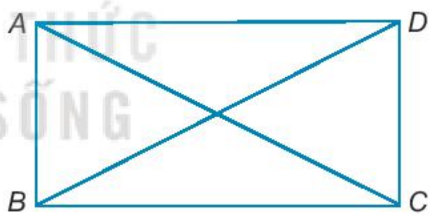
Hình 4.18

4.20. Cho hình bình hành $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD bằng nhau (H.4.19).

a) Chứng minh $\Delta ABD = \Delta DCA$;

$\Delta ADC = \Delta BCD$.

b) Bằng cách tính số đo góc ADC, hãy cho biết $ABCD$ có phải là hình chữ nhật không.



Hình 4.19

BÀI 14 TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định lí (trường hợp bằng nhau cạnh - góc - cạnh (c.g.c))

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

Định lí (trường hợp bằng nhau góc - cạnh - góc (g.c.g))

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

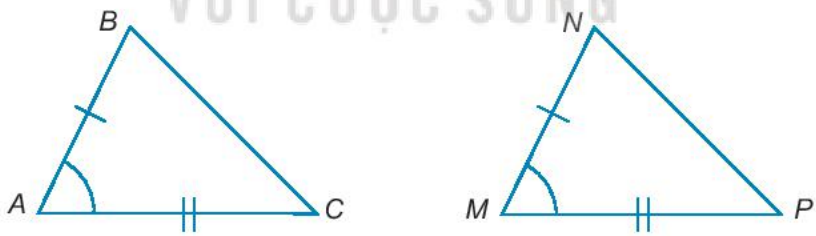
B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh.

– Nhận biết hai tam giác bằng nhau theo trường hợp góc - cạnh - góc.

– Biết chứng minh các yếu tố bằng nhau của hai tam giác nhờ nhận ra hai tam giác bằng nhau theo các trường hợp (c.g.c) hoặc (g.c.g).

Ví dụ 1 Cho Hình 4.20, chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta MNP$.



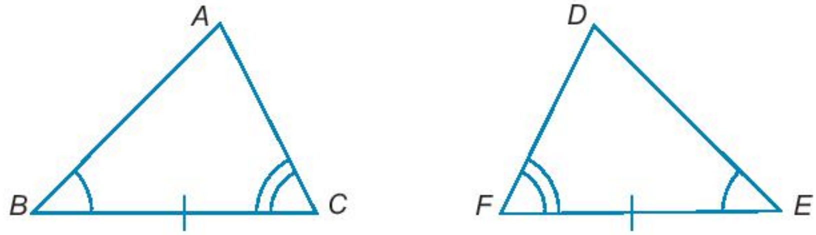
Hình 4.20

Giải

Hai tam giác ABC và MNP có: $AB = MN$, $\widehat{A} = \widehat{M}$, $AC = MP$.

Vậy $\Delta ABC = \Delta MNP$ (c.g.c).

Ví dụ 2 Cho Hình 4.21, chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta DEF$.



Hình 4.21

Giải

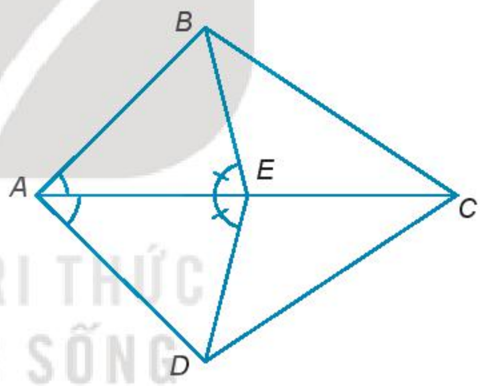
Hai tam giác ABC và DEF có: $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$, $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$, $BC = EF$.

Vậy $\Delta ABC = \Delta DEF$ (g.c.g) (H.4.21).

Ví dụ 3 Cho các điểm A, B, C, D, E như Hình 4.22. Biết rằng $\widehat{BAE} = \widehat{DAE}$ và $\widehat{BEA} = \widehat{DEA}$. Chứng minh rằng:

a) $\Delta ABE = \Delta ADE$.

b) $\Delta BEC = \Delta DEC$.



Hình 4.22

Giải (H.4.22)

a) Hai tam giác ABE và ADE có:

$\widehat{BAE} = \widehat{DAE}$ (theo giả thiết)

AE là cạnh chung,

$\widehat{BEA} = \widehat{DEA}$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta ABE = \Delta ADE$ (g.c.g).

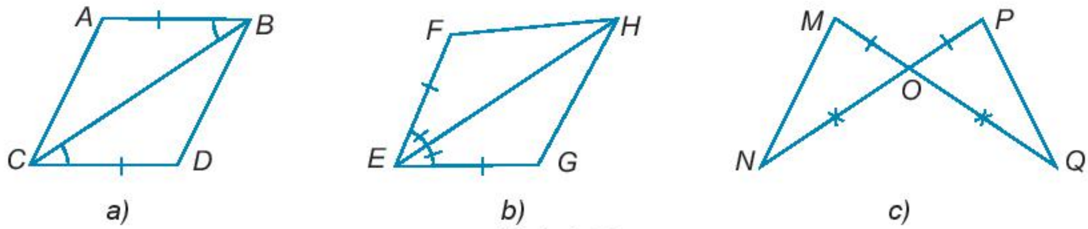
b) Vì $\Delta ABE = \Delta ADE$ nên $BE = DE$.

Mặt khác, ta có $\widehat{BEC} = 180^o - \widehat{AEB} = 180^o - \widehat{AED} = \widehat{DEC}$.

Hai tam giác BEC và DEC có: $BE = DE$, $\widehat{BEC} = \widehat{DEC}$ (chứng minh trên), CE là cạnh chung. Vậy $\Delta BEC = \Delta DEC$ (c.g.c).

C BÀI TẬP

4.21. Trong mỗi hình dưới đây, hãy chỉ ra một cặp tam giác bằng nhau và giải thích vì sao chúng bằng nhau.



Hình 4.23

4.22. Cho hai tam giác ABC và DEF bất kì, thoả mãn $AB = FE$, $BC = DF$, $\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$. Những câu nào dưới đây đúng?

a) $\Delta ABC = \Delta DFE$.   b) $\Delta BAC = \Delta EFD$.

c) $\Delta CBA = \Delta EFD$.   d) $\Delta ABC = \Delta EFD$.

4.23. Cho hai tam giác ABC và MNP bất kì, thoả mãn $\widehat{ABC} = \widehat{PNM}$, $\widehat{ACB} = \widehat{NPM}$ và $BC = PN$. Những câu nào dưới đây đúng?

a) $\Delta ABC = \Delta PNM$.   b) $\Delta ABC = \Delta NPM$.

c) $\Delta ABC = \Delta MPN$.   d) $\Delta ABC = \Delta MNP$.

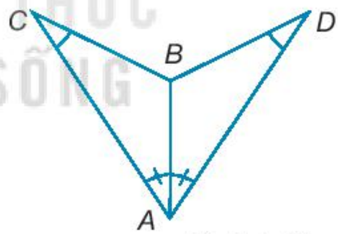
4.24. Cho các điểm A, B, C, D như Hình 4.24, biết rằng $AC = BD$ và $\widehat{DBA} = \widehat{CAB}$.

Chứng minh rằng $AD = BC$.

Hình 4.24

4.25. Cho các điểm A, B, C, D như Hình 4.25, biết rằng $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ và $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$.

Chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta ABD$.



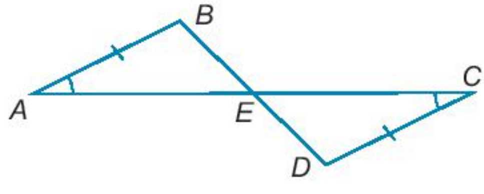
Hình 4.25

4.26. Cho các điểm A, B, C, D, E như Hình 4.26, biết rằng $AB = CD$, $\widehat{BAE} = \widehat{DCE}$. Chứng minh rằng:

a) E là trung điểm của các đoạn thẳng AC và BD.

b) $\Delta ACD = \Delta CAB$.

c) AD song song với BC.



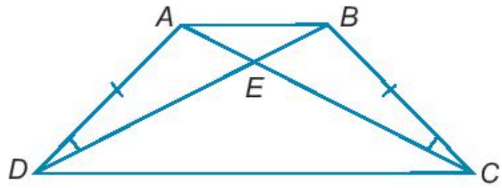
Hình 4.26

4.27. Cho các điểm A, B, C, D, E như Hình 4.27, biết rằng $AD = BC$, $\widehat{ADE} = \widehat{BCE}$. Chứng minh rằng:

a) $\widehat{DAC} = \widehat{CBD}$.

b) $\Delta AED = \Delta BEC$.

c) AB song song với DC.

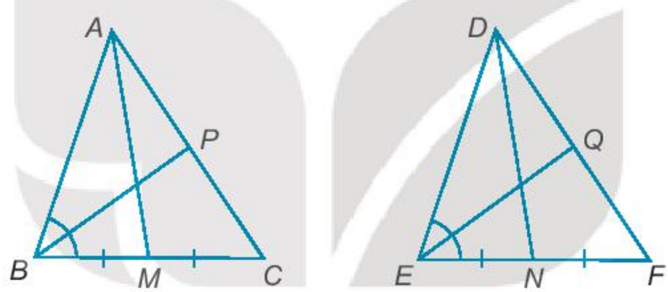


Hình 4.27

4.28. Cho tam giác ABC bằng tam giác DEF (H.4.28).

a) Gọi M và N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC và EF. Chứng minh rằng $AM = DN$.

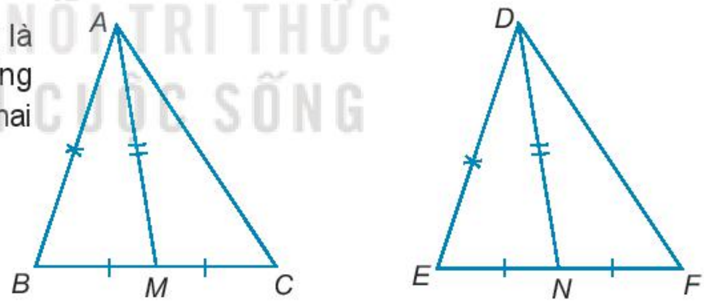
b) Trên hai cạnh AC và DF lấy hai điểm P và Q sao cho BP, EQ lần lượt là phân giác của các góc $\widehat{ABC}$ và $\widehat{DEF}$. Chứng minh rằng $BP = EQ$.



Hình 4.28

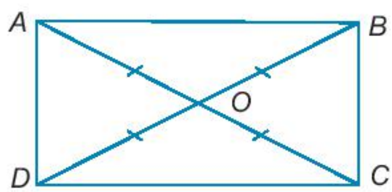
4.29. Gọi M và N lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng cạnh BC và EF của hai tam giác ABC và DEF.

Giả sử rằng $AB = DE$, $BC = EF$, $AM = DN$ (H.4.29). Chứng minh rằng $\Delta ABC = \Delta DEF$.



Hình 4.29

4.30. Cho hai đoạn thẳng AC và BD cắt nhau tại điểm O sao cho $OA = OB = OC = OD$ như Hình 4.30. Chứng minh $ABCD$ là hình chữ nhật.



Hình 4.30

BÀI 15 CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.
- Nếu một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.
- Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.
- *Định lí* (trường hợp bằng nhau đặc biệt): Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau.

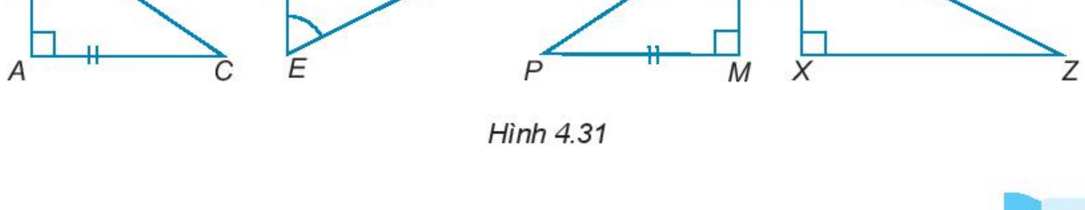
B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết được hai tam giác vuông bằng nhau thông qua các dấu hiệu về góc nhọn và các cạnh.

– Nhận biết được hai tam giác vuông bằng nhau theo trường hợp đặc biệt.

– Chứng minh được các yếu tố (góc, cạnh) của hai tam giác vuông bằng nhau nhờ nhận ra hai tam giác đó bằng nhau.

Ví dụ 1 Trong Hình 4.31, hãy tìm các cặp tam giác vuông bằng nhau và giải thích vì sao chúng bằng nhau.



Hình 4.31

Giải

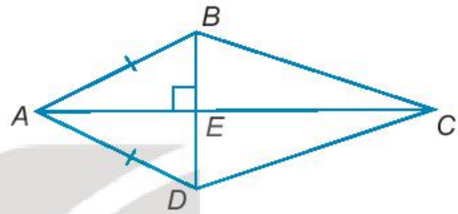
Ta có tam giác vuông *ABC* bằng tam giác vuông *MNP* vì chúng có cặp cạnh góc vuông tương ứng bằng nhau $AC = MP$, $AB = MN$.

Tam giác vuông *DEF* bằng tam giác vuông *XYZ* vì chúng có một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của chúng tương ứng bằng nhau $DE = XY$, $\widehat{E} = \widehat{Y}$.

Ví dụ 2 Cho các điểm *A*, *B*, *C*, *D*, *E* như Hình 4.32. Chứng minh rằng

$$\Delta ABE = \Delta ADE; \Delta BCE = \Delta DCE.$$

Giải



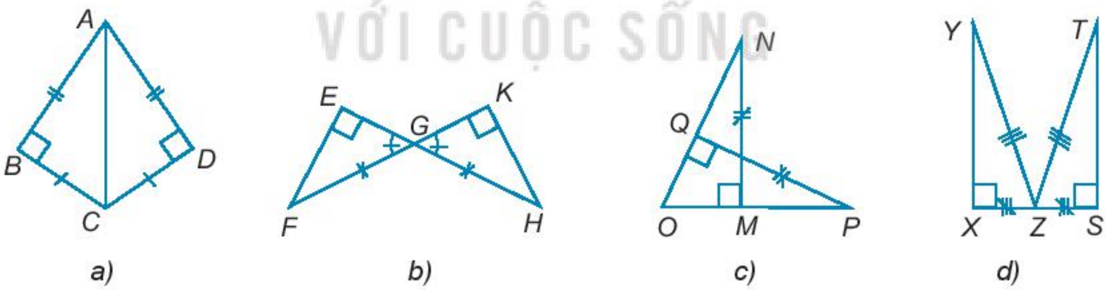
Hình 4.32

Tam giác vuông *ABE* (vuông đỉnh *E*) và tam giác vuông *ADE* (vuông đỉnh *E*) có: $AB = AD$ (theo giả thiết), *AE* là cạnh chung. Vậy $\Delta ABE = \Delta ADE$ (trường hợp bằng nhau đặc biệt của hai tam giác vuông).

Tam giác vuông *BCE* (vuông đỉnh *E*) và tam giác vuông *DCE* (vuông đỉnh *E*) có: $EB = ED$ (vì $\Delta ABE = \Delta ADE$), *EC* là cạnh chung. Vậy $\Delta BCE = \Delta DCE$ (cặp cạnh góc vuông bằng nhau).

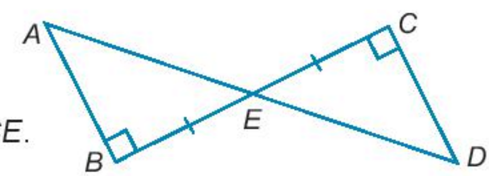
C BÀI TẬP

4.31. Trong mỗi hình sau (H.4.33) có các cặp tam giác vuông nào bằng nhau? Vì sao?



Hình 4.33

4.32. Cho các điểm *A*, *B*, *C*, *D*, *E* như Hình 4.34. Biết rằng *E* là trung điểm của *BC*, chứng minh rằng $\Delta ABE = \Delta DCE$.



Hình 4.34

4.33. Cho các điểm A, B, C, D, E như Hình 4.35.

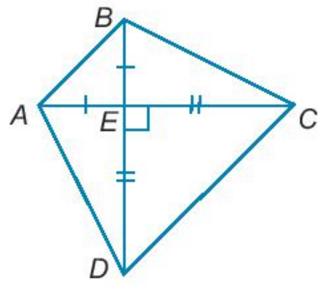
Biết rằng AC vuông góc với BD,

$EA = EB$ và $EC = ED$.

Chứng minh rằng:

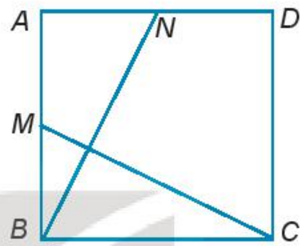
a) $\Delta AED = \Delta BEC$.

b) $\Delta ABC = \Delta BAD$.



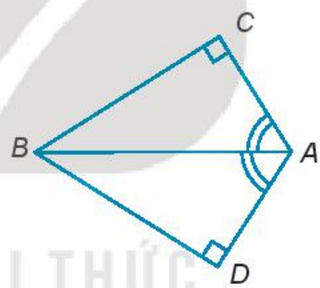
Hình 4.35

4.34. Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD (H.4.36). Chứng minh rằng $BN = CM$ và $BN \perp CM$.



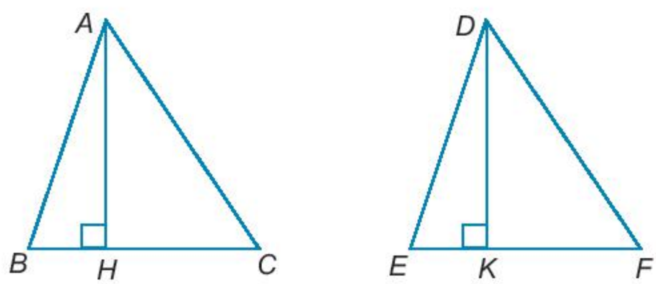
Hình 4.36

4.35. Cho bốn điểm A, B, C, D như Hình 4.37. Biết rằng $\widehat{DAB} = \widehat{CAB}$, hãy chứng minh $CB = DB$.



Hình 4.37

4.36. Cho AH và DK lần lượt là hai đường cao của hai tam giác ABC và DEF như Hình 4.38. Biết rằng $\Delta ABC = \Delta DEF$, hãy chứng minh $AH = DK$.

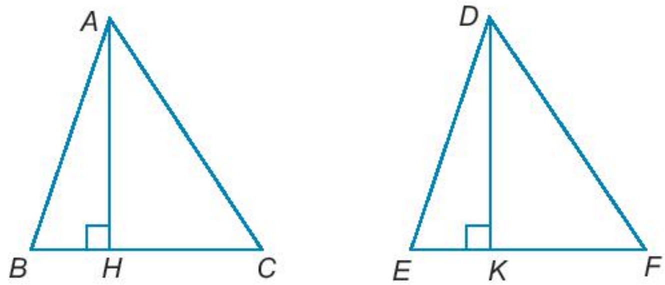


Hình 4.38

4.37. Cho AH và DK lần lượt là hai đường cao của tam giác ABC và DEF như Hình 4.39. Chứng minh rằng:

a) Nếu $AB = DE$, $BC = EF$ và $AH = DK$ thì $\Delta ABC = \Delta DEF$;

b) Nếu $AB = DE$, $AC = DF$ và $AH = DK$ thì $\Delta ABC = \Delta DEF$.

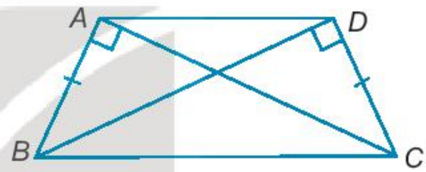


Hình 4.39

4.38. Cho bốn điểm A, B, C, D như Hình 4.40, trong đó $AB = DC$. Chứng minh rằng:

a) $AC = BD$.

b) AD // BC.

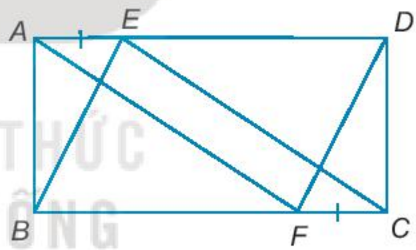


Hình 4.40

4.39. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên cạnh AD và BC lần lượt lấy hai điểm E và F sao cho $AE = CF$ (H.4.41). Chứng minh rằng:

a) $AF = CE$.

b) AF // CE.

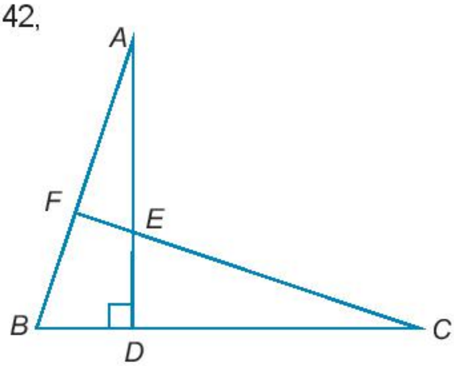


Hình 4.41

4.40. Cho năm điểm A, B, C, D, E như Hình 4.42, trong đó $DA = DC$, $DB = DE$.

a) Chứng minh rằng $AB = CE$.

b) Cho đường thẳng CE cắt AB tại F. Chứng minh rằng $\widehat{BFC} = 90^\circ$.



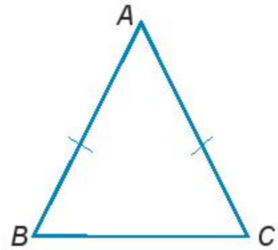
Hình 4.42

BÀI 16 TAM GIÁC CÂN. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Định nghĩa: Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.

Trong Hình 4.43, tam giác cân ABC ($AB = AC$) được nói là cân tại đỉnh A, hai cạnh AB và AC là hai cạnh bên, BC là cạnh đáy, $\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ là hai góc ở đáy, $\widehat{A}$ là góc ở đỉnh.



Hình 4.43

- Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau. Ngược lại, một tam giác có hai góc bằng nhau thì đó là tam giác cân.
- Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

Định nghĩa. Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là *đường trung trực* của đoạn thẳng đó.

- Đường trung trực của một đoạn thẳng là tập hợp các điểm cách đều hai mút của đoạn thẳng đó.

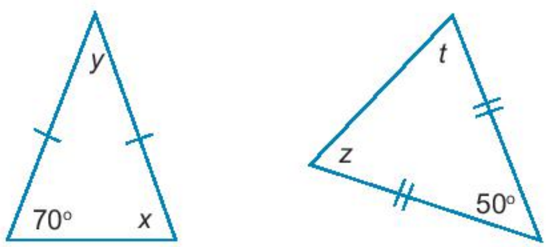
B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

– Nhận biết tam giác cân và tam giác đều.

– Nhận biết khái niệm đường trung trực của một đoạn thẳng và các tính chất cơ bản của nó.

– Vẽ đường trung trực của một đoạn thẳng bằng dụng cụ học tập.

Ví dụ 1 Tính số đo các góc x, y, z, t của hai tam giác cân dưới đây (H.4.44).



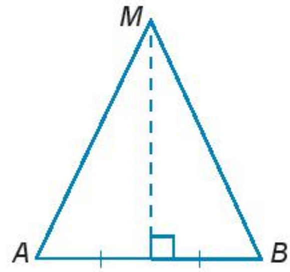
Hình 4.44

Giải

Ta có: $x = 70^\circ$, $y = 180^\circ - x - y = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$.

$z + t + 50^\circ = 180^\circ$, nên $z + t = 130^\circ$, mà $z = t$ từ đó suy ra $z = t = 65^\circ$.

Ví dụ 2 Cho M là một điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB. Biết $AM = 3$ cm và $\widehat{AMB} = 50^\circ$ (H.4.45), hãy tính BM và $\widehat{MAB}$.



Hình 4.45

Giải

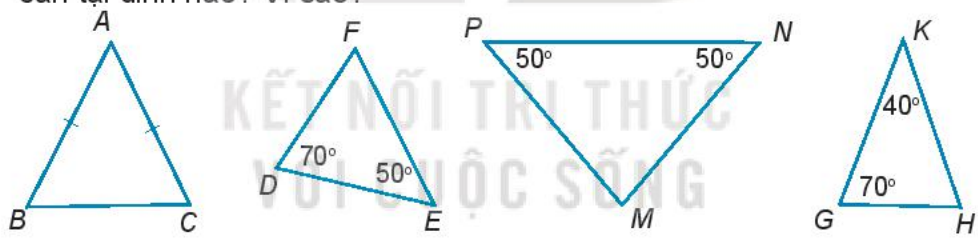
Vì M nằm trên đường trung trực của AB nên: $MB = MA = 3$ (cm). Do tam giác MAB cân tại M nên $\widehat{MAB} = \widehat{MBA}$.

Vì vậy ta có

$$\widehat{MAB} = \frac{\widehat{MAB} + \widehat{MBA}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{AMB}}{2} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ.$$

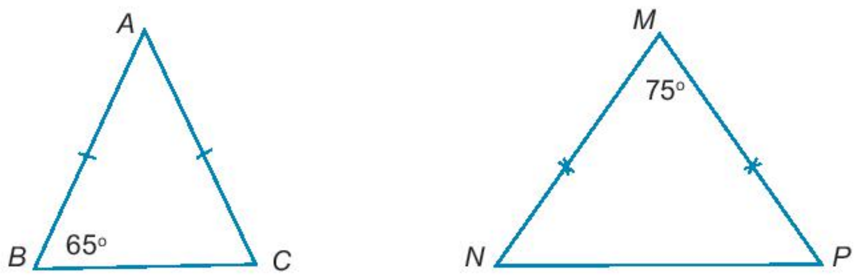
C BÀI TẬP

4.41. Trong những tam giác dưới đây (H.4.46), tam giác nào là tam giác cân, cân tại đỉnh nào? Vì sao?



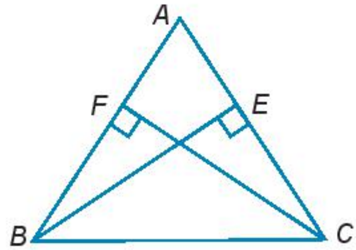
Hình 4.46

4.42. Tính số đo các góc còn lại trong các tam giác cân dưới đây (H.4.47).



Hình 4.47

4.43. Tam giác ABC có hai đường cao BE và CF bằng nhau (H.4.48). Chứng minh rằng tam giác ABC cân tại đỉnh A.



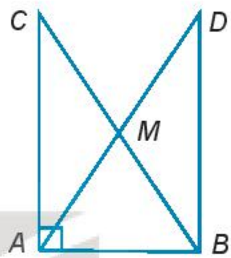
Hình 4.48

4.44. Cho tam giác ABC vuông tại đỉnh A. Gọi M là trung điểm của BC và D là điểm nằm trên tia đối của tia MA sao cho $MD = MA$ (H.4.49). Chứng minh rằng:

a) ΔABD vuông tại B.

b) $\Delta ABD = \Delta BAC$.

c) Các tam giác AMB, AMC là các tam giác cân tại đỉnh M.

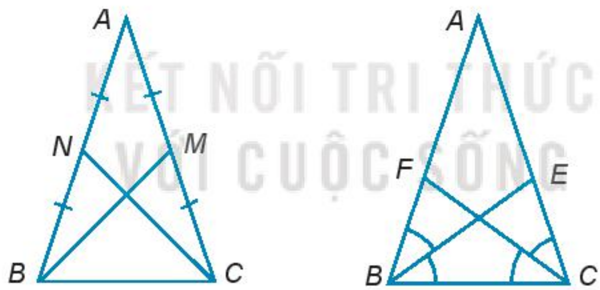


Hình 4.49

4.45. Cho ABC là tam giác cân đỉnh A. Chứng minh rằng:

a) Hai đường trung tuyến BM, CN bằng nhau (H.4.50a).

b) Hai đường phân giác BE, CF bằng nhau (H.4.50b).



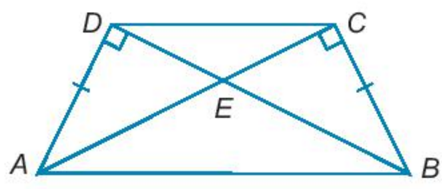
a) b)

Hình 4.50

4.46. Cho các điểm A, B, C, D, E như Hình 4.51. Chứng minh rằng:

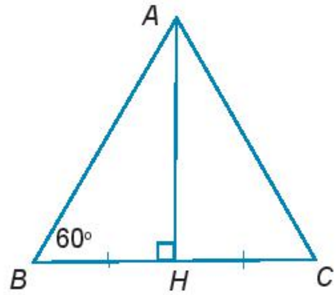
a) ΔAEB và ΔDEC là các tam giác cân đỉnh E.

b) $AB // CD$.



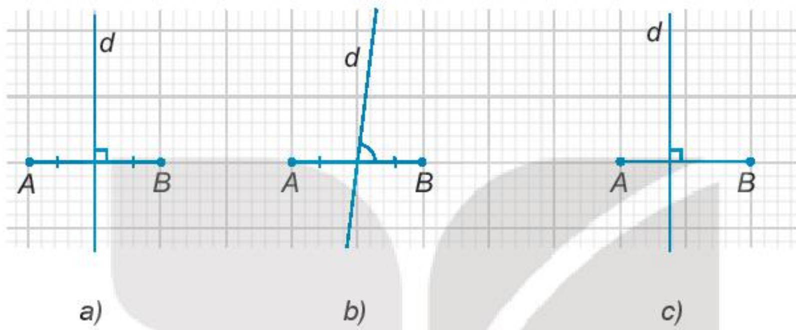
Hình 4.51

4.47. Cho tam giác ABH vuông tại đỉnh H có $\widehat{ABH} = 60^o$. Trên tia đối của tia HB lấy điểm C sao cho $HB = HC$ (H.4.52). Chứng minh rằng ΔABC là tam giác đều và $BH = \frac{AB}{2}$.



Hình 4.52

4.48. Đường thẳng d trong hình nào dưới đây là trung trực của đoạn thẳng AB?



Hình 4.53

4.49. Cho A là một điểm tuỳ ý nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng BC sao cho A không thuộc BC. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

a) $AB = AC$.

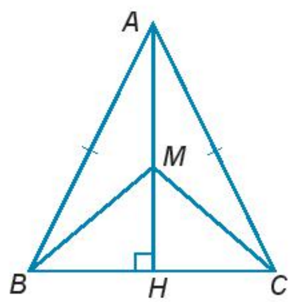
b) Tam giác ABC đều.

c) $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$.

d) Tam giác ABC cân tại đỉnh A.

4.50. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A có đường cao AH. Cho M là một điểm tuỳ ý trên đường thẳng AH sao cho M không trùng với A (H.4.54). Chứng minh rằng:

$$\widehat{MBA} = \widehat{MCA}.$$



Hình 4.54

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A CÂU HỎI (TRẮC NGHIỆM)

Tìm câu trả lời *đúng* trong các đáp án đã cho.

1. Trong các câu sau đây, câu nào đúng?

A. Mọi tam giác có ít nhất một góc tù.

B. Mọi tam giác có ít nhất hai góc nhọn.

C. Mọi tam giác cân có một góc bằng 60°.

D. Tam giác vuông cân có hai góc vuông.

2. Trong các câu sau đây, câu nào **sai**?

A. Tổng số đo ba góc trong một tam giác bằng 180°.

B. Tổng số đo hai góc nhọn trong một tam giác vuông bằng 90°.

C. Tổng số đo hai góc nhọn trong một tam giác tù lớn hơn 90°.

D. Góc lớn nhất trong tam giác nhọn có số đo nhỏ hơn 90°.

3. Trong các câu sau đây, câu nào đúng?

A. Hai tam giác có ba cặp góc tương ứng bằng nhau là hai tam giác bằng nhau.

B. Hai tam giác có ba cặp cạnh tương ứng bằng nhau là hai tam giác bằng nhau.

C. Hai tam giác có hai cặp cạnh tương ứng bằng nhau và một cặp góc tương ứng bằng nhau là hai tam giác bằng nhau.

D. Hai tam giác có một cặp cạnh tương ứng bằng nhau và cặp góc đối diện với cặp cạnh đó bằng nhau là hai tam giác bằng nhau.

4. Trong các câu sau đây, câu nào **sai?**

A. Hai tam giác có hai cặp cạnh tương ứng bằng nhau và cặp góc xen giữa hai cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác bằng nhau.

B. Hai tam giác có một cặp cạnh tương ứng bằng nhau và hai cặp góc tương ứng cùng kề với cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác bằng nhau.

C. Hai tam giác bằng nhau có các cặp cạnh tương ứng bằng nhau và các cặp góc tương ứng bằng nhau.

D. Hai tam giác có các cặp góc tương ứng bằng nhau thì các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.

5. Trong các câu sau đây, câu nào đúng?

A. Tam giác có ba cạnh bằng nhau là tam giác đều.

B. Tam giác có hai góc bằng nhau là tam giác đều.

C. Tam giác nhọn có hai cạnh bằng nhau là tam giác đều.

D. Tam giác vuông có một góc có số đo bằng 60° là tam giác đều.

6. Trong các câu sau đây, câu nào **sai**?

A. Tam giác tù là tam giác có một góc có số đo lớn hơn 90°.

B. Tam giác vuông là tam giác có một góc có số đo bằng 90°.

C. Tam giác cân là tam giác có ba góc có số đo bằng 60°.

D. Tam giác nhọn là tam giác có ba góc có số đo nhỏ hơn 90°.

7. Trong các câu sau đây, câu nào đúng?

A. Đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng *AB* là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

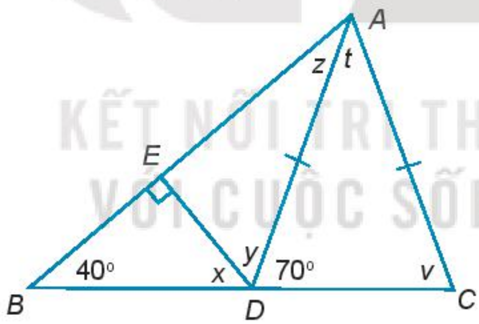
B. Đường thẳng vuông góc với đoạn thẳng *AB* là đường trung trực của đoạn thẳng *AB*.

C. Tập hợp các điểm cách đều hai điểm phân biệt *A* và *B* là đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng *AB*.

D. Đường thẳng đi qua trung điểm và vuông góc với đoạn thẳng *AB* là đường trung trực của đoạn thẳng *AB*.

B BÀI TẬP

4.51. Tính số đo các góc *x*, *y*, *z*, *t*, *v* trong Hình 4.55.



Hình 4.55

4.52. Trong các câu sau đây, câu nào đúng, câu nào sai?

a) Tam giác nhọn có ba góc đều nhọn.

b) Tam giác vuông có đúng hai góc nhọn.

c) Tam giác tù có đúng một góc nhọn.

d) Trong ba góc của một tam giác tù, góc tù có số đo lớn nhất.

4.53. Trong các câu sau đây, câu nào đúng, câu nào sai?

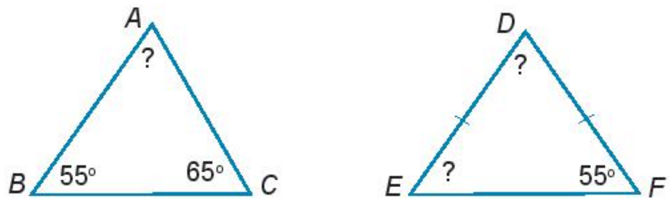
a) Tam giác cân có một góc bằng 60° là tam giác đều.

b) Tam giác cân là tam giác nhọn.

c) Tổng hai góc nhọn của một tam giác vuông bằng 90°.

d) Tam giác vuông cân thì luôn cân tại đỉnh góc vuông và có hai góc nhọn bằng 45°.

4.54. Tính số đo các góc chưa biết của các tam giác dưới đây (H.4.56).

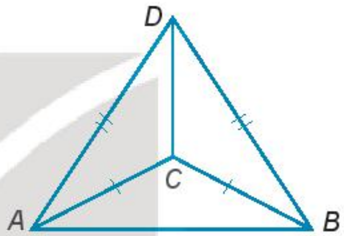


Hình 4.56

4.55. Cho các điểm A, B, C, D như Hình 4.57.

a) Chứng minh rằng $\widehat{DAC} = \widehat{DBC}$.

b) Đường thẳng DC có vuông góc với đường thẳng AB không? Vì sao?

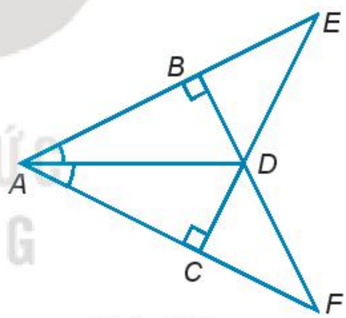


Hình 4.57

4.56. Cho các điểm A, B, C, D, E, F như Hình 4.58.

a) Tìm ba cặp tam giác vuông bằng nhau và giải thích vì sao chúng bằng nhau.

b) Chứng minh $\Delta ADE = \Delta ADF$.

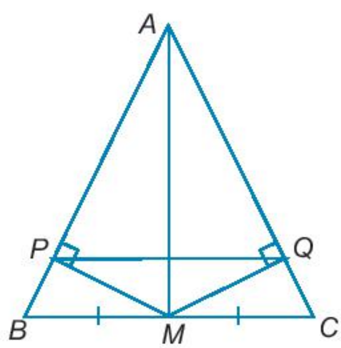


Hình 4.58

4.57. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A. Gọi M là trung điểm của BC. Trên cạnh AB và AC lấy các điểm P, Q sao cho MP, MQ lần lượt vuông góc với AB, AC (H.4.59).

a) Chứng minh rằng $MP = MQ$ và $AP = AQ$.

b) Đường thẳng PQ có vuông góc với AM không? Vì sao?

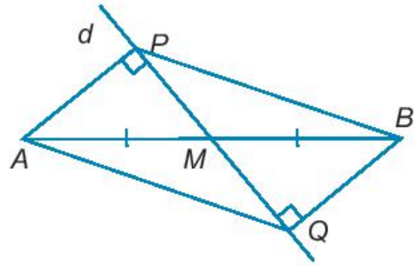


Hình 4.59

4.58. Cho đường thẳng d đi qua trung điểm M của đoạn thẳng AB và không vuông góc với AB. Kẻ AP, BQ $(P \in d, Q \in d)$ vuông góc với đường thẳng d (H.4.60). Chứng minh rằng:

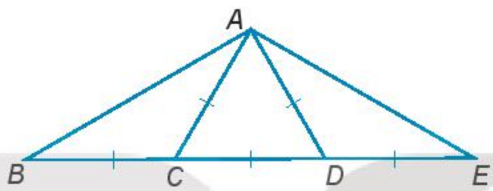
a) $AP = BQ$.

b) $\Delta APB = \Delta BQA$.



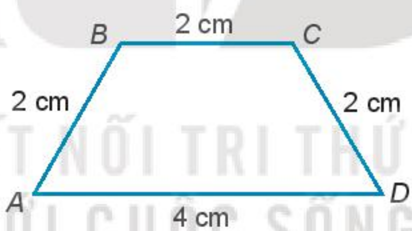
Hình 4.60

4.59. Cho Hình 4.61, hãy tính số đo các góc của tam giác ABE.



Hình 4.61

4.60. Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy lớn AD đáy nhỏ BC thoả mãn $AD = 4$ cm và $AB = BC = CD = 2$ cm (H.4.62). Tính các góc của hình thang $ABCD$.



Hình 4.62

CHƯƠNG V THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

BÀI 17 THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Ngoài các cách thu thập dữ liệu đã được giới thiệu ở lớp 6 như quan sát, làm thí nghiệm, lập bảng hỏi, chúng ta còn có thể thu thập dữ liệu bằng cách phỏng vấn hay hỏi trực tiếp.

– Dữ liệu thu thập được có thể là số hoặc không là số, dữ liệu là số còn được gọi là số liệu hay dữ liệu định lượng. Dữ liệu không là số còn gọi là dữ liệu định tính. Dữ liệu định tính được chia thành hai loại: *dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự* và *dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự*.

– Để có thể đưa ra các kết luận hợp lí, dữ liệu thu thập được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Trong bài này học sinh cần luyện tập các kĩ năng sau:

– Đặt câu hỏi phỏng vấn để thu thập dữ liệu.

– Phân loại dữ liệu thu thập được.

– Xác định tính đại diện của dữ liệu thu thập được từ đó xác định tính hợp lí của kết luận dựa trên dữ liệu đã thu thập.

Ví dụ 1 Hãy cho biết mỗi dữ liệu sau thuộc loại nào.

a) Danh sách các vận động viên Việt Nam tham dự Olympic Tokyo 2020: Nguyễn Huy Hoàng, Nguyễn Thị Ánh Viên,..., Nguyễn Thị Thanh Thủy.

b) Kết quả đánh giá của người hâm mộ về công tác trọng tài tại Olympic Tokyo 2020 với các mức: Rất tốt, Tốt, Trung bình, Yếu, Kém.

c) Số huy chương vàng mà các đoàn thể thao đạt được tại Olympic Tokyo 2020.

Giải

a) Danh sách các vận động viên Việt Nam tham dự Olympic Tokyo 2020 thuộc loại *dữ liệu không phải là số, không thể sắp thứ tự*.

b) Kết quả đánh giá của người hâm mộ về công tác trọng tài tại Olympic Tokyo 2020 với các mức từ Rất tốt đến Kém thuộc loại *dữ liệu không phải là số nhưng có thể sắp thứ tự*.

c) Số huy chương vàng mà các đoàn thể thao đạt được tại Olympic Tokyo 2020 là *số liệu*.

Ví dụ 2 Một nhóm nghiên cứu khảo sát trên 500 học sinh THCS ở Hà Nội, Thành phố Hồ Chí Minh, Đà Nẵng thấy rằng có 150 học sinh có kiến thức về tin học tốt. Nhóm nghiên cứu đã kết luận rằng "Tỉ lệ học sinh THCS ở Việt Nam có kiến thức về tin học tốt chiếm 30%". Kết luận này có hợp lí không? Tại sao?

Giải

Kết luận của nhóm nghiên cứu nói về tỉ lệ học sinh THCS ở Việt Nam có kiến thức tốt về tin học nên đối tượng mà nhóm nghiên cứu cần khảo sát là toàn bộ học sinh THCS ở Việt Nam. Nhóm nghiên cứu chỉ khảo sát trên các học sinh THCS ở Hà Nội, Thành phố Hồ Chí Minh và Đà Nẵng. Đây là những thành phố lớn, học sinh ở những thành phố này có điều kiện tiếp cận với tin học nên dữ liệu thu được không đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng cần nghiên cứu. Vì vậy, kết luận của nhóm nghiên cứu chưa hợp lí.

C BÀI TẬP

5.1. Hãy cho biết mỗi dữ liệu sau thuộc loại nào?

a) Tên của các hành tinh trong hệ Mặt Trời;

b) Đánh giá của học sinh về mức độ phù hợp của đề thi học kì với các lựa chọn từ Rất khó đến Rất dễ;

c) Họ và tên của các học sinh trong đội tuyển học sinh giỏi của trường tham dự kì thi học sinh giỏi cấp thành phố;

d) Số năm học ngoại ngữ của các bạn trong lớp.

5.2. Xác định phương pháp thu thập dữ liệu (Quan sát, Làm thí nghiệm, Lập bảng hỏi, Phỏng vấn) trong mỗi trường hợp sau:

a) Muốn biết cường độ dòng điện của một số đoạn mạch nối tiếp;

b) Muốn thống kê thời gian tự học ở nhà mỗi ngày của các bạn trong lớp;

c) Muốn biết tỉ lệ học sinh nhặt rác bỏ vào thùng khi nhìn thấy rác trên sân trường.

5.3. Hãy viết câu hỏi để khảo sát về mức độ thường xuyên tập thể dục buổi sáng của các bạn trong lớp.

5.4. Bình muốn biết về thói quen đọc sách ở thư viện của các bạn trong lớp nên đã phát phiếu hỏi sau cho các bạn.

PHIẾU HỎI

1. Bạn hay đọc sách nào nhất khi đến thư viện?

A. Sách tham khảo B. Truyện thiếu nhi

C. Sách khoa học D. Sách văn học

2. Bạn lên thư viện đọc sách mấy ngày trong tuần?

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5

(Khoanh tròn vào lựa chọn tương ứng)

Em hãy cho biết dữ liệu Bình thu được ở mỗi câu hỏi thuộc loại nào?

5.5. Hãy phỏng vấn các bạn trong tổ để biết các bạn tự đánh giá thế nào về ý thức tự giác của mình trong việc làm bài tập ở nhà với các mức độ từ *Rất tự giác* đến *Không tự giác*. Lập bảng thống kê cho dãy dữ liệu thu được. Dãy dữ liệu này thuộc loại nào?

5.6. Để ước lượng chiều cao trung bình của học sinh khối 7, một nhóm nghiên cứu đã chọn ngẫu nhiên từ mỗi lớp ra 10 học sinh và đo chiều cao. Số liệu thu được có đảm bảo tính đại diện không?

5.7. Để xác định xem loại bánh nào được ưa thích, một cửa hàng bán bánh đã đánh số khách hàng và xác định loại bánh mà các vị khách thứ 5; 10; 15;...; 500 đã mua khi đến cửa hàng. Trong số 100 người này, có 35 người mua bánh kem. Cửa hàng đã kết luận rằng có khoảng 35% khách hàng mua bánh kem. Kết luận này có hợp lí không?

5.8. Để xác định xem người dân thường thích làm gì trong thời gian rảnh rỗi, một nhóm nghiên cứu đã phỏng vấn 200 phụ nữ thấy có 162 người nói rằng họ thích đi mua sắm. Nhóm nghiên cứu kết luận rằng đa phần người dân thích đi mua sắm trong thời gian rảnh rỗi. Kết luận này có hợp lí không? Vì sao?

BÀI 18 BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Biểu đồ hình quạt tròn dùng để so sánh các phần trong toàn bộ dữ liệu. Các thành phần của biểu đồ hình quạt tròn gồm: Tiêu đề, Hình tròn biểu diễn dữ liệu và Chú giải. Hình tròn biểu diễn dữ liệu là thành phần quan trọng nhất được chia thành nhiều hình quạt (tô màu hoặc định dạng khác nhau).

– Mỗi hình quạt biểu diễn tỉ lệ của một phần so với toàn bộ dữ liệu. Cả hình tròn biểu diễn toàn bộ dữ liệu, tức là ứng với 100%. Nửa hình tròn biểu diễn 50% dữ liệu. Hai hình quạt bằng nhau biểu diễn cùng một tỉ lệ. Hình quạt nào lớn hơn biểu diễn tỉ lệ lớn hơn.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

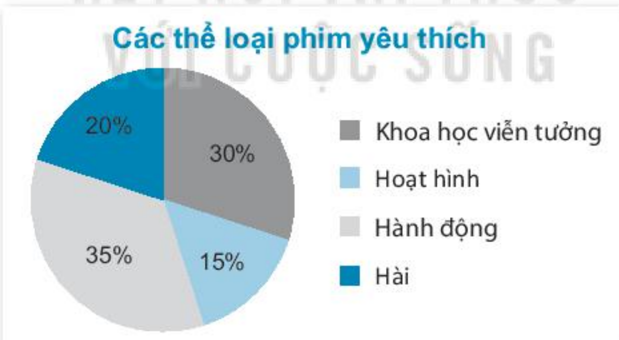
Trong bài này học sinh cần luyện tập các kĩ năng sau:

– Đọc và mô tả dữ liệu từ biểu đồ hình quạt tròn.

– Biểu diễn dữ liệu vào biểu đồ hình quạt tròn.

– Nhận ra vấn đề hoặc quy luật đơn giản từ việc phân tích biểu đồ hình quạt tròn.

Ví dụ 1 Một khảo sát cho kết quả về tỉ lệ học sinh cấp Trung học cơ sở yêu thích các thể loại phim như sau:



a) Hãy lập bảng thống kê biểu diễn tỉ lệ học sinh yêu thích các thể loại phim. Cho biết thể loại phim nào được yêu thích nhất.

b) Một trường Trung học cơ sở có 800 học sinh. Hãy ước lượng số học sinh yêu thích phim khoa học viễn tưởng; số học sinh không thích phim hoạt hình.

Giải

a) Bảng thống kê

Thể loại phim	Khoa học viễn tưởng	Hoạt hình	Hành động	Hài
Tỉ lệ yêu thích	30%	15%	35%	20%

Phim hành động được yêu thích nhất, với tỉ lệ là 35%.

b) Tỉ lệ học sinh yêu thích phim khoa học viễn tưởng là 30%. Do đó, số học sinh yêu thích phim khoa học viễn tưởng khoảng $800 \cdot \frac{30}{100} = 240$ (học sinh).

Tỉ lệ học sinh không thích phim hoạt hình là 100% – 15% = 85%. Do đó, số học sinh không thích phim hoạt hình khoảng $800 \cdot \frac{85}{100} = 680$ (học sinh).

Ví dụ 2 Lượng quả bán được trong ngày Chủ nhật tại một cửa hàng được cho trong bảng thống kê sau:

Loại quả	Lê	Táo	Nhãn	Nho
Khối lượng (kg)	40	60	80	20

a) Tính tỉ lệ phần trăm mỗi loại quả mà cửa hàng bán được.

b) Hoàn thiện biểu đồ hình quạt tròn sau vào vở:

Giải

a) Tổng khối lượng quả cửa hàng bán được là

$$40 + 60 + 80 + 20 = 200 \text{ (kg)}.$$

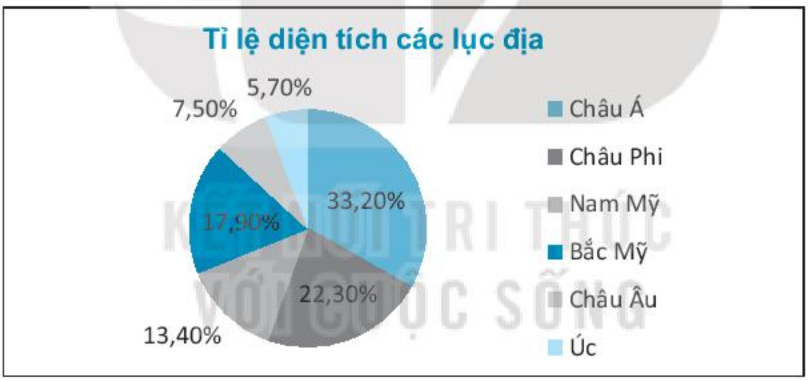
Tỉ lệ Lê bán được là $\frac{40}{200} = 20\%$.

Tương tự, tỉ lệ Táo, Nhãn, Nho bán được theo thứ tự là 30%, 40%, 10%.

b) Biểu đồ đã hoàn thiện:

BÀI TẬP

5.9. Cho biểu đồ Hình 5.1.



Hình 5.1

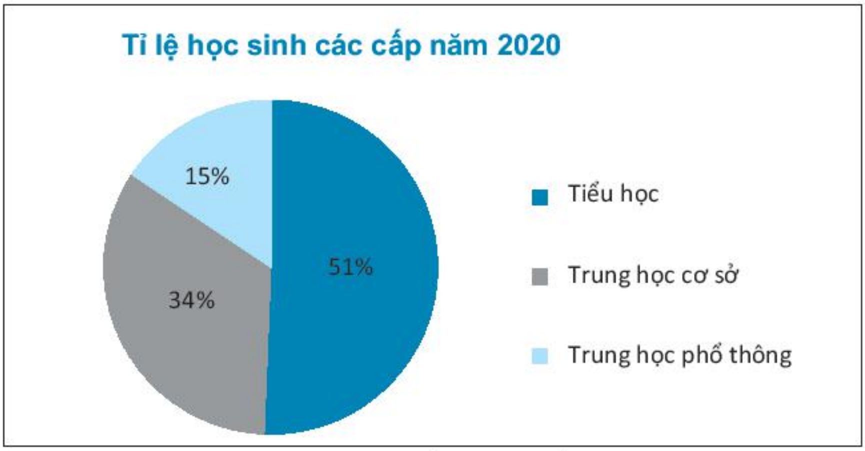
a) Cho biết tiêu đề của biểu đồ này.

b) Hình tròn trong biểu đồ được chia thành mấy hình quạt? Mỗi hình quạt biểu diễn số liệu nào?

c) Lục địa nào có diện tích lớn nhất? Chiếm bao nhiêu phần trăm?

d) Tổng diện tích của các lục địa trên là 134 triệu km^2. Tính diện tích của lục địa châu Á, châu Âu.

5.10. Biểu đồ Hình 5.2 cho biết tỉ lệ học sinh các cấp của Việt Nam năm 2020.



Hình 5.2. (Theo Tổng cục thống kê)

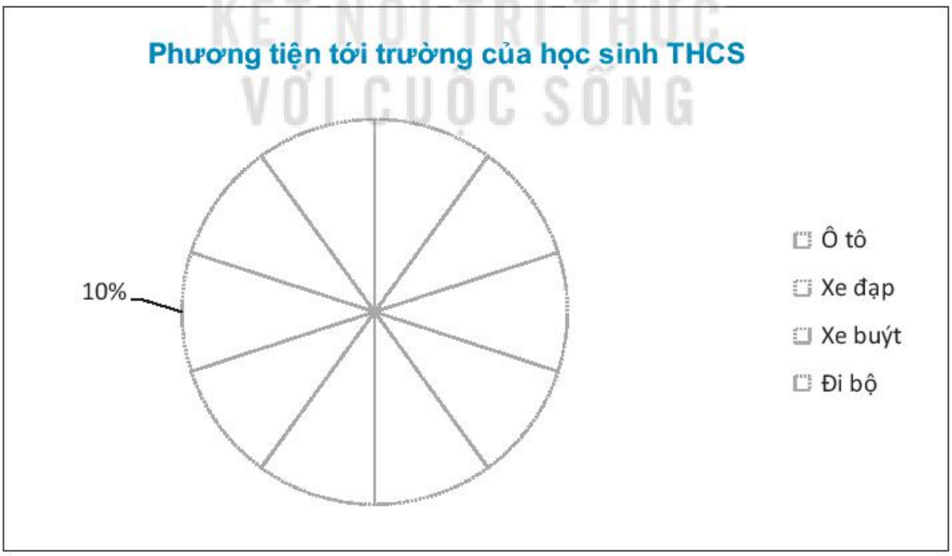
a) Lập bảng thống kê biểu diễn tỉ lệ học sinh các cấp năm 2020.

b) Năm 2020, Việt Nam có tổng cộng 17 551 000 học sinh các cấp. Tính số lượng học sinh mỗi cấp.

5.11. Bảng dưới đây cho biết tỉ lệ học sinh cấp THCS của một thành phố lớn tới trường theo phương tiện.

Phương tiện	Ô tô	Xe buýt	Xe đạp	Đi bộ
Tỉ lệ	10%	20%	50%	20%

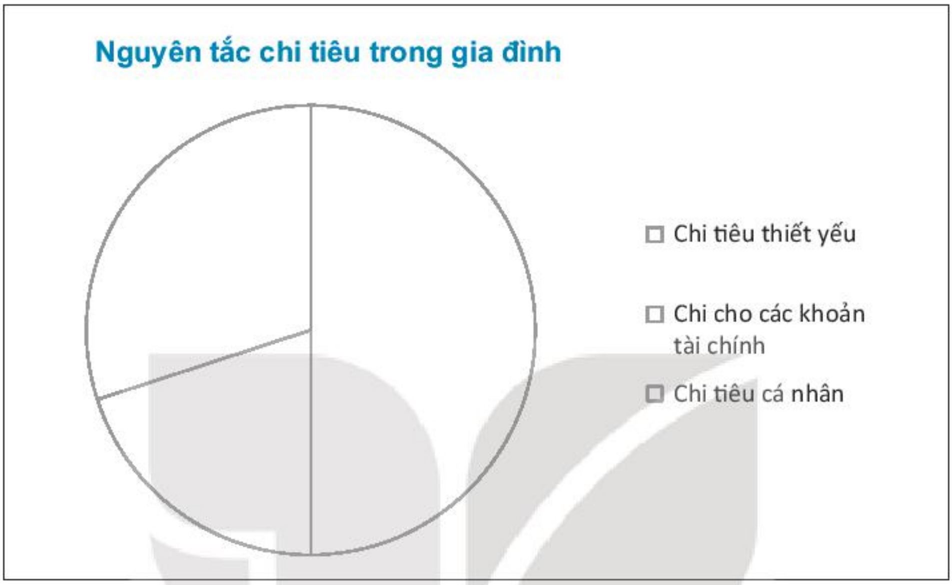
Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.3 vào vở để biểu diễn bảng thống kê này.



Hình 5.3

5.12. Một chuyên gia đã đưa ra phương pháp chi tiêu hiệu quả trong gia đình theo quy tắc 50/20/30 như sau: 50% cho chi tiêu thiết yếu (tiền ăn uống, thuê nhà, chi phí đi lại,...), 20% cho các khoản tài chính (tiết kiệm mua nhà, mua xe, lập quỹ dự phòng,…), 30% cho chi tiêu cá nhân (du lịch, giải trí, mua sắm,…).

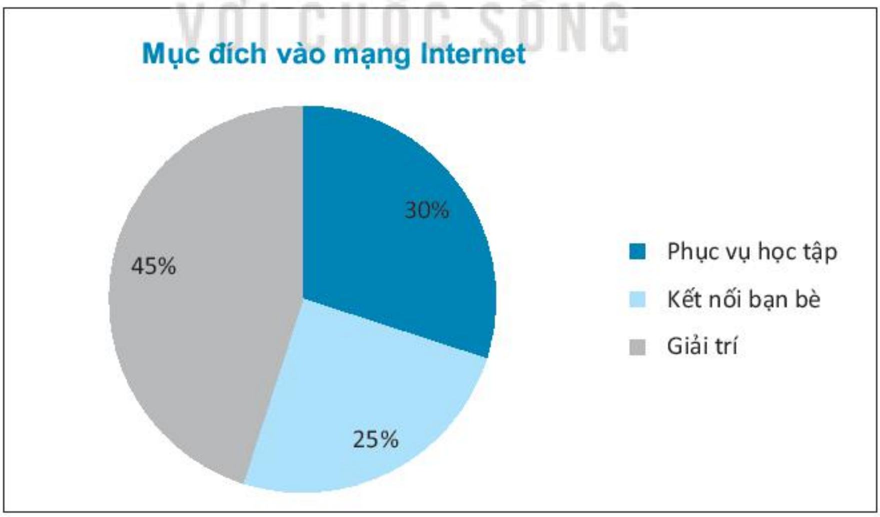
a) Hãy hoàn thiện biểu đồ Hình 5.4 vào vở.



Hình 5.4

b) Một gia đình có tổng thu nhập trong tháng là 30 triệu đồng thì số tiền chi tiêu cho các khoản là bao nhiêu?

5.13. Kết quả của một khảo sát về mục đích vào mạng Internet của học sinh cấp THCS được cho trong Hình 5.5.

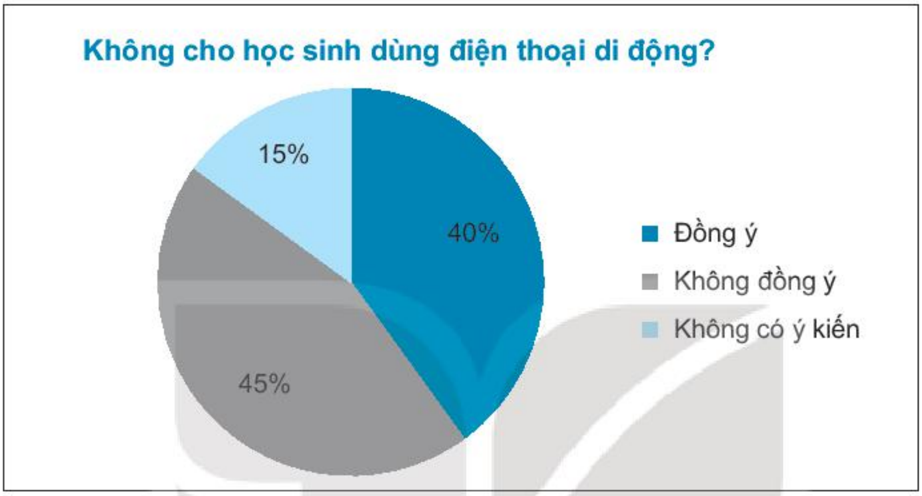


Hình 5.5

a) Lập bảng thống kê biểu diễn tỉ lệ học sinh cấp THCS theo mục đích vào mạng Internet.

b) Trong số 500 học sinh trường A vào mạng Internet có khoảng bao nhiêu em vào với mục đích phục vụ học tập?

5.14. Một cuộc thăm dò ý kiến trên mạng Internet về việc không cho học sinh cấp THCS dùng điện thoại di động cho kết quả trong biểu đồ Hình 5.6.

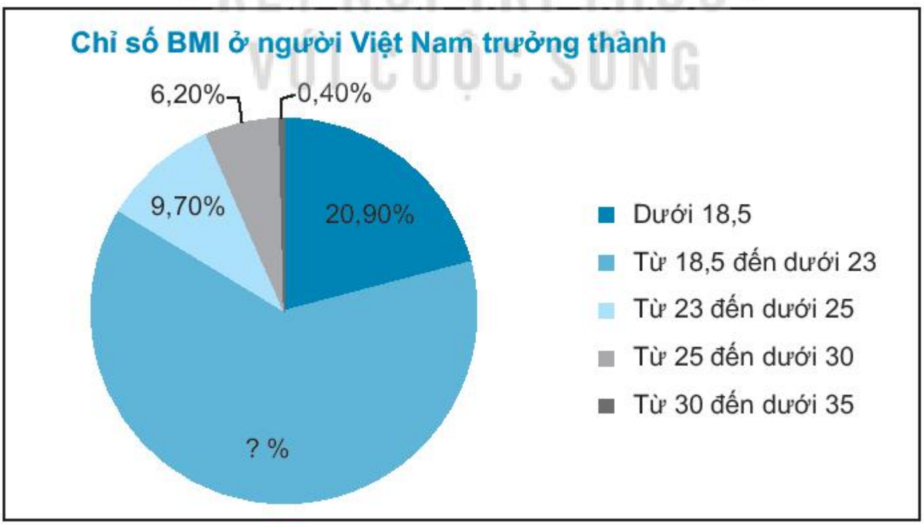


Hình 5.6

a) Cho biết biểu đồ gồm những thành phần nào?

b) Lập bảng thống kê cho biết tỉ lệ phần trăm đồng ý, không đồng ý và không có ý kiến.

5.15. Chỉ số BMI ở người Việt Nam trưởng thành được cho trong biểu đồ Hình 5.7.

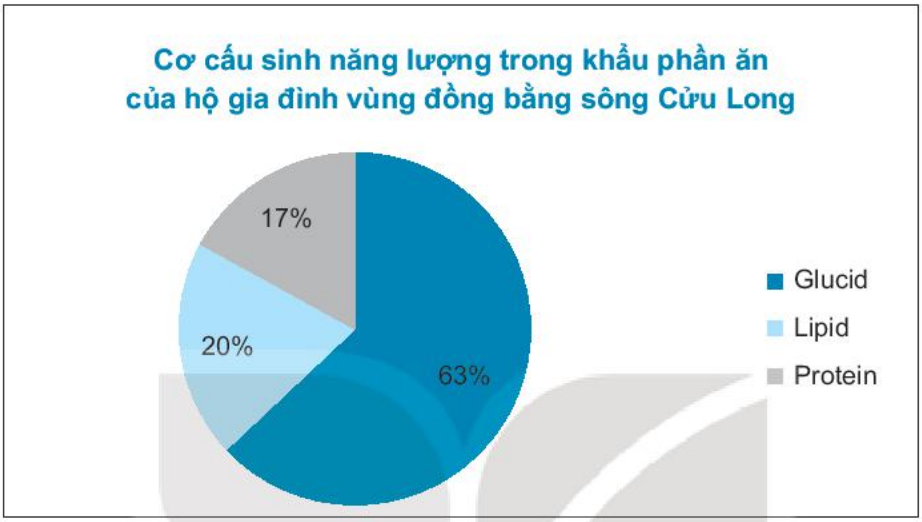


Hình 5.7. (Theo *Viện Dinh dưỡng Quốc gia*)

a) Một người BMI ≥ 23 thì được coi là thừa cân. Tính tỉ lệ người Việt Nam trưởng thành bị thừa cân.

b) Tìm giá trị điền vào dấu "?" trong biểu đồ.

5.16. Cho biểu đồ Hình 5.8.



Hình 5.8. (Theo Báo cáo tóm tắt tổng điều tra dinh dưỡng 2009-2010 của Viện Dinh dưỡng và Unicef)

a) Hãy cho biết thành phần nào sinh năng lượng nhiều nhất trong khẩu phần ăn của hộ gia đình vùng đồng bằng sông Cửu Long.

b) Lập bảng thống kê biểu diễn số liệu trong biểu đồ này.

BÀI 19 BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

– Biểu đồ đoạn thẳng thường được dùng để biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian. Các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng gồm:

- Trục ngang biểu diễn thời gian;
- Trục đứng biểu diễn đại lượng ta đang quan tâm;
- Mỗi điểm biểu diễn giá trị của đại lượng tại một thời điểm. Hai điểm liên tiếp được nối với nhau bằng một đoạn thẳng;
- Tiêu đề của biểu đồ (thường ở dòng trên cùng).

– Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng, ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Vẽ trục ngang và trục đứng. Đánh dấu thời gian trên trục ngang, chọn đơn vị trên trục đứng.

Bước 2: Chấm các điểm biểu diễn giá trị của đại lượng theo thời gian. Có thể thay dấu chấm bằng các dấu định dạng khác.

Bước 3: Nối các điểm liên tiếp với nhau bằng đoạn thẳng.

Bước 4: Ghi chú thích cho các trục, điền giá trị tại các điểm (nếu cần) và ghi tiêu đề cho biểu đồ.

B KĨ NĂNG GIẢI TOÁN

Trong bài này học sinh cần luyện tập các kĩ năng sau:

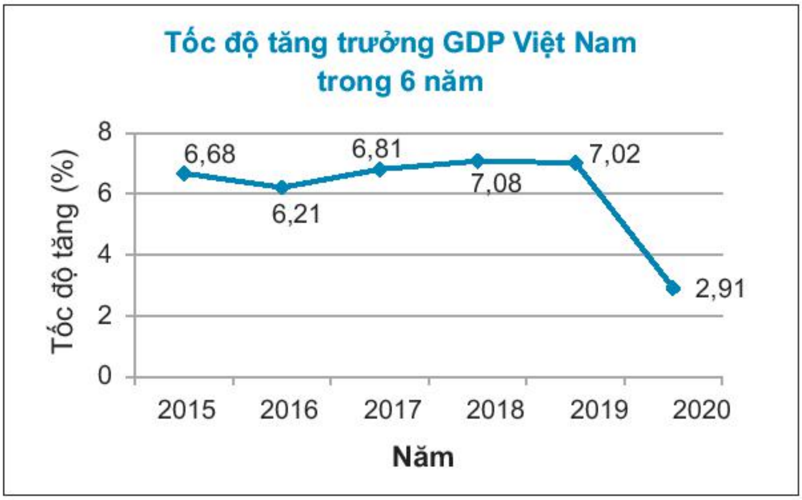
– Nhận ra các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng;

– Đọc và mô tả dữ liệu từ biểu đồ đoạn thẳng;

– Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu cho trước;

– Nhận ra vấn đề hoặc quy luật đơn giản từ việc phân tích biểu đồ đoạn thẳng.

Ví dụ 1 Biểu đồ đoạn thẳng Hình 5.9 cho biết tốc độ tăng trưởng GDP Việt Nam trong 6 năm từ năm 2015 đến năm 2020.



Hình 5.9. (Theo Tổng cục thống kê)

a) Cho biết trục đứng, trục ngang, các điểm trong biểu đồ biểu diễn điều gì?

b) Lập bảng thống kê biểu diễn tốc độ tăng GDP của Việt Nam trong 6 năm từ năm 2015 đến năm 2020;

c) Em có thể giải thích tại sao tốc độ tăng GDP năm 2020 lại giảm mạnh so với năm 2019.

Giải

a) Trục ngang biểu diễn thời gian từ năm 2015 đến năm 2020, trục đứng biểu diễn tốc độ tăng GDP (đơn vị tính là %), mỗi điểm biểu diễn tốc độ tăng GDP tại năm tương ứng so với năm trước đó.

b) Bảng thống kê

Năm	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Tốc độ tăng GDP (%)	6,68	6,21	6,81	7,08	7,02	2,91

c) Năm 2020 tốc độ tăng GDP giảm mạnh do ảnh hưởng của dịch bệnh Covid-19.

Ví dụ 2 Theo WHO cân nặng chuẩn của thai nhi từ 8 đến 12 tuần tuổi được cho trong bảng sau.

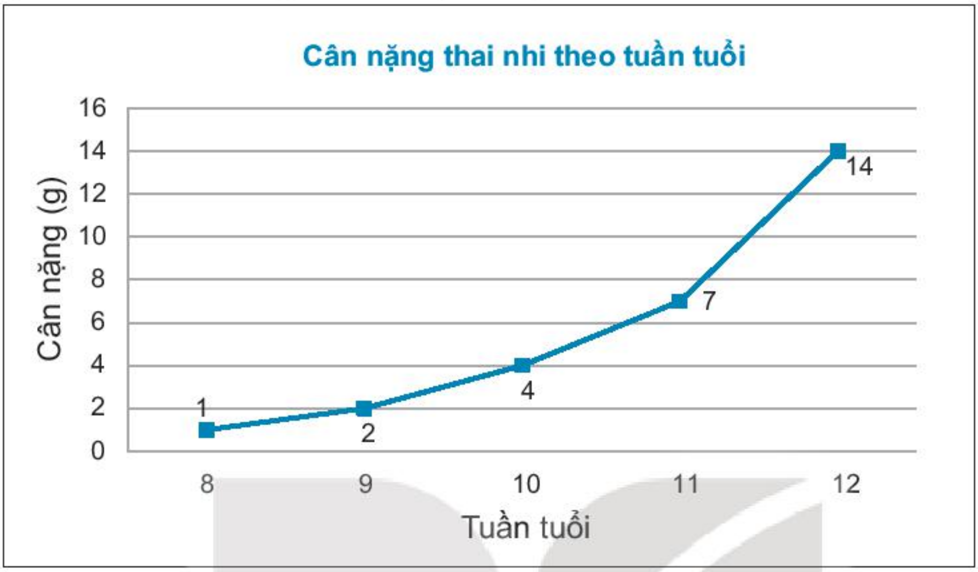
Tuần tuổi	8	9	10	11	12
Cân nặng (g)	1	2	4	7	14

a) Hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu này.

b) Cho biết xu thế của cân nặng thai nhi theo thời gian.

Giải

a) Biểu đồ đoạn thẳng thu được (H.5.10).

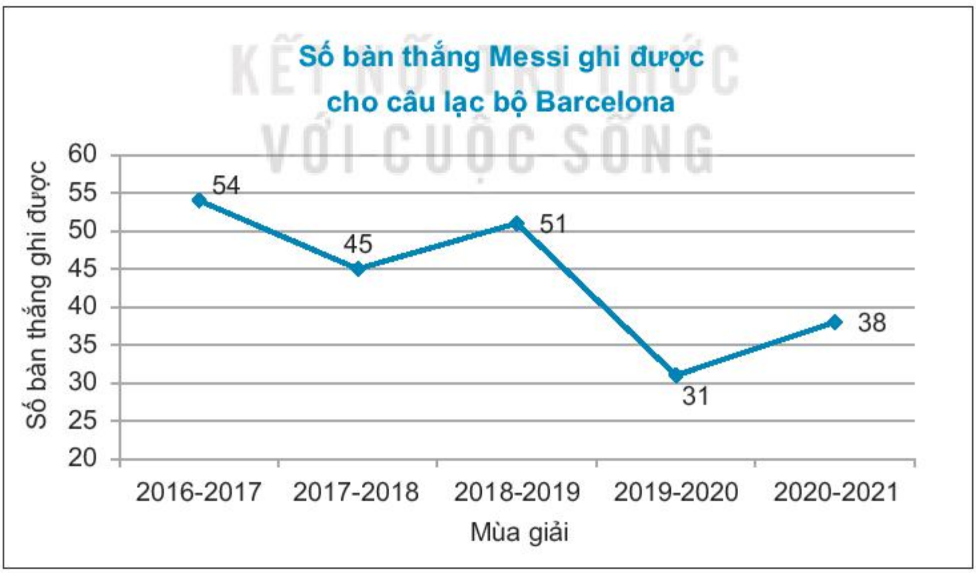


Hình 5.10

b) Từ biểu đồ ta thấy cân nặng của thai nhi tăng theo thời gian.

BÀI TẬP

5.17. Cho biểu đồ đoạn thẳng Hình 5.11.



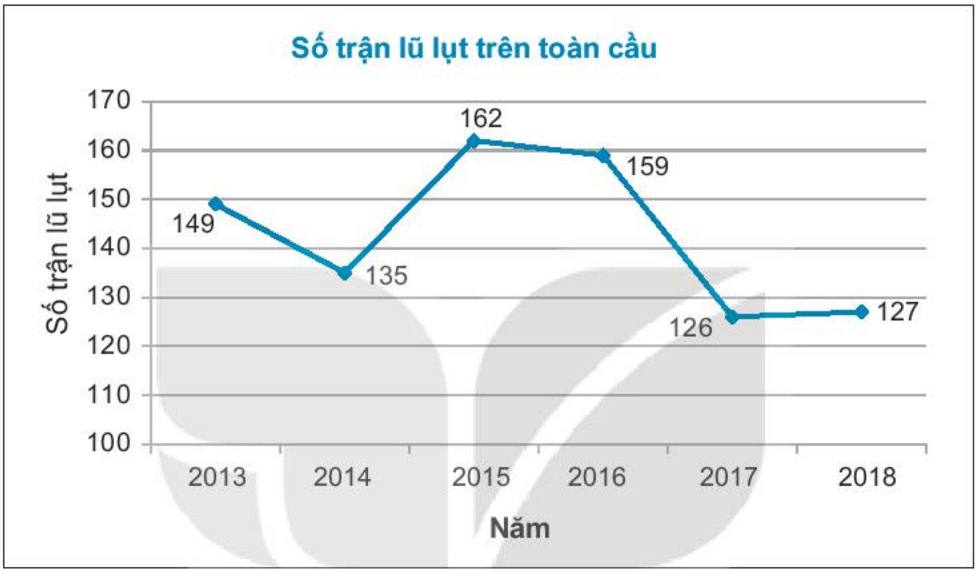
Hình 5.11. (Theo *statista.com*)

a) Biểu đồ đoạn thẳng trên cho ta biết thông tin gì?

b) Mùa giải 2018-2019 Messi ghi được bao nhiêu bàn thắng cho câu lạc bộ Barcelona?

c) Messi đã ghi được tổng cộng bao nhiêu bàn thắng cho câu lạc bộ trong 5 mùa giải?

5.18. Biểu đồ Hình 5.12 cho biết số lần xảy ra lũ lụt trên toàn thế giới trong một số năm gần đây.



Hình 5.12. (Theo *unicef.org*)

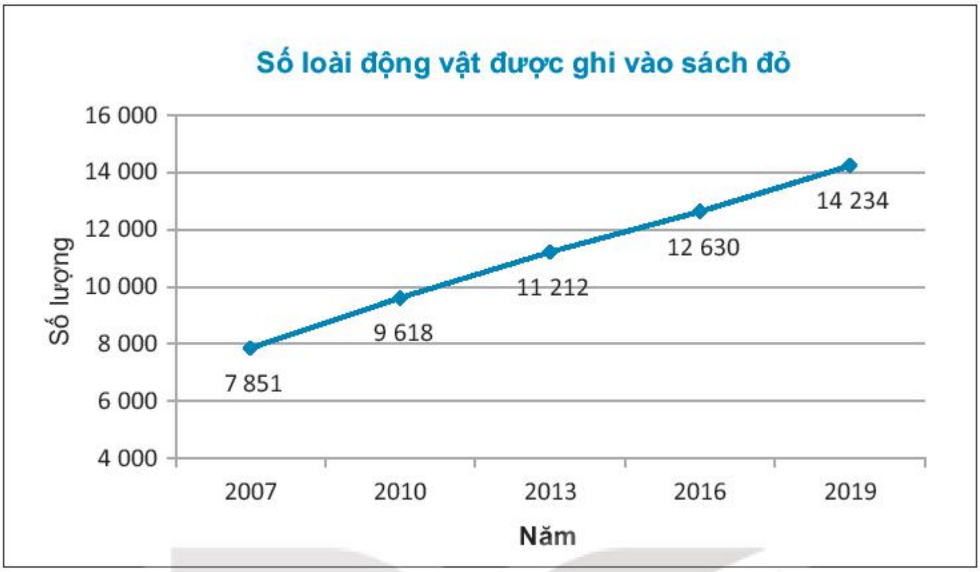
a) Từ năm 2013 đến 2018, năm nào có nhiều lũ lụt nhất, với bao nhiêu trận lũ lụt?

b) Lập bảng thống kê biểu diễn số trận lũ lụt trên toàn cầu theo năm.

5.19. Biểu đồ đoạn thẳng Hình 5.13 cho biết số lượng loài động vật được tổ chức Bảo vệ Thiên nhiên Thế giới (IUCN) ghi vào sách đỏ.

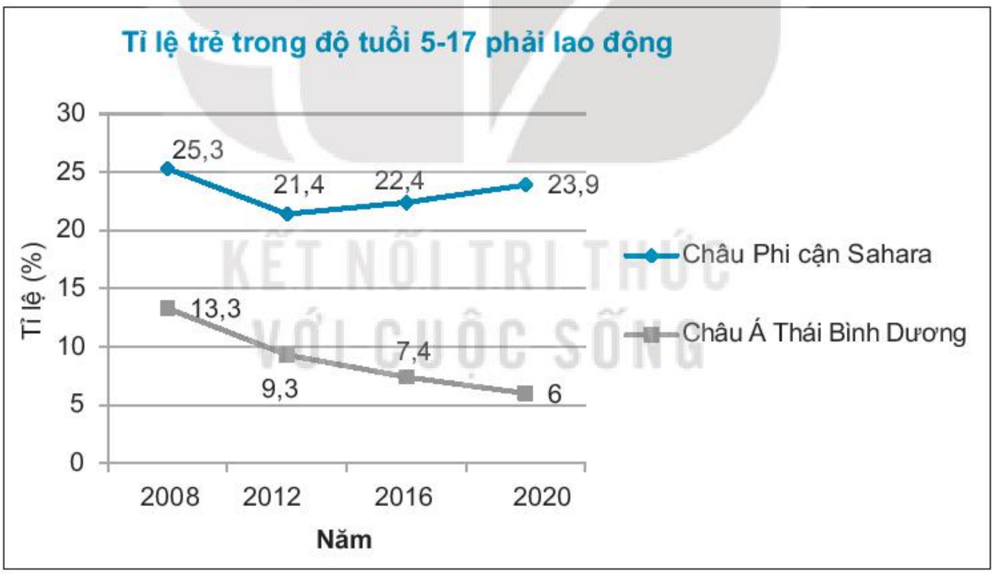
a) Lập bảng phân bố cho biết số loài động vật được IUCN ghi vào sách đỏ theo năm.

b) Cho biết xu thế theo thời gian của số lượng loài động vật được ghi vào sách đỏ.



Hình 5.13. (Theo *statista.com*)

5.20. Cho biểu đồ đoạn thẳng Hình 5.14.

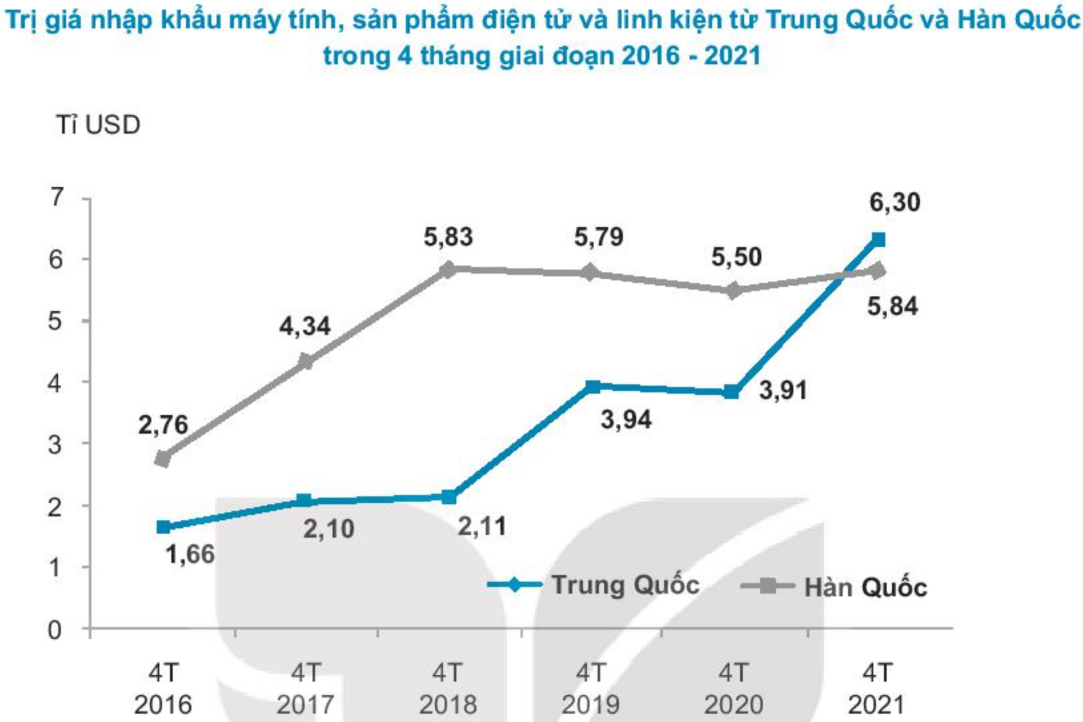


Hình 5.14. (Theo *Tổ chức lao động quốc tế (ILO)*)

a) Biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn những dãy số liệu nào?

b) So sánh tỉ lệ trẻ em độ tuổi 5-17 ở hai khu vực châu Phi cận Sahara và châu Á Thái Bình Dương phải lao động.

5.21. Cho biểu đồ Hình 5.15.



Hình 5.15. (Theo *Tổng cục Hải quan*)

a) Các đường màu xám và màu xanh trong biểu đồ biểu diễn những số liệu nào?

b) Cho biết xu thế về giá trị nhập khẩu máy vi tính, sản phẩm điện tử và linh kiện điện tử từ Trung Quốc?

c) Năm nào trị giá nhập khẩu máy vi tính, sản phẩm điện tử và linh kiện điện tử từ Trung Quốc lớn hơn từ Hàn Quốc.

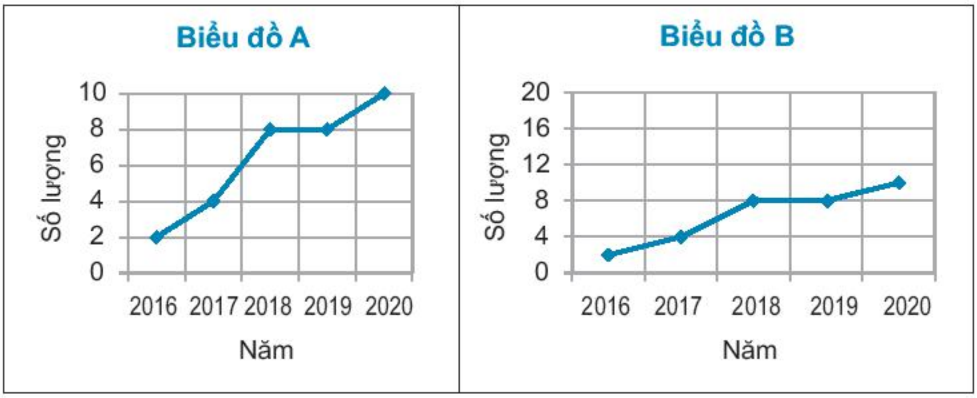
5.22. Số trận động đất trên toàn cầu trong một số năm gần đây được cho trong bảng sau:

Năm	2014	2015	2016	2017	2018
Số trận động đất	26	23	30	22	20

Theo *Quỹ nhi đồng liên hợp quốc (www.data.unicef.org)*

Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu trên.

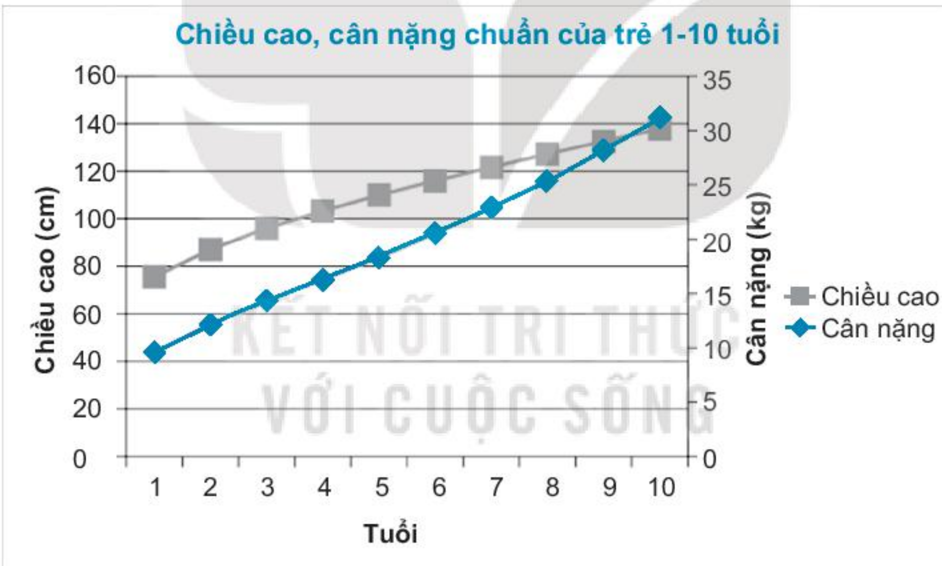
5.23. Cho hai biểu đồ trong Hình 5.16.



Hình 5.16

Hai biểu đồ này có cùng biểu diễn một dãy số liệu? Giải thích.

5.24. Cho biểu đồ trong Hình 5.17.



Hình 5.17

a) Trục đứng bên trái và trục đứng bên phải biểu diễn các đại lượng nào?

b) Hai đường màu xanh và màu xám biểu diễn các số liệu nào?

ÔN TẬP CHƯƠNG V

A CÂU HỎI (TRẮC NGHIỆM)

Tìm câu trả lời *đúng* trong các đáp án đã cho.

1. An hỏi các bạn trong lớp xem bạn nào thuận tay trái, bạn nào thuận tay phải. Như vậy An đã thu thập dữ liệu bằng phương pháp:

A. Quan sát. B. Làm thí nghiệm.

C. Lập bảng hỏi. D. Phỏng vấn.

2. Muốn so sánh các phần trong toàn bộ dữ liệu ta nên dùng:

A. Biểu đồ tranh. B. Biểu đồ cột.

C. Biểu đồ hình quạt tròn. D. Biểu đồ đoạn thẳng.

3. Trong biểu đồ hình quạt tròn, nửa hình tròn biểu diễn

A. 25%. B. 50%.

C. 75%. D. 100%.

4. Trong biểu đồ hình quạt tròn, khẳng định nào sau đây **không** đúng?

A. Hai hình quạt bằng nhau biểu diễn cùng một tỉ lệ.

B. Hình quạt nào lớn hơn biểu diễn số liệu lớn hơn.

C. Cả hình tròn biểu diễn 75%.

D. $\frac{1}{4}$ hình tròn biểu diễn 25%.

5. Để biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian ta dùng

A. Biểu đồ hình quạt tròn.

B. Biểu đồ cột kép.

C. Biểu đồ đoạn thẳng.

D. Biểu đồ tranh.

6. Trong biểu đồ đoạn thẳng, khẳng định nào sau đây **không** đúng?

A. Gốc của trục đứng không nhất thiết phải là 0.

B. Trục ngang biểu diễn thời gian.

C. Giá trị của đại lượng tại một thời điểm có thể biểu diễn bằng dấu chấm tròn, dấu chấm vuông, dấu nhân,...

D. Thời gian trên trục ngang không nhất thiết phải sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

B BÀI TẬP

5.25. An đã hỏi một số bạn trong trường về hoạt động chiếm nhiều thời gian nhất trong tuần đầu tháng 6 vừa qua và thu được dữ liệu sau (D: Đi du lịch, C: Chơi thể thao, H: Học thêm, L: Làm việc nhà)

HDHDDCDDHDCDCCDHDHDCDDCLDCLDLDLDDLCCDDCD

a) An đã dùng phương pháp thu thập dữ liệu nào: quan sát, làm thí nghiệm, lập bảng hỏi hay phỏng vấn?

b) Dữ liệu thu được thuộc loại nào?

c) Hoàn thiện bảng thống kê sau vào vở.

Hoạt động	Đi du lịch	Chơi thể thao	Học thêm	Làm việc nhà
Số bạn	20	?	?	?

d) Hoàn thiện biểu đồ hình quạt tròn Hình 5.18 vào vở.

Hình 5.18

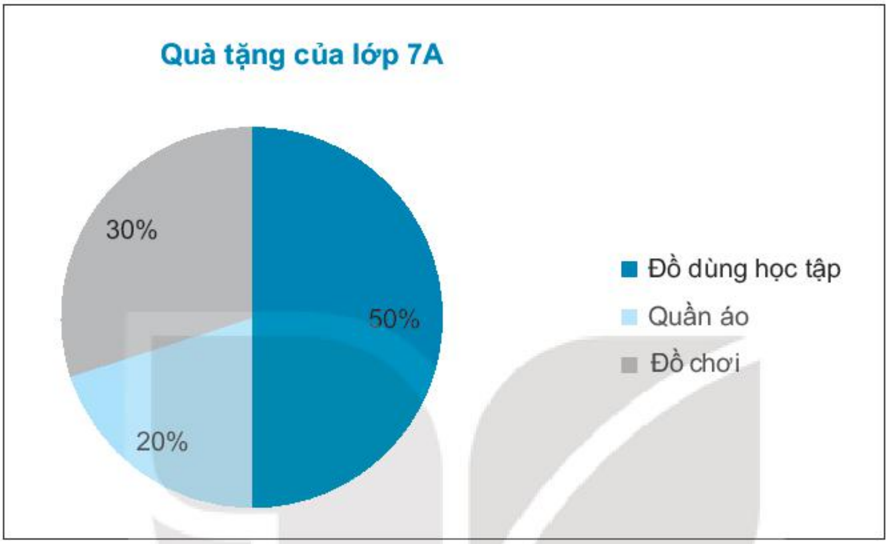
5.26. Minh làm bài kiểm tra trình độ tiếng Anh trên mạng Internet 6 lần và ghi lại kết quả (tỉ lệ số câu đúng) như sau:

Lần	1	2	3	4	5	6
Kết quả (%)	20	60	80	90	95	97

a) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu trên.

b) Nhận xét về sự tiến bộ của Minh sau mỗi lần làm bài.

5.27. Nhà trường vận động mỗi bạn tặng một món quà cho các bạn học sinh vùng lũ lụt. Biểu đồ Hình 5.19 biểu diễn tỉ lệ học sinh lớp 7A tặng các món quà khác nhau.



Hình 5.19

Lớp 7A có 40 học sinh. Tính số học sinh tặng từng loại món quà.

5.28. Đóng góp trực tiếp (đơn vị là tỉ đô la) của ngành du lịch cho GDP toàn cầu từ năm 2015 đến năm 2019 được cho trong bảng thống kê sau:

Năm	2015	2016	2017	2018	2019
Lượng đóng góp	2,3	2,4	2,4	2,6	2,9

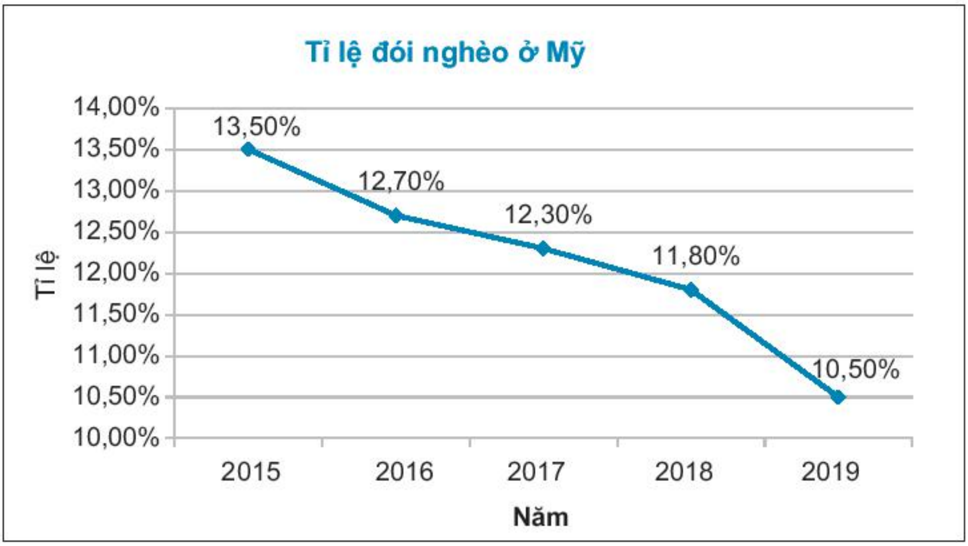
Theo *www.statista.com*

a) Lượng đóng góp trực tiếp của ngành du lịch cho GDP toàn cầu thuộc loại dữ liệu nào?

b) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn bảng số liệu trên.

c) Cho biết xu thế về đóng góp trực tiếp của du lịch cho GDP toàn cầu trong thời gian này.

5.29. Tỉ lệ đói nghèo tính trên tổng số dân của Mỹ trong các năm từ 2015 đến 2019 được cho trong biểu đồ Hình 5.20.



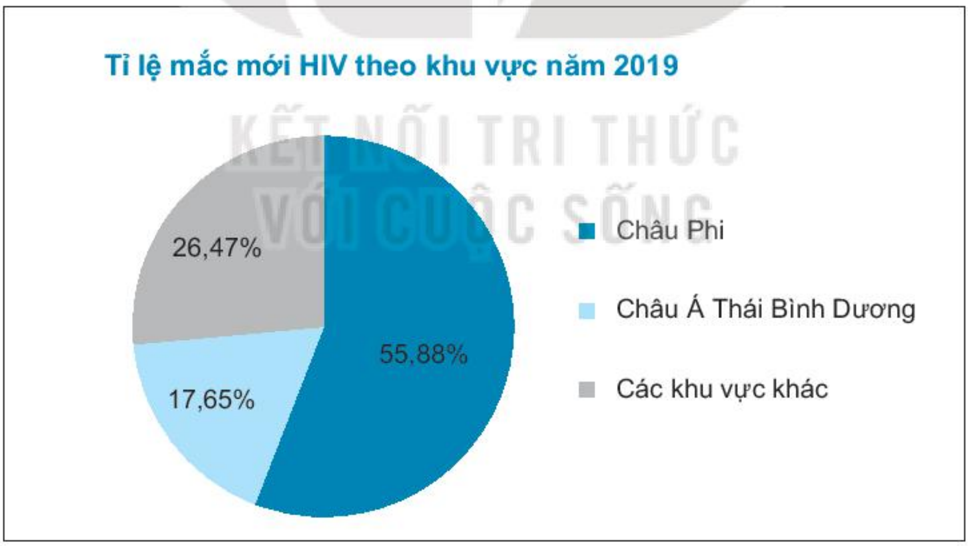
Hình 5.20. (Theo *www.statista.com*)

a) Cho biết xu thế của tỉ lệ đói nghèo tại Mỹ trong thời gian trên.

b) Lập bảng thống kê biểu diễn số liệu biểu diễn trong biểu đồ.

c) Năm 2019 dân số Mỹ là 328 triệu người (theo *World Bank*), tính số người đói nghèo ở Mỹ.

5.30. Cho biểu đồ Hình 5.21.

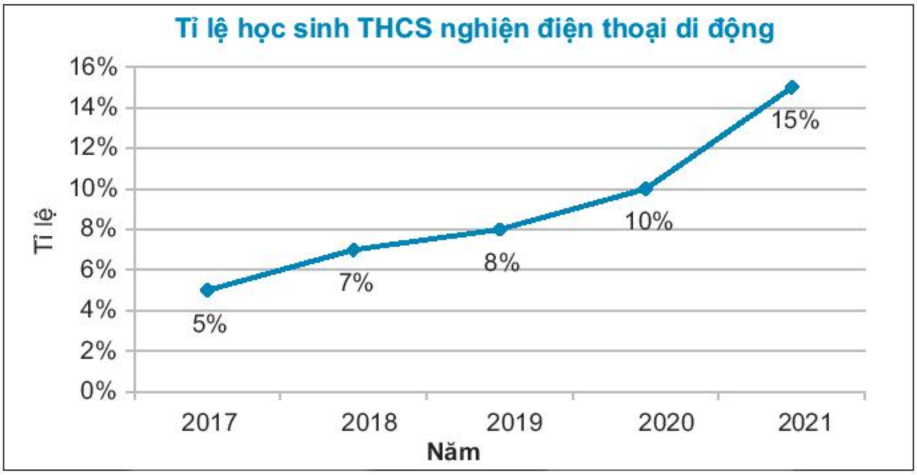


Hình 5.21. (Theo *statista.com*)

a) Lập bảng thống kê biểu diễn tỉ lệ mắc mới HIV theo vùng năm 2019.

b) Năm 2019, thế giới có 1 700 ca mắc mới HIV. Số lượng mắc mới HIV của mỗi khu vực trên khoảng bao nhiêu người?

5.31. Một nghiên cứu đã đưa ra tỉ lệ học sinh cấp THCS nghiện điện thoại di động trong những năm gần đây như biểu đồ Hình 5.22.

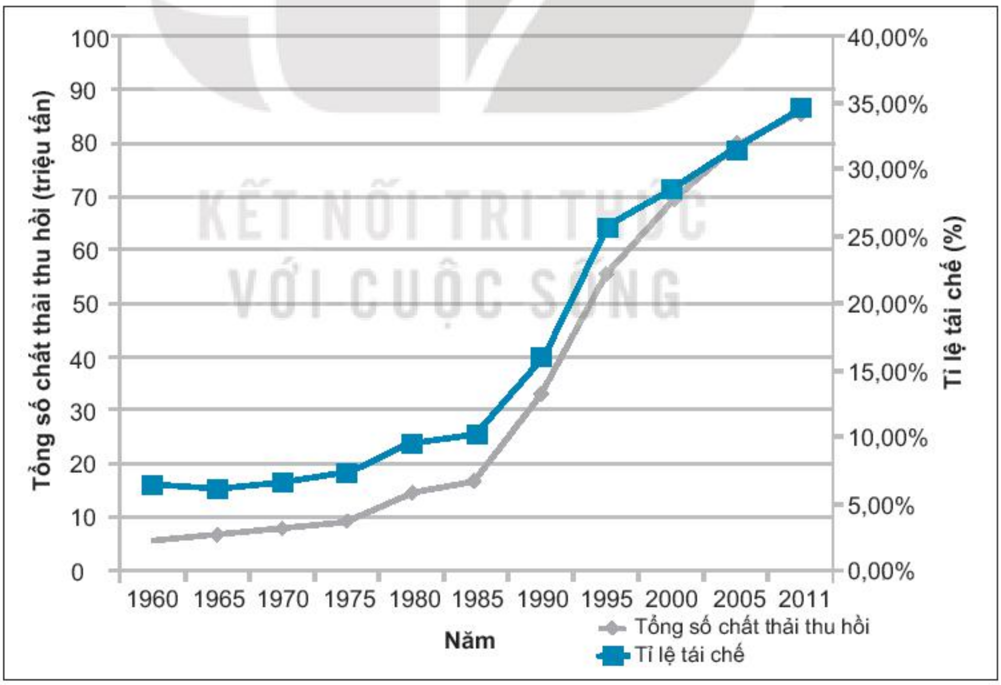


Hình 5.22

a) Trục đứng biểu diễn đại lượng gì? Dữ liệu về đại lượng này thuộc loại nào?

b) Năm 2021, một trường THCS có 1 000 học sinh. Hãy ước lượng số học sinh nghiện điện thoại di động của trường.

5.32. Cho biểu đồ Hình 5.23.



Hình 5.23. Tỉ lệ tái chế chất thải ở Hoa Kỳ (Theo *US EPA*)

a) Các đường màu xanh, màu xám biểu diễn những dãy số liệu nào?

b) Mỗi trục đứng bên trái, bên phải biểu diễn giá trị ứng với đường nào?

LỜI GIẢI - HƯỚNG DẪN - ĐÁP SỐ

CHƯƠNG I. SỐ HỮU TỈ

BÀI 1. TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

1.1. Câu a, b đúng; câu c, d, e sai.

1.2. $-7 \notin \mathbb{N};\ -7 \in \mathbb{Z};\ -7 \in \mathbb{Q};\ \dfrac{-3}{5} \notin \mathbb{Z};\ \dfrac{-3}{5} \in \mathbb{Q}$.

1.3. a) nối với 3); b) nối với 2); c) nối với 1) và d) nối với 4).

1.4. *HD:* a) So sánh qua số trung gian là 0, ta có $-\dfrac{57}{2\,021} < \dfrac{1}{6\,345}$.

b) Quy đồng mẫu, ta có $\dfrac{-19}{35} > \dfrac{-13}{21}$.

c) Đưa về cùng tử số, ta có $\dfrac{6}{73} < \dfrac{9}{82}$.

1.5. Ta có $0{,}125 = \dfrac{1}{8};\ 0{,}004 = \dfrac{1}{250}$.

Từ $\dfrac{1}{250} < \dfrac{1}{125} < \dfrac{1}{60} < \dfrac{1}{15} < \dfrac{1}{8} < \dfrac{1}{4}$ nên

$0{,}004 < \dfrac{1}{125} < \dfrac{1}{60} < \dfrac{1}{15} < 0{,}125 < \dfrac{1}{4}$.

1.6. $A\left(\dfrac{-1}{2}\right), B\left(\dfrac{-1}{3}\right), C\left(\dfrac{1}{3}\right), D\left(\dfrac{7}{6}\right)$.

1.7. Ta có BCNN (2, 5) = 10 nên $-\dfrac{4}{5} = -\dfrac{8}{10};\ \dfrac{1}{2} = \dfrac{5}{10}$.

Ta chia đoạn thẳng đơn vị thành 10 phần bằng nhau, lấy một đoạn làm đơn vị mới (đơn vị mới bằng $\dfrac{1}{10}$ đơn vị cũ) (H.1.5). Khi đó ta có biểu diễn các số hữu tỉ trên như sau:

Hình 1.5

1.8. Chẳng hạn, hai phân số $\frac{-2}{7}$ và $\frac{-1}{7}$.

1.9. Ta có:

$$\frac{25}{33} < \frac{30}{35} < \frac{34}{36} < \frac{36}{34} < \frac{37}{34}.$$

Vậy mùa giải 2016-2017, hiệu suất ghi bàn của Messi là tốt nhất.

Bài 2. CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

1.10.

$$\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{-1}{4}$$

$$\frac{5}{12} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{-1}{3}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{-1}{12} \quad \frac{-1}{4}$$

$$\frac{-1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{-1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{-1}{2}$$

1.11.

$-\frac{1}{32}$	$\times$	4	=	$-\frac{1}{8}$
:		$\times$		:
–8	:	$-\frac{1}{2}$	=	16
=		=		=
$\frac{1}{256}$	$\times$	–2	=	$-\frac{1}{128}$

1.12. *HD:* a) Bạn Vuông tính giá trị của biểu thức lần lượt theo từng phép tính.

Bạn Tròn vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp, tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng để tính.

b) Nên làm theo cách của bạn Tròn vì cách đó tính sẽ nhanh hơn.

1.13. a) $A = \left(-\frac{1}{5} + \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{4}{5} + \left(-\frac{4}{5} + \frac{4}{7}\right) \cdot \frac{4}{5} = \left[-\frac{1}{5} + \frac{3}{7} + \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{4}{7}\right] \cdot \frac{4}{5}$

$$= \left\{\left[\left(-\frac{1}{5}\right) + \left(-\frac{4}{5}\right)\right] + \left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7}\right)\right\} \cdot \frac{4}{5} = (-1+1) \cdot \frac{4}{5} = 0 \cdot \frac{4}{5} = 0.$$

b) $B = 2\,022{,}2021 \cdot \left[1\,954{,}1945 + (-1\,954{,}1945)\right] = 2\,022{,}2021 \cdot 0 = 0.$

1.14. a) $2{,}2 - (3{,}3 + 4{,}4 - 5{,}5) + 6{,}6 = 6{,}6$;

b) $2{,}2 - (3{,}3 + 4{,}4 - 5{,}5 + 6{,}6) = -6{,}6.$

1.15. 22,6875 cm.

1.16. Mật độ dân số trên 1 km^2 của Monaco là:

$$38\,900 : 2{,}1 \approx 18\,524 \text{ (người/km}^2\text{)}.$$

BÀI 3. LUỸ THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ

1.17. $0{,}000000000000000000000001 = \frac{1}{10^{24}} = \left(\frac{1}{10}\right)^{24}.$

1.18. a) 15^3; b) $\left(\frac{3}{2}\right)^5$.

1.19. 0,00074.

1.20. a) $\frac{5}{4}$; b) 5.

1.21. Các quốc gia theo thứ tự có số dân từ lớn đến bé là: Trung Quốc, Ấn Độ, Hoa Kỳ, Nhật Bản, Việt Nam, Pháp, Hàn Quốc, Cu Ba, Brunei.

1.22. a) 3; b) 9.

1.23. a) $(-5)^7 = (-5)^6 \cdot (-5) = 15\,625 \cdot (-5) = -78\,125$;

b) $2^{12} = 2^{11} \cdot 2 = 2\,048 \cdot 2 = 4\,096.$

1.24.

2^1	2^8	2^3
2^6	2^4	2^2
2^5	2^0	2^7

1.25. a) Từ $5^n : 5^3 = 5^3$ hay $5^{n-3} = 5^3$. Suy ra $n - 3 = 3$ hay $n = 6$.

b) $3^n = 324 : 4$ hay $3^n = 81 = 3^4$. Suy ra $n = 4$.

1.26. Ta có: $A = \dfrac{\left(3^3\right)^{10} + \left(3^2\right)^5}{\left(3^2\right)^{13} + \left(3^3\right)^2} = \dfrac{3^{30} + 3^{10}}{3^{26} + 3^6} = \dfrac{3^{10}\left(3^{20} + 1\right)}{3^6\left(3^{20} + 1\right)} = \dfrac{3^{10}}{3^6} = 3^4 = 81.$

BÀI 4. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH. QUY TẮC CHUYỂN VẾ

1.27. a) $A = 0$; b) $D = -1$.

1.28. a) $x = \dfrac{13}{10}$; b) $x = -\dfrac{29}{16}$.

1.29. Ta có: $\left(\dfrac{1}{81} - \dfrac{3}{162}\right) \cdot \dfrac{81}{17} + \dfrac{35}{34} = \left(\dfrac{2}{162} - \dfrac{3}{162}\right) \cdot \dfrac{81}{17} + \dfrac{35}{34}$

$$= \frac{-1}{162} \cdot \frac{81}{17} + \frac{35}{34} = \frac{-1}{34} + \frac{35}{34} = 1;$$

$$\left(\frac{9}{51} + \frac{7}{102}\right) \cdot \frac{102}{5} + 2\,017 = \left(\frac{18}{102} + \frac{7}{102}\right) \cdot \frac{102}{5} + 2\,017$$

$$= \frac{25}{102} \cdot \frac{102}{5} + 2\,017 = 5 + 2\,017 = 2\,022.$$

Vậy $A = \dfrac{1}{2\,022}$.

1.30. a) $x = 0{,}12$; b) $x = \dfrac{1}{5}$.

1.31. 2,2 kg.

ÔN TẬP CHƯƠNG I

A – Câu hỏi (trắc nghiệm)

1. D; **2.** C; **3.** A; **4.** D; **5.** C.

B – Bài tập

1.32. a) 3; b) 2 022.

1.33. a) $x = 0,7^4$; b) $x = (-0,5)^5$.

1.34. a) $a^8 = a^3 \times a^5$; b) $a^8 = (a^2)^4$; c) $a^8 = a^{10} : a^2$.

1.35. Mộc tinh có đường kính lớn nhất. Thuỷ tinh có đường kính nhỏ nhất.

1.36. Để làm một cái bánh thì lượng bột cần là:

$$1\frac{3}{4} : 24 = \frac{7}{4} : 24 = \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{24} = \frac{7}{96} \text{ (cốc bột).}$$

Vậy để làm được 8 chiếc bánh, An cần lượng bột là:

$$\frac{7}{96} \cdot 8 = \frac{7}{12} \text{ (cốc bột).}$$

1.37. Ta có: $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 16^2 + 18^2$

$$= 2^2 \cdot 1 + 2^2 \cdot 2^2 + 2^2 \cdot 3^2 + \dots + 2^2 \cdot 8^2 + 2^2 \cdot 9^2$$

$$= 2^2\left(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 8^2 + 9^2\right) = 4 \cdot 285 = 1\,140.$$

1.38. $A = \dfrac{\left(5^2\right)^6 + 5^4}{\left(5^2\right)^5 + 5^2} = \dfrac{5^{12} + 5^4}{5^{10} + 5^2} = \dfrac{5^4\left(5^8 + 1\right)}{5^2\left(5^8 + 1\right)} = \dfrac{5^4}{5^2} = 5^2 = 25.$

CHƯƠNG II. SỐ THỰC

BÀI 5. LÀM QUEN VỚI SỐ THẬP PHÂN VÔ HẠN TUẦN HOÀN

2.1. Viết các phân số đã cho dưới dạng tối giản và có mẫu dương:

$$\frac{21}{60} = \frac{7}{20}; \quad \frac{-8}{125}; \quad \frac{28}{-63} = -\frac{4}{9}; \quad \frac{37}{800}.$$

Vì 9 có ước nguyên tố là 3 (khác 2 và 5) nên $\frac{28}{-63}$ viết được thành số thập phân vô hạn tuần hoàn.

2.2. Ta có $2,75 = \frac{275}{100} = \frac{11}{4}$.

2.3. Đặt tính chia để viết các phân số dưới dạng số thập phân ta được kết quả là: 1) nối với b); 2) nối với c); 3) nối với d); 4) nối với a).

2.4. Ta có $\boldsymbol{A} = \left\{\frac{-19}{50}; \frac{7}{20}; \frac{13}{4}\right\}$ và $\boldsymbol{B} = \left\{\frac{-1}{18}; \frac{13}{15}; \frac{11}{6}\right\}$.

2.5. Ta có 3,(5) = 3 + 0,(5). Đặt x = 0,(5) thì $10x$ = 5,(5) = 5 + x nên $9x$ = 5 vậy $x = \frac{5}{9}$. Do đó $3,(5) = 3 + \frac{5}{9} = \frac{32}{9}$.

2.6. Đặt tính chia 1 : 7 ta được $\frac{1}{7}$ = 0,(142857). Chu kì của số này gồm 6 chữ số. Mặt khác vì 105 : 6 = 17 (dư 3) nên chữ số thứ 105 sau dấu phẩy của số 0,(142857) là 2 (chữ số thứ ba của chu kì).

2.7. Ta có 1,(3) = 1 + 0,(3). Đặt x = 0,(3) thì $10x$ = 3,(3) = 3 + x nên $9x$ = 3 vậy $x = \frac{1}{3}$. Do đó $1,(3) = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$. Vì vậy $1 : 1,(3) = 1 : \frac{4}{3} = \frac{3}{4}$ = 0,75. Chọn (D).

2.8. a) Làm tròn a đến hàng phần mười ta được 2,4798 ≈ 2,5. Vậy a' = 2,5 và $a < a'$. Để làm tròn b với độ chính xác 0,5 ta phải làm tròn số này đến hàng đơn vị: 3,(8) ≈ 4. Vậy b' = 4 và $b < b'$.

b) Ta có a < 2,5; b < 4 (và a, b dương) nên $a \cdot b$ < 10 < 10,2(3).

Vì vậy kết luận 2,4798 · 3,(8) = 10,2(3) không đúng.

2.9. Số a không là số thập phân vô hạn tuần hoàn. Bởi nếu a là số thập phân vô hạn tuần hoàn thì $\sqrt{2} = 1,4142135623730950488\ldots$ cũng là số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kì trùng với chu kì của số a. Điều này vô lí, vì ta đã biết $\sqrt{2}$ là số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

BÀI 6. SỐ VÔ TỈ. CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

2.10. Chỉ các số không âm mới có căn bậc hai (số học). Vì vậy trong các số đã nêu, các số có căn bậc hai số học là 0,9; 11; $\frac{4}{5}$ và π.

2.11. Số âm không có căn bậc hai nên C sai; căn bậc hai số học là số không âm nên B sai. Vì $0,01^2 = 0,0001 \neq 0,1$ nên A sai. D đúng vì $0,2^2 = 0,04$.

2.12. Ta có $\sqrt{\frac{3^2}{7^2}} = \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2} = \frac{3}{7}$; $\frac{39}{91} = \frac{3.13}{7.13} = \frac{3}{7}$.

Ngoài ra $\frac{\sqrt{3^2} + \sqrt{39^2}}{\sqrt{7^2} + \sqrt{91^2}} = \frac{3+39}{7+91} = \frac{42}{98} = \frac{3}{7}$;

$$\frac{\sqrt{3^2} - \sqrt{39^2}}{\sqrt{7^2} - \sqrt{91^2}} = \frac{3-39}{7-91} = \frac{-36}{-84} = \frac{3}{7}.$$

Do đó cả bốn số đã cho đều bằng $\frac{3}{7}$.

2.13. Các số $-\frac{16}{3}$; $\sqrt{36} = 6$; $\sqrt{0,01} = 0,1$ đều là số hữu tỉ. Số 47 là số tự nhiên không chính phương nên $\sqrt{47}$ là số vô tỉ. Các số -2π; $2+\sqrt{7}$ cũng là số vô tỉ. Thật vậy, vì π là số vô tỉ nên -2π là số vô tỉ. Tương tự, vì 7 là số tự nhiên không chính phương nên $\sqrt{7}$ là số vô tỉ, do đó $2+\sqrt{7}$ cũng là số vô tỉ.

2.14. Có $a = 0,777\ldots = 0,(7)$ là số thập phân vô hạn tuần hoàn nên a là số hữu tỉ; c là phân số nên c là số hữu tỉ; $d = \sqrt{(-7)^2} = \sqrt{7^2} = 7$ cũng là số hữu tỉ.

Số $b = 0,70700700070000\ldots$ được tạo thành bằng cách viết liên tiếp các số 70; 700; 7 000; ... sau dấu phẩy. Số b là số vô tỉ, vì nếu ngược lại thì b là số thập phân vô hạn tuần hoàn. Gọi n là số chữ số của chu kì và m là số chữ số thập phân đứng trước chu kì. Trong dãy 70; 700; 7 000; ... đến một lúc nào đó sẽ gặp số $7\underbrace{000\ldots0}_{\substack{n+m \\ \text{chữ số } 0}}$, nghĩa là trong phần thập phân của số b có $n + m$ chữ số 0 đứng cạnh nhau, suy ra chu kì của số b gồm toàn chữ số 0, do đó b là số thập phân hữu hạn. Vô lí.

Vậy trong các số đã cho chỉ có b là số vô tỉ.

2.15. Ta có $81 = 9^2$; $8\,100 = 90^2$; $0,81 = 0,9^2$ nên căn bậc hai số học của các số đã cho lần lượt là 9; 90; 0,9; 81.

2.16. Ta có $961 = 31^2; 1\,024 = 32^2$

nên $a = 31 + \frac{1}{\sqrt{962}} > 31 + \frac{1}{\sqrt{1\,023}} = \sqrt{1\,024} + \frac{1}{\sqrt{1\,023}} - 1 = b.$

Suy ra $a > b$.

2.17. Ta đã biết $\sqrt{2} = 1,4142135623730\ldots$ nên $a = 2,4142135623730\ldots$.
Do đó:

a) Nếu làm tròn đến hàng phần trăm thì $a \approx 2,41$;

b) Nếu làm tròn đến chữ số thập phân thứ năm thì $a \approx 2,41421$;

c) Để kết quả có độ chính xác 0,0005 ta phải làm tròn số a đến hàng phần nghìn, như vậy: $a \approx 2,414$.

2.18. Từ định nghĩa căn bậc hai số học ta có $\sqrt{x+8} \geq 0$ (căn bằng 0 chỉ khi $x + 8 = 0$). Suy ra biểu thức đã cho có giá trị nhỏ nhất bằng -7 (đạt khi $x = -8$).

2.19. Ta có $\sqrt{x-6} \geq 0$ suy ra $3 - \sqrt{x-6} \leq 3$. Do đó, biểu thức đã cho có giá trị lớn nhất bằng 3 (đạt được khi $x = 6$).

2.20. Ta thấy biểu thức đã cho có tử và mẫu đều là số dương, tử số là 4 không đổi, do đó biểu thức có giá trị lớn nhất khi mẫu số nhỏ nhất. Chú ý rằng $\sqrt{2-x} \geq 0$, suy ra $3 + \sqrt{2-x} \geq 3$, do đó $\dfrac{4}{3+\sqrt{2-x}} \leq \dfrac{4}{3}$. Vậy biểu thức đã cho có giá trị lớn nhất là $\dfrac{4}{3}$ (đạt được khi $x = 2$).

2.21. Nếu $x = \dfrac{\sqrt{n}-1}{2}$ là số nguyên thì $\sqrt{n} = 2x + 1$ là số tự nhiên lẻ. Nếu $n < 45$ thì $\sqrt{n} < \sqrt{49}$ suy ra $2x + 1$ phải là số tự nhiên lẻ nhỏ hơn 7. Từ đó $2x + 1 \in \{1; 3; 5\}$ suy ra $\sqrt{n} \in \{1; 3; 5\}$. Do đó $n \in \{1; 9; 25\}$.

BÀI 7. TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC

2.22. D là khẳng định sai.

2.23. Vì $2 = \dfrac{2}{1}$ nên 2 là số hữu tỉ, do đó b) sai. Vì $\sqrt{-2}$ không tồn tại nên c) sai. Vì $\sqrt{4}$ không phải là số vô tỉ nên d) sai. Khẳng định a) đúng.

2.24. $2,1;\ 0,(1);\ -\dfrac{2}{\pi};\ -3 + \sqrt{2}$.

2.25. Ta có: $\sqrt{2} = 1,4142135623730\ldots > 1,4142 > 1,414141\ldots = a$.
Vậy $a < \sqrt{2}$.

2.26. Ta có: 1,7(5) = 1,75555...< 2 nên $-2 < -1,7(5) < 0$.

Mặt khác ta có:

$$\sqrt{5} < \sqrt{9} = 3 < \pi = 3,14159\ldots < 3,(142857) = \frac{22}{7}.$$

Vậy các số thực đã cho sắp theo thứ tự từ bé đến lớn là:

$$-2;\ -1,7(5);\ 0;\ \sqrt{5};\ \pi;\ \frac{22}{7}.$$

2.27. Có hai số thực có giá trị tuyệt đối bằng 1,6(7). Các số thực đó là $x_1 = -1,6(7)$; $x_2 = 1,6(7)$.

Dễ thấy 1,6(7) < 2 < 2,(1) nên $-2 < -1,6(7) < 1,6(7) < 2,1$ hay $-2 < x_1 < x_2 < 2,(1)$. Do đó, trên trục số điểm biểu diễn các số thực tìm được nằm trong khoảng giữa hai điểm -2 và 2,(1).

2.28. a) $-1,3(51)$ có dấu âm và $\left|-1,3(51)\right| = 1,3(51)$.

b) $1 < \sqrt{2}$ nên $1 - \sqrt{2}$ có dấu âm và $\left|1 - \sqrt{2}\right| = \sqrt{2} - 1$;

c) Có $3 > \sqrt{2}$ và $2 < \sqrt{5}$ nên $\left(3 - \sqrt{2}\right)\left(2 - \sqrt{5}\right)$ có dấu âm

và $\left|\left(3 - \sqrt{2}\right)\left(2 - \sqrt{5}\right)\right| = \left(3 - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5} - 2\right)$.

2.29. Muốn ước lượng giá trị thập phân của $\sqrt{3}$ với độ chính xác 0,05 ta phải làm tròn số đó đến hàng phần mười.

Trong Ví dụ 3 (trang 32), ta đã thấy $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$. Cần xét xem $\sqrt{3}$ gần với 1,7 hay 1,8 hơn. Muốn vậy ta xét số $\dfrac{1,7 + 1,8}{2} = 1,75$, điểm biểu diễn số 1,75 cách đều 1,7 và 1,8.

Ta có $(1,75)^2 = 3,0625$, do đó $3 < (1,75)^2$ nên $\sqrt{3} < \sqrt{(1,75)^2}$,

suy ra $\sqrt{3}$ < 1,75. Từ đó $1,7 < \sqrt{3} < 1,75$. Vì vậy $\sqrt{3}$ gần 1,7 hơn so với 1,8.

Kết luận: Làm tròn giá trị thập phân của $\sqrt{3}$ đến hàng phần mười (có độ chính xác 0,05) ta được $\sqrt{3} \approx 1,7$.

2.30. Ta có $6 = \sqrt{36} > \sqrt{35}$ suy ra $6 - \sqrt{35} > 0$, do đó

$$\left|6 - \sqrt{35}\right| + 5 + \sqrt{35} = \left(6 - \sqrt{35}\right) + 5 + \sqrt{35} = 11.$$

2.31. b) và d).

2.32. a) $\sqrt{0,25}-\sqrt{0,49}=\sqrt{(0,5)^2}-\sqrt{(0,7)^2}=0,5-0,7=-0,2.$

b) $0,2.\sqrt{100}-\sqrt{0,25}=0,2\,.10-0,5=2-0,5=1,5.$

2.33. Ta thấy $100a=12,(12)=12+a$ nên $99a=12$, suy ra $a=\dfrac{12}{99}$.

Tương tự, $b=0,1+0,0(21)=\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10}\cdot 0,(21)$.

Đặt $x=0,(21)$ thì $100x=21,(21)=21+x$ suy ra $x=\dfrac{21}{99}$

và $b=\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10}\cdot\dfrac{21}{99}=\dfrac{1}{10}\cdot\left(1+\dfrac{21}{99}\right)=\dfrac{1}{10}\cdot\dfrac{120}{99}=\dfrac{12}{99}$.

Do đó $a=b$.

2.34. Ta có $x^2+1\geq 1$ suy ra $A=2+3\sqrt{x^2+1}\geq 2+3\sqrt{1}=5$. Giá trị nhỏ nhất bằng 5 (đạt được khi $x=0$).

2.35. Xét các điểm biểu diễn số thực x trên trục số. Biểu thức đã cho đúng bằng tổng các khoảng cách từ x tới hai điểm 1 và 3. Nếu x nằm ngoài đoạn giữa 1 và 3 thì tổng hai khoảng cách trên lớn hơn khoảng cách giữa 1 và 3; Nếu x nằm trong đoạn giữa 1 và 3 thì tổng hai khoảng cách nói trên đúng bằng khoảng cách giữa 1 và 3. Vì vậy, biểu thức *B* đã cho có giá trị nhỏ nhất là 2 (đạt được khi $1\leq x\leq 2$).

2.36. Xét hai trường hợp:

Nếu $x+y\geq 0$ thì $|x+y|=x+y\leq |x|+|y|$ (vì $x\leq |x|$ với mọi số thực x).

Nếu $x+y<0$ thì $|x+y|=-x-y\leq |-x|+|-y|=|x|+|y|$.

Vậy với mọi $x, y\in\mathbb{R}$, ta luôn có $|x+y|\leq |x|+|y|$.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

A – Câu hỏi (trắc nghiệm)

1. Ta thấy $512=2^9$ nên mẫu của các phân số trong A và D không có ước nguyên tố nào khác 2, vì vậy các phân số trong A và D viết được thành số thập phân hữu hạn. Mặt khác 528 chia hết cho 3 (tổng các chữ số bằng 15 chia hết cho 3), phân số trong C tối giản, mẫu có ước nguyên tố là 3 (khác 2 và 5) nên phân số này viết được thành số thập phân vô hạn tuần hoàn. Sau cùng, vì $\dfrac{33}{528}=\dfrac{1}{16}$ nên phân số này cũng viết được thành số thập phân hữu hạn. Đáp án đúng là C.

2. *Cách 1:* Đặt tính chia để viết các phân số (cho trong các câu trả lời) thành số thập phân ta thấy B là đáp án đúng.

Cách 2: Ta có $3,(5) = 3 + x$, trong đó x = 0,(5). Suy ra $10x = 5,(5) = 5 + x$ nên $9x = 5$ suy ra $x = \frac{5}{9}$. Do đó $3,(5) = 3 + \frac{5}{9} = \frac{32}{9}$. Đáp án đúng là B.

3. Ta đã biết, căn bậc hai số học của các số tự nhiên không chính phương đều là số vô tỉ nên 17 không phải là bình phương của một số hữu tỉ.

Mặt khác vì 153 = 17 · 9 nên nếu 153 là bình phương của số hữu tỉ x thì $17 \cdot 9 = x^2$, nên $17 = \left(\frac{x}{3}\right)^2$ suy ra 17 là bình phương của số hữu tỉ $\frac{x}{3}$ (vô lí).

Do đó A và B đều sai. Mặt khác, nếu 0,101001000... là bình phương của số hữu tỉ $\frac{p}{q}$ thì $0,101001000... = \frac{p}{q}.\frac{p}{q}$. Suy ra 0,101001000... là số thập phân vô hạn tuần hoàn, vô lí. Do đó D cũng sai. Dễ thấy 15,21 xấp xỉ với 4^2, ta thử $3,9^2$ đúng bằng 15,21. Vì vậy $15,21 = 3,9^2$. Đáp án đúng là C.

4. Ta có $x^2 \geq 0$ nên $x^2 + 16 \geq 16$, do đó $\sqrt{x^2 + 16} - 8 \geq \sqrt{16} - 8 = 4 - 8 = -4$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức bằng –4 (xảy ra khi x = 0). Đáp án đúng là A.

5. Giải tương tự câu 4. Đáp án đúng là C.

6. Ta có $\sqrt{2}.\sqrt{2} = \left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$ nên A sai.

Ta có $\sqrt{2} + \left(-\sqrt{2}\right) = 0$ nên B sai.

Nếu x là một số hữu tỉ, y là một số vô tỉ và giả sử $z = x + y$ là một số hữu tỉ thì suy ra $y = z - x$ là một số hữu tỉ (hiệu của hai số hữu tỉ luôn là số hữu tỉ), trái giả thiết y là số vô tỉ. Vì vậy C đúng.

Ta có $\sqrt{2} : \sqrt{2} = 1$ nên D sai.

Đáp án đúng là C.

7. Ta có $|x| = \begin{cases} x, & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$ nên A, B và C đúng. D sai với mọi $x < 0$.

Chọn D.

8. A sai, khi $x < y$.

B sai, chẳng hạn khi $x = 0; y \neq 0$.

C sai, chẳng hạn khi $x = -y \neq 0$.

D đúng, theo quy tắc cộng hai số trái dấu. Chọn D.

B – Bài tập

2.37. Ước lượng hai thừa số của tích xấp xỉ 6 và 4 nên ước tính giá trị của tích vào khoảng 24, do đó phép tính trên không đúng. Đặt tính ta thấy tích đúng là $9,238 \cdot 3,91 = 23,39058$.

2.38. Ước lượng thừa số thứ hai là 2 nên tích đã cho xấp xỉ bằng 56,2. Kết quả 55,0(7) khác xa với 56,2 nên phép tính trên sai. Có thể tìm giá trị đúng của tích trên như sau: Vì $0,(1) = \frac{1}{9}$ nên $1,(8) = 1 + \frac{8}{9} = \frac{17}{9}$.

Do đó $28,1 \cdot 1,(8) = 28,1 \cdot \frac{17}{9} = 53,0(7)$.

2.39. Đặt $x = 0,(3)$ và $y = 0,(1)$.

Ta có $10y = 1,(1) = 1 + y$ suy ra $9y = 1$ do đó $y = \frac{1}{9}$.

Tương tự ta cũng có $x = \frac{1}{3}$. Từ đó $x^2 = y$ hay $0,(3)^2 = 0,(1)$.

2.40. Ta có: $0,1(235) = 1,(235) : 10 = \left(1 + 0,(235)\right) : 10$.

Đặt $x = 0,(235)$ thì $1\,000x = 235,(235) = 235 + x$, suy ra $999x = 235$ nên $x = \frac{235}{999}$.

Do đó $0,1(235) = \left(1 + \frac{235}{999}\right) : 10 = \frac{1\,234}{9\,990}$.

2.41. Ta có $2,25 - 2,(3) = 0,25 - 0,(3) = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}$.

Đặt tính chia ta được $-\frac{1}{12} = -0,08333...$

Làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn ta được $2,25 - 2,(3) = -0,083$.

2.42. Chỉ cần so sánh $x = 0,0(10)$ với $y = 0,(01)$.

Ta thấy $1\,000x = 10,(10) = 10 + 0,(10) = 10 + 10x$ nên $990x = 10$ suy ra $x = \frac{1}{99}$.

Tương tự $100y = 1,(01) = 1 + y$ suy ra $y = \frac{1}{99}$. Từ đó $x = y$, suy ra $a = b$.

2.43. Số $a = 555\,555$ có tổng các chữ số bằng 30 và 30 chia 9 dư 3 nên a chia 9 dư 3. Nếu $\sqrt{a}$ là số hữu tỉ thì a phải là số chính phương, tức là $a = n^2$ $(n \in \mathbb{N})$. Các số chính phương đầu tiên là 0; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100; 121; 144; 169;... Khi chia các số này cho 9 ta thấy các số dư lần lượt là 0; 4; 0; 7; 7; 1; 0; 4; 0; 7;...Các số dư tuần hoàn với chu kì là 0; 4; 0; 7; 7; 1. Như vậy các số chính phương khi chia cho 9 không bao giờ có dư 3. Từ đó $a = 555\,555$ không phải là số chính phương nên $\sqrt{555\,555}$ là số vô tỉ.

2.44. Chú ý rằng $\underbrace{11...1}_{101 \text{ chữ số } 1}$ có tổng các chữ số bằng 101 và 101 chia 3 dư 2 nên số $\underbrace{11...1}_{101 \text{ chữ số } 1}$ chia 3 dư 2. Mặt khác, bình phương của một số tự nhiên chỉ có thể chia hết cho 3 hoặc chia 3 dư 1, do đó số $\underbrace{11...1}_{101 \text{ chữ số } 1}$ không phải là số chính phương. Vì vậy $\sqrt{\underbrace{11...1}_{101 \text{ chữ số } 1}}$ là số vô tỉ.

2.45. Ta xét các trường hợp sau:

- Nếu $x, y \geq 0$ thì $xy \geq 0$ và $x = |x| = a$; $y = |y| = b$; $|xy| = xy = ab$.
  Do đó $|xy| = ab$.
- Nếu $x, y < 0$ thì $xy > 0$ và $x = -|x| = -a$; $y = -|y| = -b$; $|xy| = xy = (-a)(-b) = ab$.
  Do đó $|xy| = ab$.
- Nếu x, y trái dấu, chẳng hạn $x > 0$ và $y < 0$, thì $xy < 0$
  nên $|xy| = -xy = -a \cdot (-b) = ab$.

  Vậy trong mọi trường hợp, nếu $|x| = a$ và $|y| = b$ thì $|xy| = ab$.

  Chú ý: Kết quả trên cho ta quy tắc xác định giá trị tuyệt đối của một tích $|xy| = |x|\cdot|y|$. Kết hợp với quy tắc xác định dấu của một tích, ta có quy tắc nhân hai số thực sau đây:

  Muốn nhân hai số thực ta nhân các giá trị tuyệt đối của chúng, đặt dấu "+" *hay* dấu "–" trước kết quả tuỳ theo hai số đó cùng dấu hay trái dấu.

  Ví dụ: $3 \cdot (-4) = -|3| \cdot |-4| = -3 \cdot 4 = -12$;

  $(-5) \cdot (-2) = +\,|-5| \cdot |-2| = +\,5 \cdot 2 = 10$.

2.46. *Cách 1:* Ta có

$|x-1| + |x-3| = |x-1| + |3-x| \geq |(x-1) + (3-x)| = |2| = 2 > \sqrt{2}$ nên

không có số thực nào thoả mãn điều kiện đã nêu.

Cách 2: Gọi A và B lần lượt là điểm biểu diễn các số 1 và 3; M là điểm biểu diễn số thực x. Nếu điểm M nằm trong đoạn AB thì $MA + MB = 2$. Nếu M nằm bên trái điểm A thì $MA + MB > AB = 2$. Tương tự nếu điểm M nằm bên phải điểm B thì ta cũng có $MA + MB > 2$.

Do đó trong mọi trường hợp, $MA + MB \geq 2$. Mà $MA = |x - 1|$, $MB = |x - 3|$ nên $|x - 1| + |x - 3| \geq 2 > \sqrt{2}$ đúng với mọi giá trị của x.

2.47. Ta có: $|x - 2| \geq 0$; $|x| + |x - 4| = |x| + |4 - x| \geq |x + 4 - x| = 4$,

suy ra $|x| + |x - 2| + |x - 4| \geq 4$.

2.48. Giả sử x là một số vô tỉ và n là một số nguyên dương. Nếu tích nx là số hữu tỉ thì $x = \dfrac{nx}{n}$ là số hữu tỉ (thương của hai số hữu tỉ là một số hữu tỉ), trái giả thiết x là số vô tỉ. Vì vậy nx phải là số vô tỉ.

Như vậy, $\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$;... đều là số vô tỉ, do đó có vô số số vô tỉ.

2.49. Cả ba kết luận trên đều **sai**.

a) Chẳng hạn, ta có $\sqrt{2}$ và $-\sqrt{2} - 5$ là hai số vô tỉ có tổng bằng -5 là số hữu tỉ.

b) Chẳng hạn, ta có $\sqrt{3}$ và $9 - \sqrt{3}$ là hai số vô tỉ dương, có tổng bằng 9 là số hữu tỉ.

c) Chẳng hạn, ta có $-\sqrt{5}$ và $\sqrt{5} - 8$ là hai số vô tỉ âm, có tổng bằng -8 là số hữu tỉ.

2.50. Chia hình vuông đã cho thành 25 hình vuông nhỏ có cạnh bằng 1. Nếu trong mỗi hình vuông nhỏ chỉ có không quá ba điểm (trong số các điểm đã cho) thì trong hình vuông lớn có không quá $25 \cdot 3 = 75$ (điểm), trái giả thiết trong hình vuông lớn có 76 điểm. Như vậy, có một hình vuông nhỏ (cạnh bằng 1) chứa bốn điểm (trong các điểm đã cho). Hình tròn với đường kính là đường chéo của hình vuông nhỏ này chứa toàn bộ hình vuông nhỏ và có bán kính $\dfrac{\sqrt{2}}{2} < \dfrac{3}{4}$.

CHƯƠNG III. GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

BÀI 8. GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT. TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC

3.1. (H.3.4a) Cặp góc kề bù là $\widehat{yHz}$ và $\widehat{zHx}$.

(H.3.4b) Cặp góc kề bù là $\widehat{EID}$ và $\widehat{DIF}$.

3.2. a) Các cặp góc đối đỉnh là $\widehat{AOB}$ và $\widehat{DOC}$; $\widehat{AOD}$ và $\widehat{BOC}$.

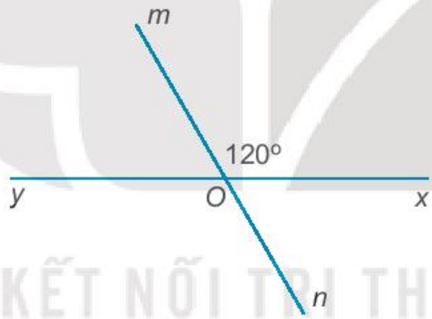
b) Góc kề bù với $\widehat{AOD}$ là $\widehat{AOB}$ và $\widehat{DOC}$.

3.3. (H.3.38).

• Ta có $\widehat{yOm} + \widehat{mOx} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

hay $\widehat{yOm} + 120^\circ = 180^\circ$

do đó $\widehat{yOm} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.



Hình 3.38

• Ta có $\widehat{yOn} = \widehat{mOx} = 120^\circ$ (hai góc đối đỉnh).

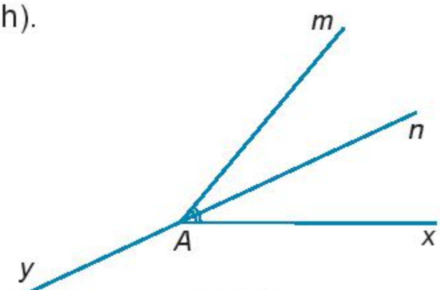
• Ta có $\widehat{xOn} = \widehat{mOy} = 60^\circ$ (hai góc đối đỉnh).

3.4. (H.3.39).

a) Vì tia An là tia phân giác của $\widehat{xAm}$

nên $\widehat{xAn} = \widehat{nAm} = \dfrac{\widehat{xAm}}{2} = \dfrac{50^\circ}{2} = 25^\circ$.

Vậy $\widehat{xAn} = 25^\circ$.



Hình 3.39

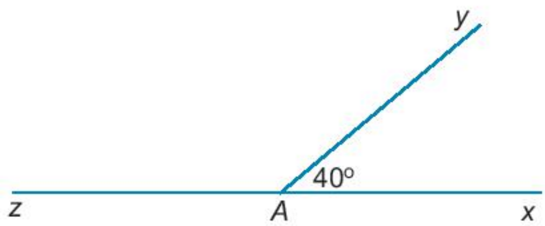
b) Ta có $\widehat{nAm} + \widehat{mAy} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

hay $25^\circ + \widehat{mAy} = 180^\circ$ do đó $\widehat{mAy} = 180^\circ - 25^\circ = 155^\circ$.

3.5. Vì tia Oz là tia phân giác của $\widehat{xOy}$ nên $\widehat{xOz} = \widehat{zOy} = \dfrac{\widehat{xOy}}{2}$.

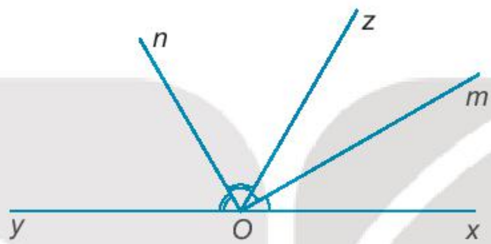
Do đó $\widehat{xOy} = 2 \cdot \widehat{xOz} = 2 \cdot 55^\circ = 110^\circ$.

3.6. (H.3.40).



Hình 3.40

3.7. (H.3.41).



Hình 3.41

a) Vì tia Om là tia phân giác của góc xOz

nên $\widehat{xOm} = \widehat{mOz} = \dfrac{\widehat{xOz}}{2} = \dfrac{60^\circ}{2} = 30^\circ$.

Do đó $\widehat{xOm} = 30^\circ$.

b) Ta có $\widehat{yOz} + \widehat{zOx} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

hay $\widehat{yOz} + 60^\circ = 180^\circ$ do đó $\widehat{yOz} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Tia On là tia phân giác của $\widehat{yOz}$ nên $\widehat{yOn} = \widehat{nOz} = \dfrac{\widehat{yOz}}{2} = \dfrac{120^\circ}{2} = 60^\circ$.

c) Ta có $\widehat{xOm} + \widehat{mOy} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

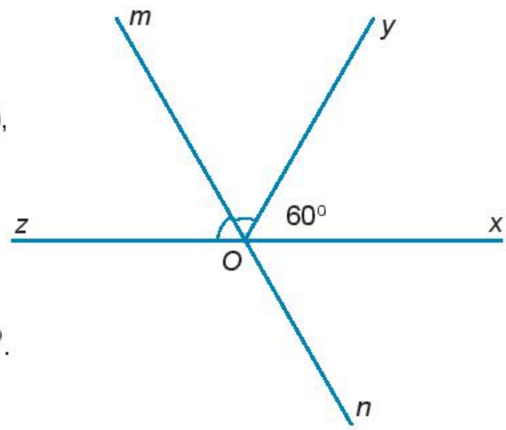
hay $30^\circ + \widehat{mOy} = 180^\circ$ do đó $\widehat{mOy} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

Vì tia On nằm giữa hai tia Oy và Om nên ta có:

$$\widehat{yOn} + \widehat{nOm} = \widehat{yOm} \text{ hay } 60^\circ + \widehat{nOm} = 150^\circ$$

do đó $\widehat{nOm} = 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ$.

3.8. (H.3.42)



Hình 3.42

a) Ta có $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$ (hai góc kề bù),

hay $60^\circ + \widehat{yOz} = 180^\circ$,

do đó $\widehat{yOz} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Tia *Om* là tia phân giác của góc *zOy*

nên $\widehat{zOm} = \widehat{mOy} = \dfrac{\widehat{zOy}}{2} = \dfrac{120^\circ}{2} = 60^\circ$.

Do đó $\widehat{zOm} = 60^\circ$.

b) Ta có $\widehat{xOn} = \widehat{mOz} = 60^\circ$ (hai góc đối đỉnh).

Mặt khác ta có:

– Tia *Ox* nằm giữa hai tia *Oy* và *On*.

– $\widehat{xOy} = \widehat{xOn} = 60^\circ$.

Do đó tia *Ox* là tia phân giác của góc *yOn*.

BÀI 9. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ DẤU HIỆU NHẬN BIẾT

3.9. a) Góc so le trong với góc *NMC* là góc *MCB*.

b) Góc đồng vị với góc *ACB* là góc *ANM*.

Góc đồng vị với góc *AMN* là góc *ABC*.

3.12. Ta có $\widehat{x'AB} = \widehat{ABy} = 60^\circ$.

Hai góc này ở vị trí so le trong nên $xx' // yy'$ (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

3.13. Ta có $a \perp HK$ và $b \perp HK$ nên $a // b$.

3.14. Ta có $\widehat{MNx} = \widehat{PQN}$ (= 45°).

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên $MN // PQ$ (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

3.15. Ta có $EF \perp MH$, $NP \perp MH$ nên $EF // NP$.

3.17. Ta có $\widehat{HKy} + \widehat{yKz} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

hay $130^\circ + \widehat{yKz} = 180^\circ$, do đó $\widehat{yKz} = 180^{o} - 130^{o}$.

Suy ra $\widehat{yKz} = 50^{o}$.

Ta có $\widehat{yKz} = \widehat{KHx}$ ($= 50^{o}$).

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên *Ky // Hx* (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

BÀI 10. TIÊN ĐỀ EUCLID. TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

3.18. a) Ta có *a // b* nên $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$ (hai góc so le trong),

do đó $\widehat{A_1} = 35^{o}$.

b) Ta có *a // b* nên $\widehat{A_4} = \widehat{B_2}$ (hai góc đồng vị).

c) Ta có góc $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 180^{o}$ (hai góc kề bù),

do đó $35^{o} + \widehat{A_2} = 180^{o}$.

Vậy $\widehat{A_2} = 145^{o}$.

3.19. a) Ta có $\widehat{BMz} = \widehat{ANM}$ ($= 60^{o}$).

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên *Ax // By* (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

b) Ta có *Ax // By*.

Suy ra $\widehat{ABy'} = \widehat{BAN}$ (hai góc so le trong),

do đó $\widehat{ABy'} = 50^{o}$.

c) Ta có $\widehat{ABM} + \widehat{ABy'} = 180^{o}$ (hai góc kề bù)

hay $\widehat{ABM} + 50^{o} = 180^{o}$.

Do đó $\widehat{ABM} = 130^{o}$.

3.20. Phát biểu diễn đạt đúng nội dung của tiên đề Euclid là câu b) và d).

3.21. Ta có $\widehat{NMA} = \widehat{MAB}$, mà hai góc này ở vị trí so le trong, suy ra *MN // xx'*.

Ta có $\widehat{PMy} = \widehat{MBx'}$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị, suy ra *MP // xx'*.

Theo tiên đề Euclid, qua điểm *M* chỉ có một đường thẳng song song với *xx'*. Do đó hai đường thẳng *MN* và *MP* trùng nhau. Suy ra *N*, *M*, *P* là ba điểm thẳng hàng.

3.22. a) Ta có $a \perp HK$, $b \perp HK$ nên $a // b$.

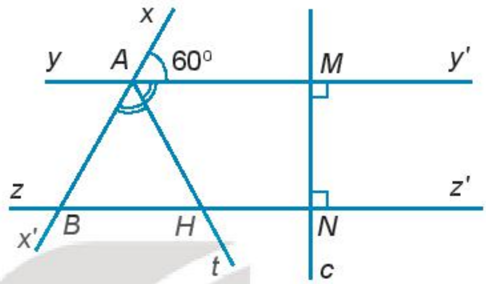
b) Ta có $a // b$ suy ra $\widehat{ABH} = \widehat{BAb} = 55^\circ$ (hai góc so le trong).

3.23. a) Ta có $\widehat{xAt} = \widehat{yBA}$ (= 110°).

Hai góc này ở vị trí đồng vị nên $xx' // yy'$ (dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song).

b) Ta có $xx' // yy'$. Mà $a \perp yy'$ nên $a \perp xx'$.

3.24. (H.3.43).



Hình 3.43

a) Ta có $yy' \perp MN$ và $zz' \perp MN$

nên $yy' // zz'$.

b) Ta có $yy' // zz'$ suy ra

$\widehat{xAM} = \widehat{ABN} = 60^\circ$ (hai góc đồng vị).

Mà $\widehat{ABz} + \widehat{ABN} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

hay $\widehat{ABz} + 60^\circ = 180^\circ$.

Do đó $\widehat{ABz} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

c) *Gợi ý:*

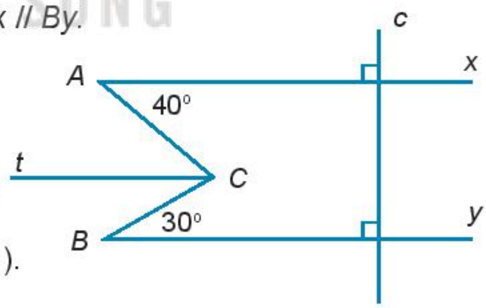
Tính góc BAM.

Tính góc HAM.

Tính góc AHB rồi tính góc AHN.

Kết quả: $\widehat{AHN} = 120^\circ$.

3.25 (H.3.44). a) Ta có $Ax \perp c$, $By \perp c$ nên $Ax // By$.



Hình 3.44

b) Vẽ tia $Ct // Ax$.

Ta có $Ct // Ax$ mà $Ax // By$ nên $Ct // By$ (tính chất ba đường thẳng song song).

Ta có $Ax // Ct$ suy ra $\widehat{ACt} = \widehat{CAx} = 40^\circ$ (hai góc so le trong).

Ta có $Ct // By$ suy ra $\widehat{tCB} = \widehat{CBy} = 30^\circ$ (hai góc so le trong).

Tia Ct nằm giữa hai tia CA và CB nên $\widehat{ACB} = \widehat{ACt} + \widehat{tCB}$

hay $\widehat{ACB} = 30^\circ + 40^\circ$ do đó $\widehat{ACB} = 70^\circ$.

3.26. *HD.* Vẽ đường thẳng *t* đi qua *C* song song với *Ax*.
Chứng tỏ *Dy // Ct*. Tính số đo các góc *ACt*, *DCt*.

Từ *Dy // Ct* suy ra $\widehat{CDy} = 60^{\circ}$.

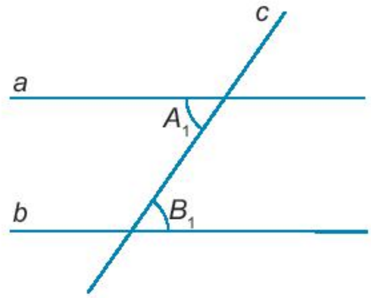
BÀI 11. ĐỊNH LÍ VÀ CHỨNG MINH ĐỊNH LÍ

3.27. a) Giả thiết: một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song.

Kết luận: hai góc so le trong tạo thành bằng nhau.

b) GT: *a // b*; *c* cắt *a* tại *A*, *c* cắt *b* tại *B*, tạo thành một cặp góc so le trong $\widehat{A_1}$, $\widehat{B_1}$;

KL: $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$.



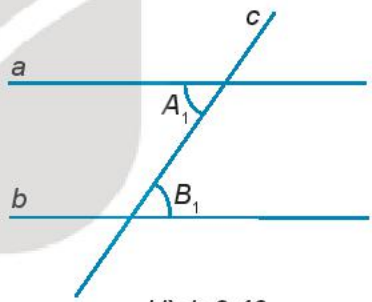
Hình 3.45

3.28. a) Giả thiết: một đường thẳng cắt hai đường thẳng tạo thành cặp góc so le trong bằng nhau.

Kết luận: hai đường thẳng đó song song.

b) (H.3.46). GT: *c* cắt *a* tại *A*, *c* cắt *b* tại *B*, tạo thành cặp góc so le trong $\widehat{A_1}$, $\widehat{B_1}$ và $\widehat{A_1} = \widehat{B_1}$.

KL: *a // b*.

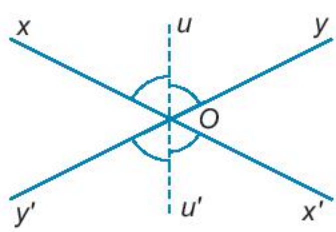


Hình 3.46

3.29. Giả thiết: – Hai góc *xOy*, *x'Oy'* là hai góc đối đỉnh.
– *Ou* là tia phân giác của góc *xOy*, *Ou'* là tia đối của tia *Ou*.

Kết luận: *Ou'* là tia phân giác của góc *x'Oy'*.

Chứng minh (H.3.47): Ta có $\widehat{x'Ou'} = \widehat{xOu}$ vì là hai góc đối đỉnh, $\widehat{y'Ou'} = \widehat{yOu}$ vì là hai góc đối đỉnh. Mà $\widehat{xOu} = \widehat{yOu}$ do *Ou* là tia phân giác của góc *xOy*, suy ra $\widehat{x'Ou'} = \widehat{y'Ou'}$, tức là *Ou'* là tia phân giác của góc *x'Oy'* (để ý rằng *Ou'* nằm trong góc *x'Oy'*).

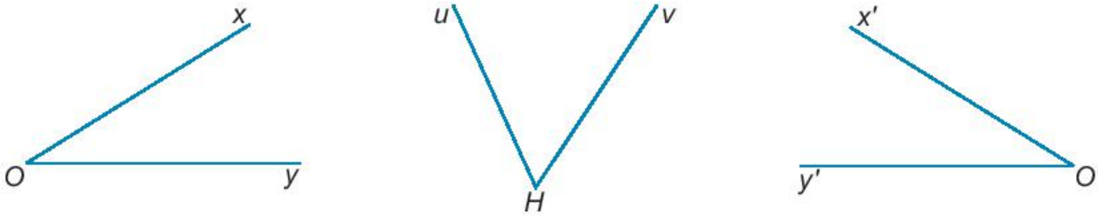


Hình 3.47

3.30. a) GT: $\widehat{xOy} + \widehat{uHv} = 90^{\circ}$, $\widehat{x'O'y'} + \widehat{uHv} = 90^{\circ}$.

KL: $\widehat{xOy} = \widehat{x'O'y'}$.

Chứng minh (H.3.48): $\widehat{xOy} = 90^\circ - \widehat{uHv} = \widehat{x'O'y'}$.

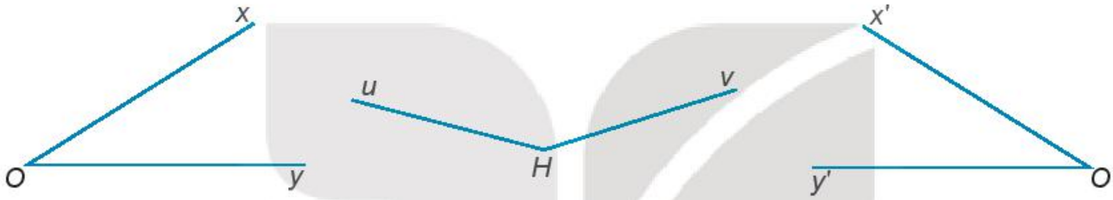


Hình 3.48

b) GT: $\widehat{xOy} + \widehat{uHv} = 180^\circ$, $\widehat{x'O'y'} + \widehat{uHv} = 180^\circ$.

KL: $\widehat{xOy} = \widehat{x'O'y'}$.

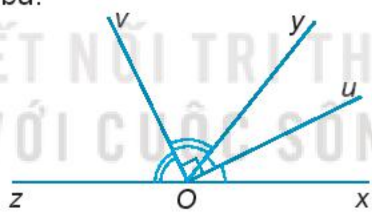
Chứng minh (H.3.49): $\widehat{xOy} = 180^\circ - \widehat{uHv} = \widehat{x'O'y'}$.



Hình 3.49

3.31. (H.3.50). Ta có $\widehat{xOy} = 2\widehat{uOy}$, $\widehat{yOz} = 2\widehat{yOv}$

nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 2(\widehat{uOy} + \widehat{yOv}) = 2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$ từ đó suy ra hai góc *xOy* và *yOz* là hai góc kề bù.

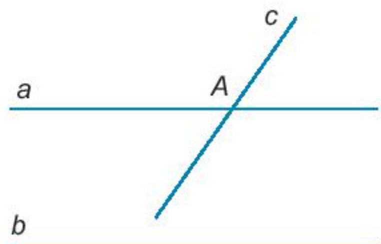


Hình 3.50

3.32. GT: *a* // *b*, *c* cắt *a*.

KL: *c* cắt *b*.

Chứng minh (H.3.51): Giả sử *c* cắt *a* tại một điểm *A*. Nếu *c* không cắt *b* thì *c* song song với *b* nên qua điểm *A* có hai đường thẳng *a* và *c* cùng song song với *b* do đó theo tiên đề Euclid, *c* phải trùng với *a*. Nhưng theo giả thiết, *c* khác *a* vì *c* cắt *a*, vậy không thể có *c* không cắt *b*.



Hình 3.51

ÔN TẬP CHƯƠNG III

A – Câu hỏi (trắc nghiệm)

1. C; **2.** C; **3.** D; **4.** D; **5.** B; **6.** a) D; b) C; **7.** C; **8.** D; **9.** A.

B – Bài tập

3.33. *HD:* Góc *xAm* kề bù với góc *mAy* nên $\widehat{mAy} = 180^\circ - \widehat{xAm} = 50^\circ$. Cặp góc *mAy* và *ABy'* là cặp góc đồng vị và cùng bằng 50°, suy ra *xy // x'y'*.

3.34. *HD:* *AB // Cx*. Với cát tuyến *AC*, cặp góc *A*, C_2 là cặp góc so le trong nên $\widehat{C_2} = \widehat{A} = 70^\circ$. Với cát tuyến *BC*, cặp góc *ABC* và C_3 là cặp góc đồng vị nên $\widehat{C_3} = \widehat{ABC} = 60^\circ$.

Mặt khác, góc C_1 kề bù với góc *ACD*

nên $\widehat{C_1} = 180^\circ - \widehat{ACD} = 180^\circ - (\widehat{C_2} + \widehat{C_3}) = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 50^\circ$.

Vậy $\widehat{C_1} = 50^\circ$, $\widehat{C_2} = 70^\circ$, $\widehat{C_3} = 60^\circ$.

3.35. *HD:* a) Góc *ACM* kề bù với góc *ACB* nên $\widehat{ACM} = 180^\circ - \widehat{ACB} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

CN là tia phân giác của góc *ACM* nên $\widehat{ACN} = \widehat{MCN} = 70^\circ$. Cặp góc *ABM*, *NCM* cùng bằng 70° và là cặp góc đồng vị tạo bởi cát tuyến *BM* cắt hai đường thẳng *AB* và *CN* nên *AB // CN*.

b) Theo câu a), ta có *AB // CN* nên với cát tuyến *AC* thì có cặp góc so le trong là góc *A* và góc *ACN* bằng nhau. Vậy $\widehat{A} = 70^\circ$.

3.36. *HD:* a) Có *Ox // AB*. Với cát tuyến *BO*, góc *B* và góc *BOx* là cặp góc so le trong nên $\widehat{BOx} = \widehat{B} = 40^\circ$.

b) Tia *Ox* nằm bên trong góc *BOD* nên $\widehat{BOD} = \widehat{BOx} + \widehat{xOD}$

hay $\widehat{xOD} = \widehat{BOD} - \widehat{BOx} = 110^\circ - 40^\circ = 70^\circ = \widehat{D}$.

Cặp góc *D* và *xOD* là cặp góc so le trong tạo bởi cát tuyến *OD* cắt hai đường thẳng *CD* và *Ox*, chúng lại bằng nhau nên *Ox // CD*.

Ta có *AB // Ox*, *CD // Ox* nên *AB // CD*.

3.37. *HD:* a) Cặp góc *A* và *ABE* là cặp góc so le trong tạo bởi cát tuyến *AB* cắt hai đường thẳng song song *BE* và *AC* nên $\widehat{A} = \widehat{ABE}$ (1).

Tương tự, ta có $\widehat{A} = \widehat{ACF}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ABE} = \widehat{ACF}$ (= $\widehat{A} = 80^\circ$).

b) Góc *BCF* kề bù với góc *FCz* nên $\widehat{BCF} = 180^\circ - \widehat{FCz}$.

Mặt khác $\widehat{FCz} = \widehat{ABC} = 60^\circ$ (cặp góc đồng vị tạo bởi cát tuyến *BC* cắt hai đường thẳng song song *AB* và *FC*). Vậy $\widehat{BCF} = 120^\circ$. Tia *AC* nằm bên trong góc *BCF* nên $\widehat{ACB} = \widehat{BCF} - \widehat{ACF}$.

Vậy $\widehat{ACB} = 120^\circ - 80^\circ = 40^\circ$.

c) Ta có $\widehat{EBx} = \widehat{xBA} = \widehat{ACy} = \widehat{yCF} = 40^\circ$

nên $\widehat{xBC} = \widehat{xBA} + \widehat{ABC} = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$,

$\widehat{yCz} = \widehat{yCF} + \widehat{FCz} = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ$, suy ra $\widehat{xBC} = \widehat{yCz}$ (= 100°).

Mặt khác cặp góc *xBC* và *yCz* là cặp góc đồng vị tạo bởi cát tuyến *BC* cắt hai đường thẳng *Bx*, *Cy*. Do đó *Bx // Cy*.

CHƯƠNG IV. TAM GIÁC BẰNG NHAU

BÀI 12. TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC

4.1. Ta có: $\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 45^\circ - 35^\circ = 100^\circ$.

$\widehat{D} = 180^\circ - \widehat{E} - \widehat{F} = 180^\circ - 70^\circ - 50^\circ = 60^\circ$.

$\widehat{N} = 180^\circ - \widehat{M} - \widehat{P} = 180^\circ - 40^\circ - 50^\circ = 90^\circ$.

Như vậy: Tam giác ABC tù vì $\widehat{A} > 90^\circ$.

Tam giác DEF nhọn vì cả ba góc đều nhọn.

Tam giác MNP vuông tại đỉnh N vì $\widehat{N} = 90^\circ$.

4.2. Ta có: $\widehat{B} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{C} = 180^\circ - 50^\circ - 40^\circ = 90^\circ$.

Vậy tam giác ABC vuông tại B.

$\widehat{D} = 180^\circ - \widehat{E} - \widehat{F} = 180^\circ - 55^\circ - 65^\circ = 60^\circ$.

Vậy tam giác DEF nhọn vì cả ba góc đều nhỏ hơn 90°.

$\widehat{N} = 180^\circ - \widehat{M} - \widehat{P} = 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ = 100^\circ > 90^\circ$.

Vậy tam giác MNP tù.

4.3. Ta có: $x = 180^o - 100^o = 80^o$;

$y = 180^o - x - 50^o = 180^o - 80^o - 50^o = 50^o$.

4.4. Ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o$ nên

$105^o + (180^o - 8x) + x = 180^o$.

Suy ra $x = 15^o$.

4.5. Ta có: $60^o + 80^o + (180^o - x) = 180^o$.

Suy ra $x = 140^o$.

4.6. a) Ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o - \widehat{A} = 180^o - 60^o = 120^o$.

Vì $\widehat{B} > \widehat{A} = 60^o$ nên $\widehat{C} < 60^o$. Như vậy $\widehat{C} < \widehat{A} < \widehat{B}$.

b) Ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o - \widehat{A} = 180^o - 55^o = 125^o$.

Vì $\widehat{B} < \widehat{A} = 55^o$ nên $\widehat{C} > 70^o$. Như vậy $\widehat{B} < \widehat{A} < \widehat{C}$.

4.7. a) Ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o \Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o - \widehat{A} = 180^o - 60^o = 120^o$.

Vì $\widehat{B} < \widehat{A} = 60^o$ nên $\widehat{C} > 60^o$. Như vậy $\widehat{C} > \widehat{A} > \widehat{B}$.

b) Ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o \Rightarrow \widehat{C} = 180^o - \widehat{A} - \widehat{B} < 45^o < \widehat{B}$.

Mặt khác, $\widehat{B} = 180^o - \widehat{A} - \widehat{C} < 180^o - \widehat{A} < 90^o < \widehat{A}$.

Như vậy $\widehat{A} > \widehat{B} > \widehat{C}$.

4.8. Ta có: $\widehat{A} = 180^o - 50^o - 30^o = 100^o$; $\widehat{C} = 180^o - 40^o - 70^o = 70^o$.

Như vậy $\widehat{A} + \widehat{C} = 100^o + 70^o = 170^o$.

4.9. a) Ta có: $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^o$ do đó $5\widehat{C} = 180^o$.

Suy ra $\widehat{C} = 36^o$; $\widehat{A} = \widehat{B} = 2\widehat{C} = 72^o$.

b) Tam giác ABC là tam giác nhọn.

BÀI 13. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC

4.10. Góc CBA tương ứng với góc PNM, cạnh BC tương ứng với cạnh NP.

Các cặp cạnh bằng nhau là: $BC = NP$, $CA = PM$, $AB = MN$.

Các cặp góc bằng nhau là: $\widehat{CAB} = \widehat{PMN}$, $\widehat{ABC} = \widehat{MNP}$, $\widehat{BCA} = \widehat{NPM}$.

4.11. Câu a), b), c) đúng. Câu d) sai.

4.12. Vì đỉnh A tương ứng với đỉnh D, đỉnh B tương ứng với đỉnh E, đỉnh C tương ứng với đỉnh F, nên chỉ có câu c) đúng.

4.13. Hình 4.12a): $\Delta ABC = \Delta DCA$.

Hình 4.12b): $\Delta MNP = NMQ$.

4.14. Các cặp tam giác bằng nhau có chung đỉnh E là:

$\Delta EAD = \Delta EDC$, $\Delta EAD = \Delta ECB$, $\Delta EAD = \Delta EBA$,
$\Delta EDC = \Delta ECB$, $\Delta EDC = \Delta EDA$, $\Delta ECB = \Delta EBA$,
$\Delta EAD = \Delta ECD$, $\Delta EAD = \Delta EBC$, $\Delta EAD = \Delta EAB$,
$\Delta EDC = \Delta EBC$, $\Delta EDC = \Delta EDA$, $\Delta ECB = \Delta EAB$,
$\Delta EAD = \Delta EDA$, $\Delta EDC = \Delta ECD$, $\Delta ECB = \Delta EBC$,
$\Delta EBA = \Delta EAB$.

4.15. Tam giác ABC và tam giác ADC có: $AB = AD$, $BC = DC$ (H.4.14a), AC là cạnh chung.

Vậy $\Delta ABC = \Delta ADC$ (c.c.c).

Tam giác MNP và tam giác MQP có: $MN = MQ$, $NP = QP$ (H.4.14b), MP là cạnh chung.

Vậy $\Delta MNP = \Delta MQP$ (c.c.c).

4.16. Tam giác ABC và tam giác DCB có: $AB = DC$, $AC = DB$ (H.4.15), BC là cạnh chung.

Vậy $\Delta ABC = \Delta DCB$ (c.c.c).

Tam giác ADB và tam giác DAC có: $AB = DC$, $DB = AC$ (H.4.15), AD là cạnh chung.

Vậy $\Delta ADB = \Delta DAC$ (c.c.c).

4.17. Ta có: $\widehat{ADC} = 180^\circ - \widehat{DAC} - \widehat{DCA} = 180^\circ - 40^\circ - 50^\circ = 90^\circ$.

Hai tam giác ABC và ADC có: $AB = AD$, $BC = DC$ (H.4.16),

AC là cạnh chung.

Vậy $\Delta ABC = \Delta ADC$ (c.c.c).

Do đó $\widehat{CAB} = \widehat{CAD} = 40^\circ$, $\widehat{BCA} = \widehat{DCA} = 50^\circ$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$.

4.18. Hai tam giác ABC và BAD có: $AC = BD$, $AD = BC$ (H.4.17), AB là cạnh chung. Vậy $\Delta ABC = \Delta BAD$.

Do đó $\widehat{BAE} = \widehat{BAC} = \widehat{ABD} = 30^o$.

Vì vậy $\widehat{DEC} = \widehat{AEB} = 180^o - \widehat{BAE} - \widehat{ABE} = 180^o - 30^o - 30^o = 120^o$.

4.19. Tam giác AEB và tam giác ADC có: $AB = AC$, $AE = AD$ (H.4.18),

$EB = ED + DB = DE + EC = DC$.

Vậy $\Delta AEB = \Delta ADC$ (c.c.c). Do đó $\widehat{AEB} = \widehat{ADC}$.

4.20. (H.4.19) a) Tam giác ABD và tam giác DCA có: $AB = DC$ (hai cạnh đối của hình bình hành), $BD = CA$ (theo giả thiết), AD là cạnh chung.

Vậy $\Delta ABD = \Delta DCA$.

Tam giác ADC và tam giác BCD có: $AD = BC$ (hai cạnh đối của hình bình hành), $AC = BD$ (theo giả thiết), DC là cạnh chung. Vậy $\Delta ADC = \Delta BCD$.

b) Do $\Delta ABD = \Delta DCA$ nên $\widehat{DAB} = \widehat{ADC}$. Mặt khác vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\widehat{DAB} + \widehat{ADC} = 180^o$. Do vậy $\widehat{DAB} = \widehat{ADC} = \dfrac{180^o}{2} = 90^o$.

Hình bình hành $ABCD$ có một góc vuông nên là hình chữ nhật.

BÀI 14. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

4.21. Hình 4.23a: $\Delta ABC = \Delta DCB$ (c.g.c) (vì $AB = DC$, $\widehat{ABC} = \widehat{DCB}$ và BC là cạnh chung).

Hình 4.23b: $\Delta HEF = \Delta HEG$ (c.g.c) (vì $EF = EG$, $\widehat{FEH} = \widehat{GEH}$ và EH là cạnh chung).

Hình 4.23c: $\Delta MON = \Delta POQ$ (c.g.c) (vì $OM = OP$, $ON = OQ$

và $\widehat{MON} = \widehat{POQ}$ (hai góc đối đỉnh)).

4.22. Vì đỉnh B tương ứng với đỉnh F nên A, C lần lượt tương ứng với E và D. Do vậy chỉ có câu d) đúng.

4.23. Vì đỉnh B, C tương ứng với N, P nên A tương ứng với M. Do vậy chỉ có câu d) đúng.

4.24. Tam giác ABC và tam giác BAD có: $AC = BD$, $\widehat{CAB} = \widehat{DBA}$ (theo giả thiết) và AB là cạnh chung. Vậy $\Delta ABC = \Delta BAD$ (c.g.c). Do đó $AD = BC$.

4.25. Tam giác ABC và tam giác ABD có: $\widehat{BAC} = \widehat{BAD}$ (theo giả thiết), AB là cạnh chung. Mặt khác $\widehat{BCA} = \widehat{BDA}$ (theo giả thiết) suy ra $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{BAC} - \widehat{BCA} = 180^\circ - \widehat{BAD} - \widehat{BDA} = \widehat{ABD}$.

Vậy $\Delta ABC = \Delta ABD$ (g.c.g).

4.27. a) Vì $\widehat{AED} = \widehat{BEC}$ (hai góc đối đỉnh) nên

$\widehat{DAE} = 180^\circ - \widehat{ADE} - \widehat{AED} = 180^\circ - \widehat{BCE} - \widehat{BEC} = \widehat{CBE}$.

Do vậy $\widehat{DAC} = \widehat{DAE} = \widehat{CBE} = \widehat{CBD}$.

b) Tam giác AED và tam giác BEC có: $AD = BC$, $\widehat{ADE} = \widehat{BCE}$ (theo giả thiết) và $\widehat{DAE} = \widehat{CBE}$ (chứng minh trên).

Vậy $\Delta AED = \Delta BEC$ (g.c.g).

c) Vì $\Delta AED = \Delta BEC$ nên $EA = EB$, $ED = EC$ từ đó suy ra

$AC = EA + EC = EB + ED = BD$.

Ta có: $\Delta ADB = \Delta BCA$ (c.g.c) (vì $AD = BC$, $\widehat{ADB} = \widehat{BCA}$, $DB = CA$)

nên $\widehat{ABD} = \widehat{BAC}$.

Mặt khác: $\Delta ADC = \Delta BCD$ (c.c.c) (vì $AD = BC$, $AC = BD$, DC là cạnh chung) nên $\widehat{ACD} = \widehat{BDC}$.

Như vậy: $2\widehat{ABD} = \widehat{ABE} + \widehat{BAE} = 180^\circ - \widehat{AEB} = 180^\circ - \widehat{DEC}$

$$= \widehat{ECD} + \widehat{EDC} = 2\widehat{BDC}.$$

Do đó $\widehat{ABD} = \widehat{BDC}$, suy ra AB // DC (vì hai góc so le trong bằng nhau).

4.30. Ta có $\Delta OAB = \Delta OCD$ (c.g.c) (vì $OA = OC, OB = OD, \widehat{AOB} = \widehat{COD}$ (hai góc đối đỉnh)). Vậy $AB = DC$ và $\widehat{BAO} = \widehat{OCD}$.

Do đó AB // CD (hai góc so le trong bằng nhau).

Tương tự $\Delta OAD = \Delta OBC$ (c.g.c) nên $AD = BC$, $\widehat{OAD} = \widehat{OCB}$.

Do đó AD // BC. Vì vậy tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Tam giác $\Delta ABD = \Delta DCA$ (c.c.c) (vì $AB = DC$, $BD = AC$, AD là cạnh chung)

nên $\widehat{BAD} = \widehat{CDA} = \dfrac{\widehat{BAD} + \widehat{CDA}}{2} = \dfrac{180^\circ}{2} = 90^\circ$.

Vậy hình bình hành $ABCD$ có một góc vuông nên nó là hình chữ nhật.

BÀI 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

4.31. Hình 4.33a: $\Delta ABC = \Delta ADC$ (hai cặp cạnh góc vuông $BA = DA$, $BC = DC$).

Hình 4.33b: $\Delta EGF = \Delta KGH$ (cặp cạnh huyền $GF = GH$, cặp góc nhọn $\widehat{EGF} = \widehat{KGH}$).

Hình 4.33c: $\Delta OMN = \Delta OQP$ (cặp cạnh góc vuông $MN = QP$, cặp góc nhọn $\widehat{MNO} = \widehat{QPO}$).

Hình 4.33d: $\Delta XYZ = \Delta STZ$ (cặp cạnh góc vuông $XZ = SZ$, cặp cạnh huyền $ZY = ZT$).

4.32. Tam giác vuông ABE và tam giác vuông DCE có: $BE = CE$ (H.4.34), $\widehat{BEA} = \widehat{CED}$ (hai góc đối đỉnh).

Vậy $\Delta ABE = \Delta DCE$ (cặp cạnh góc vuông và cặp góc nhọn bằng nhau).

4.33. a) Tam giác vuông AED và tam giác vuông BEC có: $EA = EB, ED = EC$ (theo giả thiết). Vậy $\Delta AED = \Delta BEC$ (hai cặp cạnh góc vuông bằng nhau).

b) Vì $\Delta AED = \Delta BEC$ nên $AD = BC$ và $\widehat{ADE} = \widehat{BCE}$.

Hai tam giác ABC và BAD có: $CB = DA$, $\widehat{BCA} = \widehat{BCE} = \widehat{ADE} = \widehat{ADB}$ (chứng minh trên) và $CA = EC + EA = ED + EB = DB$.

Vậy $\Delta ABC = \Delta BAD$ (c.g.c).

4.34. Tam giác vuông BMC và tam giác vuông ANB có: $BC = AB$ (cạnh góc vuông), $BM = AN$ (một nửa cạnh góc vuông).

Vậy $\Delta BMC = \Delta ANB$ (cặp cạnh góc vuông bằng nhau). Do đó $CM = BN$.

Gọi E là giao điểm của BN và CM. Vì $\Delta BMC = \Delta ANB$ nên

$\widehat{EMB} = \widehat{CMB} = \widehat{BNA}$. Do vậy:

$\widehat{BEM} = 180^\circ - \widehat{EMB} - \widehat{EBM} = 180^\circ - \widehat{BNA} - \widehat{NBA} = \widehat{NAB} = 90^\circ$.

Vậy nên $BN \perp CM$.

4.35. Tam giác vuông ABC và tam giác vuông ADB có: $\widehat{CAB} = \widehat{DAB}$ (theo giả thiết), AB là cạnh chung.

Vậy $\Delta ABC = \Delta ABD$ (cặp cạnh huyền và góc nhọn bằng nhau).

Do đó $CB = DB$.

4.36. Vì $\Delta ABC = \Delta DEF$ nên $AB = DE$, $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$.

Tam giác vuông HAB và tam giác vuông KDE có:

$AB = DE, \widehat{HBA} = \widehat{ABC} = \widehat{DEF} = \widehat{KED}$ (theo chứng minh trên).

Vậy $\Delta HAB = \Delta KDE$ (cặp cạnh huyền và góc nhọn bằng nhau).

Do đó $AH = DK$.

4.37. a) Tam giác vuông HAB và tam giác vuông KDE có:

$HA = KD, AB = DE$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta HAB = \Delta KDE$ (cặp cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng nhau).

Do đó $\widehat{ABH} = \widehat{DEK}$.

Tam giác ABC và tam giác DEF có:

$BA = ED, BC = EF, \widehat{ABC} = \widehat{ABH} = \widehat{DEK} = \widehat{DEF}$.

Vậy $\Delta ABC = \Delta DEF$ (c.g.c).

b) Chứng minh tương tự như trên có các cặp tam giác vuông bằng nhau: $\Delta HAB = \Delta KDE$, $\Delta HAC = \Delta KDF$. Do vậy $HB = KE, HC = KF$. Từ đó ta có

$BC = HB + HC = KE + KF = EF$.

Hai tam giác ABC và DEF có: $AB = DE, AC = DF$ (theo giả thiết)

và $BC = EF$ (chứng minh trên).

Vậy $\Delta ABC = \Delta DEF$ (c.c.c).

4.38. a) Tam giác vuông ABC và tam giác vuông DCB có:

$AB = DC$ (theo giả thiết), BC là cạnh chung.

Vậy $\Delta ABC = \Delta DCB$ (cặp cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng nhau).

Do đó: $AC = BD$.

b) Vì $\Delta ABC = \Delta DCB$ nên $\widehat{ACB} = \widehat{DBC}, \widehat{ABC} = \widehat{DCB}$,

từ đó suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{ABC} - \widehat{DBC} = \widehat{DCB} - \widehat{ACB} = \widehat{DCA}$.

Tam giác ABD và tam giác ACD có: $BA = CD$ (theo giả thiết), $BD = CA$, $\widehat{ABD} = \widehat{DCA}$ (theo chứng minh trên).

Vậy $\Delta ABD = \Delta ACD$ (c.g.c). Do đó $\widehat{ADB} = \widehat{DAC}$.

Nếu gọi E là giao điểm của AC và BD thì ta có:

$$\widehat{ADB} = \frac{\widehat{ADB} + \widehat{DAC}}{2} = \frac{\widehat{ADE} + \widehat{DAE}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{AED}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{BEC}}{2}$$
$$= \frac{\widehat{EBC} + \widehat{ECB}}{2} = \frac{\widehat{ACB} + \widehat{DBC}}{2} = \widehat{DBC}.$$

Vậy $AD // BC$ (hai góc so le trong bằng nhau).

4.39. a) Tam giác vuông ABF và tam giác vuông CDE có: $BA = DC$ (hai cạnh đối của hình chữ nhật), $BF = BC - CF = DA - AE = DE$.

Vậy $\Delta ABF = \Delta CDE$ (hai cặp cạnh góc vuông bằng nhau).

Do đó $AF = CE$.

b) Vì $\Delta ABF = \Delta CDE$ nên $\widehat{AFB} = \widehat{DEC}$. Vì $AD // BC$ nên $\widehat{DEC} = \widehat{ECB}$ (hai góc so le trong). Do đó $\widehat{AFC} + \widehat{ECF} = 180^\circ - \widehat{AFB} + \widehat{ECB} = 180^\circ$.

Từ đó suy ra $AF // CE$ (tổng hai góc trong cùng phía bằng 180°).

4.40. a) Tam giác vuông DAB và tam giác vuông DCE có:

$DA = DC$, $DB = DE$ (theo giả thiết).

Vậy $\Delta DAB = \Delta DCE$ (hai cặp cạnh góc vuông bằng nhau). Do đó $AB = CE$.

b) Vì $\Delta DAB = \Delta DCE$ nên $\widehat{BAD} = \widehat{ECD}$.

Do vậy $\widehat{BFC} = 180^\circ - \widehat{FCB} - \widehat{CBF} = 180^\circ - \widehat{ECD} - \widehat{DBA}$
$$= 180^\circ - \widehat{BAD} - \widehat{DBA} = \widehat{ADB} = 90^\circ.$$

BÀI 16. TAM GIÁC CÂN. ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

4.41. ΔABC cân tại đỉnh A vì $AB = AC$.

ΔMNP cân tại đỉnh M vì $\widehat{N} = \widehat{P} = 50^\circ$.

ΔKGH cân tại đỉnh K vì $\widehat{H} = 180^\circ - \widehat{K} - \widehat{G} = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ = \widehat{G}$.

4.42. $\widehat{C} = \widehat{B} = 65^\circ$, $\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 65^\circ - 65^\circ = 50^\circ$.

$$\widehat{N} = \widehat{P} = \frac{\widehat{N} + \widehat{P}}{2} = \frac{180^\circ - \widehat{M}}{2} = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ.$$

4.43. Tam giác vuông AEB và tam giác vuông AFC có: $BE = CF$ (theo giả thiết), $\widehat{ACF} = 90^\circ - \widehat{A} = \widehat{ABE}$.

Vậy $\Delta AEB = \Delta AFC$ (cặp cạnh góc vuông và góc nhọn bằng nhau).

Do đó $AB = AC$, từ đó suy ra ΔABC cân tại đỉnh A.

4.44. a) Tam giác AMC và tam giác DMB có $MA = MD, MC = MB, \widehat{AMC} = \widehat{DMB}$ (hai góc đối đỉnh). Vậy $\Delta AMC = \Delta DMB$. Do đó $\widehat{DBM} = \widehat{MCA}$. Vì vậy ta có: $\widehat{ABD} = \widehat{ABM} + \widehat{DBM} = \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 90^\circ$. Từ đây suy ra ΔABD vuông tại B.

b) Tam giác vuông ABD và tam giác vuông BAC có: $BD = AC$ (vì $\Delta AMC = \Delta DMB$), AB là cạnh chung. Vậy $\Delta ABD = \Delta BAC$ (hai cặp cạnh góc vuông bằng nhau).

c) Vì $\Delta ABD = \Delta BAC$ nên $\widehat{ACB} = \widehat{BDA}$. Mặt khác, vì AC // BD (cùng vuông góc AB) nên $\widehat{BDA} = \widehat{CAD}$ (hai góc so le trong).

Vì vậy ta có: $\widehat{MCA} = \widehat{ACB} = \widehat{CAD} = \widehat{CAM}$.

Do đó tam giác AMC cân tại đỉnh M.

Vì M là trung điểm của BC nên $MB = MC = MA$. Do đó tam giác AMB cân tại đỉnh M.

4.45. a) Tam giác ABM và tam giác ACM (H.4.50a) có: $AB = AC$,

$AM = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{AB}{2} = AN$, $\widehat{A}$ chung. Vậy $\Delta ABM = \Delta ACM$ (c.g.c).

Do đó $BM = CN$.

b) Tam giác ABE và tam giác ACF (H.4.50b) có: $\widehat{A}$ chung, $AB = AC$,

$\widehat{ABE} = \dfrac{\widehat{ABC}}{2} = \dfrac{\widehat{ACB}}{2} = \widehat{ACF}$. Vậy $\Delta ABE = \Delta ACF$ (g.c.g).

Do đó $BE = CF$.

4.46. a) Tam giác vuông ADB và tam giác vuông BCA có: $AD = BC$ (theo giả thiết), AB là cạnh chung. Vậy $\Delta ADB = \Delta BCA$ (cặp cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng nhau). Do đó $\widehat{ABD} = \widehat{BAC}$. Như vậy $\widehat{EAB} = \widehat{BAC} = \widehat{ABD} = \widehat{EBA}$. Từ đó suy ra tam giác AEB cân tại đỉnh E.

Vì $\Delta ADB = \Delta BCA$ nên $BD = AC$, $\widehat{DAB} = \widehat{CBA}$. Hơn nữa ta có:

$$\widehat{DAC} = \widehat{DAB} - \widehat{CAB} = \widehat{CBA} - \widehat{ABD} = \widehat{CBD}.$$

Tam giác ADC và tam giác BCD có: $AD = BC$, $AC = BD$, $\widehat{DAC} = \widehat{CBD}$.

Vậy $\Delta ADC = \Delta BCD$ (c.g.c). Do đó $\widehat{DCA} = \widehat{CDB}$.

Như vậy $\widehat{DCE} = \widehat{DCA} = \widehat{CDB} = \widehat{CDE}$, từ đó suy ra tam giác DEC cân tại đỉnh E.

b) Ta có: $\widehat{ABD} = \widehat{ABE} = \dfrac{\widehat{ABE} + \widehat{BAE}}{2} = \dfrac{180^\circ - \widehat{AEB}}{2} = \dfrac{180^\circ - \widehat{DEC}}{2}$

$$= \frac{\widehat{DCE} + \widehat{CDE}}{2} = \widehat{CDE} = \widehat{CDB}.$$

Vậy $AB \parallel CD$.

4.47. Tam giác vuông HAB và tam giác vuông HAC có: $HB = HC, HA$ là cạnh chung. Vậy $\Delta HAB = \Delta HAC$ (hai cặp cạnh góc vuông bằng nhau). Do đó $AB = AC$. Vậy ΔABC cân tại đỉnh A.

Mặt khác $\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 2\widehat{B} = 60^\circ = \widehat{B}$. Như vậy ΔABC cũng cân tại đỉnh C. Vậy nên $AB = AC = BC$. Do đó ΔABC là tam giác đều.

Hiển nhiên $BH = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{AB}{2}$.

4.48. Chỉ có đường thẳng d trong Hình 4.53a là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

4.49. Các câu a), c), d) đúng.

4.50. Tam giác vuông HAB và tam giác vuông HAC có: $AB = AC, AH$ là cạnh chung. Vậy $\Delta HAB = \Delta HAC$ (cặp cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng nhau).

Tam giác MBA và tam giác MCA có:

$AB = AC, \widehat{MAB} = \widehat{HAB} = \widehat{HAC} = \widehat{MAC}, AM$ là cạnh chung.

Vậy $\Delta MBA = \Delta MCA$ (c.g.c). Do đó $\widehat{MBA} = \widehat{MCA}$.

ÔN TẬP CHƯƠNG IV

A – Câu hỏi (trắc nghiệm)

1. B; **2.** C; **3.** B; **4.** D; **5.** A; **6.** C; **7.** D.

B – Bài tập

4.51. $x = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ, y = 180^\circ - x - 70^\circ = 60^\circ, v = 70^\circ,$

$t = 180^\circ - 70^\circ - v = 40^\circ, z = 90^\circ - y = 30^\circ.$

4.52. Các câu a), b), d) đúng. Câu c) sai.

4.53. Các câu a), c), d) đúng. Câu b) sai.

4.54. $\widehat{A} = 180^\circ - \widehat{B} - \widehat{C} = 180^\circ - 55^\circ - 65^\circ = 60^\circ,$

$\widehat{E} = \widehat{F} = 55^\circ, \widehat{D} = 180^\circ - \widehat{E} - \widehat{F} = 70^\circ.$ $\widehat{M} = 90^\circ - \widehat{P} = 50^\circ.$

4.55. a) Tam giác DAC và tam giác DBC có: $DA = DB$, $AC = BC$, CD là cạnh chung. Vậy $\Delta DAC = \Delta DBC$ (c.c.c). Do đó $\widehat{DAC} = \widehat{DBC}$.

b) Điểm D và C cùng cách đều A và B nên đường thẳng DC là đường trung trực của đoạn thẳng AB. Do đó đường thẳng DC vuông góc với đường thẳng AB.

4.56. $\Delta ABD = \Delta ACD$ (vì cạnh AD chung, $\widehat{DAB} = \widehat{DAC}$).

$\Delta ABF = \Delta ACE$ (vì $AB = AC$ do $\Delta ABD = \Delta ACD$, $\widehat{A}$ chung).

$\Delta BDE = \Delta CDF$ (vì $BD = CD$ do $\Delta ABD = \Delta ACD$,

$\widehat{BDE} = \widehat{CDF}$ (hai góc đối đỉnh)).

4.57. a) Tam giác vuông PBM và tam giác vuông QCM có: $MB = MC$, $\widehat{MBP} = \widehat{MBA} = \widehat{MCA} = \widehat{MCQ}$. Vậy $\Delta PBM = \Delta QCM$. Do đó $MP = MQ$.

Hơn nữa: $AP = AB - BP = AC - CQ = AQ$.

b) Vì A, M cùng cách đều hai điểm P, Q nên AM là đường trung trực của đoạn thẳng PQ. Do đó AM vuông góc với PQ.

4.58. a) Tam giác vuông PAM và tam giác vuông QBM có: $AM = BM$, $\widehat{PMA} = \widehat{QMB}$ (hai góc đối đỉnh). Vậy $\Delta PAM = \Delta QBM$ (cặp cạnh huyền và góc nhọn bằng nhau). Do đó $AP = BQ$.

b) Tam giác APB và tam giác BQA có

$AP = BQ, \widehat{PAB} = \widehat{PAM} = \widehat{QBM} = \widehat{QBA}$ (vì $\Delta PAM = \Delta QBM$),

AB là cạnh chung. Vậy $\Delta APB = \Delta BQA$ (c.g.c).

4.59. Tam giác ACD đều, nên $\widehat{ACD} = \widehat{ADC} = \widehat{CAD} = 60^\circ$.

Tam giác ABC cân tại đỉnh C nên:

$$\widehat{ABC} = \widehat{BAC} = \frac{\widehat{ABC} + \widehat{BAC}}{2} = \frac{180^{\circ} - \widehat{ACB}}{2} = \frac{\widehat{ACD}}{2} = 30^{\circ}.$$

Tam giác ADE cân tại đỉnh D nên:

$$\widehat{AED} = \widehat{DAE} = \frac{\widehat{AED} + \widehat{DAE}}{2} = \frac{180^{\circ} - \widehat{ADE}}{2} = \frac{\widehat{ADC}}{2} = 30^{\circ}.$$

Do vậy, ta có:

$$\widehat{ABE} = \widehat{ABC} = 30^{\circ},\ \widehat{AEB} = \widehat{AED} = 30^{\circ},\ \widehat{BAE} = 180^{\circ} - \widehat{ABE} - \widehat{AEB} = 120^{\circ}.$$

4.60. Gọi O là trung điểm của AD. Khi đó ABO và DOC là các tam giác cân đỉnh A và D. Vì vậy $\widehat{CBO} = \widehat{BOA} = \widehat{OBA}$.

Tam giác ABO và tam giác CBO có: $BA = BC = 2$ cm, $\widehat{OBA} = \widehat{OBC}$ (chứng minh trên) và BO là cạnh chung. Do đó $\Delta ABO = \Delta CBO$. Từ đó ta có $OC = OA = 2$ cm. Do vậy tam giác OCD là tam giác đều.

Như vậy: $\widehat{A} = \widehat{D} = 60^{\circ}$, $\widehat{B} = \widehat{C} = 180^{\circ} - 60^{\circ} = 120^{\circ}$.

CHƯƠNG V. THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

BÀI 17. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

5.1. a) Dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.

b) Dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.

c) Dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.

d) Số liệu

5.2. a) Làm thí nghiệm.

b) Lập bảng hỏi hoặc Phỏng vấn.

c) Quan sát.

5.3. *HD:* Đây là câu hỏi mở. Mức độ thường xuyên có thể chia theo mức như: Rất thường xuyên (6 hoặc 7 buổi sáng trong tuần), Thường xuyên (4 hoặc 5 buổi sáng trong tuần), Không thường xuyên (2 hoặc 3 buổi sáng trong tuần), Hiếm khi hoặc Không bao giờ (0 hoặc 1 buổi sáng trong tuần).

5.4. a) Dữ liệu thu được trong câu hỏi 1 là dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự.

b) Dữ liệu thu được trong câu hỏi 2 là số liệu.

5.5. *HD:* Dãy dữ liệu có dạng: Tự giác, Không tự giác,..., Rất tự giác. Đây là dữ liệu không là số, có thể sắp thứ tự.

5.6. Số liệu thu được đảm bảo tính đại diện vì các học sinh được chọn ra ngẫu nhiên.

5.7. Kết luận hợp lí.

5.8. Kết luận này không hợp lí, vì kết luận cho người dân nhưng khi thu thập dữ liệu thì chỉ phỏng vấn phụ nữ.

BÀI 18. BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN

5.9. a) Tiêu đề của biểu đồ "Tỉ lệ diện tích các lục địa".

b) Phần hình tròn được chia thành 6 hình quạt, các hình quạt biểu diễn tỉ lệ diện tích của 6 lục địa: châu Á (33,20%), châu Phi (22,30%), Nam Mỹ (13,40%), Bắc Mỹ (17,90%), châu Âu (7,50%), Úc (5,70%).

c) Lục địa châu Á có diện tích lớn nhất, chiếm 33,20%.

d) Diện tích của lục địa châu Á là $134 \cdot 33{,}2\% = 134 \cdot \frac{33{,}2}{100} = 44{,}488$ (triệu km^2).

Diện tích của lục địa châu Âu là $134 \cdot \frac{7{,}5}{100} = 10{,}05$ (triệu km^2).

5.10. a) Bảng thống kê

Cấp	Tiểu học	Trung học cơ sở	Trung học phổ thông
Tỉ lệ học sinh	51%	34%	15%

b) Số lượng học sinh Tiểu học, Trung học cơ sở, Trung học phổ thông tương ứng là 8 951 010; 5 967 340; 2 632 650.

5.11. *HD:* Ô tô chiếm 10% tương ứng với 1 hình quạt, xe buýt chiếm 20% tương ứng với 2 hình quạt, xe đạp chiếm 50% tương ứng với 5 hình quạt, đi bộ chiếm 20% tương ứng với 2 hình quạt. Học sinh có thể dùng màu hoặc các định dạng khác nhau để hoàn thiện biểu đồ.

5.12. *HD:* Chi tiêu thiết yếu (chiếm 50%) tương ứng với $\frac{1}{2}$ biểu đồ; chi tiêu cá nhân (chiếm 30%) lớn hơn các khoản tài chính (chiếm 20%) nên ứng với hình quạt lớn hơn.

5.13. a) Bảng thống kê

Mục đích	Phục vụ học tập	Kết nối bạn bè	Giải trí
Tỉ lệ	30%	25%	45%

b) Có khoảng 150 học sinh vào Internet với mục đích phục vụ học tập.

5.14. a) Các thành phần của biểu đồ gồm: Tiêu đề "Không cho học sinh dùng điện thoại di động?", Phần hình tròn được chia thành 3 hình quạt biểu diễn các tỉ lệ 40%, 45%, 15%, Phần chú giải cho biết các ý kiến Đồng ý, Không đồng ý, Không có ý kiến tương ứng với những hình quạt nào.

b) Bảng thống kê

Ý kiến	Đồng ý	Không đồng ý	Không có ý kiến
Tỉ lệ	40%	45%	15%

5.15. *HD:* a) Lấy tổng tỉ lệ người có BMI ở các mức từ 23 đến dưới 25, từ 25 đến dưới 30 và từ 30 đến dưới 35.

b) Dựa vào tính chất cả hình tròn biểu diễn 100%.

5.16. a) Glucid.

b) Bảng thống kê

Thành phần	Glucid	Lipid	Protein
Tỉ lệ	63%	20%	17%

BÀI 19. BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

5.17. a) Biểu đồ đoạn thẳng cho biết số bàn thắng Messi ghi được cho câu lạc bộ Barcelona trong các mùa giải từ mùa giải 2016-2017 đến mùa giải 2020-2021.

b) Mùa giải 2018-2019 Messi đã ghi được 51 bàn thắng cho câu lạc bộ Barcelona.

c) Tổng số bàn thắng Messi đã ghi được cho câu lạc bộ Barcelona trong 5 mùa giải này là: 54 + 45 + 51 + 31 + 38 = 219 (bàn).

5.18. a) Năm 2015 với 162 trận.

b) Bảng thống kê

Năm	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Số trận	149	135	162	159	126	127

5.19. a) Bảng thống kê

Năm	2007	2010	2013	2016	2019
Số loài	7 851	9 618	11 212	12 630	14 234

b) Xu thế tăng theo thời gian.

5.20. a) Biểu đồ biểu diễn dãy số liệu về tỉ lệ trẻ em độ tuổi 5-17 phải lao động ở hai khu vực châu Phi cận Sahara và châu Á Thái Bình Dương trong các năm từ 2008 đến 2020.

b) Tỉ lệ này ở khu vực châu Á Thái Bình Dương luôn thấp hơn ở khu vực châu Phi cận Sahara.

5.21. *HD:* a) Tương tự như câu a) Bài 5.20.

b) Đường màu xanh luôn đi lên theo thời gian.

c) Năm mà đường màu xanh vượt lên trên đường màu xám.

5.22. *HD:* Thực hiện vẽ theo các bước đã được học. Lưu ý là không nên lấy gốc trục đứng là 0.

5.23. *HD:* Đọc và ghi ra dãy số liệu mỗi biểu đồ biểu diễn và so sánh.

5.24. a) Trục đứng bên trái biểu diễn chiều cao, đơn vị là xentimét. Trục đứng bên phải biểu diễn cân nặng, đơn vị là kilôgam.

b) Đường màu xanh biểu diễn cân nặng chuẩn của trẻ 1-10 tuổi. Đường màu xám biểu diễn chiều cao chuẩn của trẻ 1-10 tuổi.

ÔN TẬP CHƯƠNG V

A – Câu hỏi (trắc nghiệm)

1. D; **2.** C; **3.** B; **4.** C; **5.** C; **6.** D.

B – Bài tập

5.25. a) An đã dùng phương pháp phỏng vấn để thu thập dữ liệu.

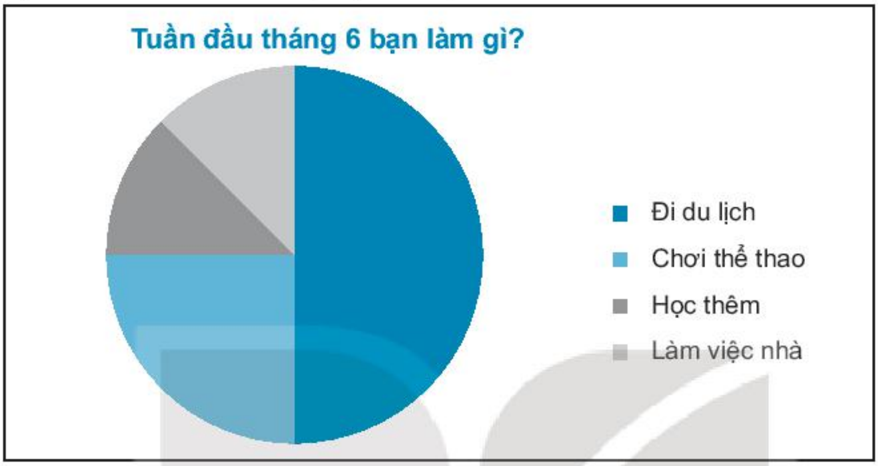
b) Dữ liệu thu được là *dữ liệu không là số, không thể sắp thứ tự*.

c) Trong dãy dữ liệu có 10 chữ cái C tức là có 10 bạn dành nhiều thời gian chơi thể thao. Tương tự, có 5 chữ cái H, 5 chữ cái L, 20 chữ cái D.

Ta có bảng thống kê

Hoạt động	Đi du lịch	Chơi thể thao	Học thêm	Làm việc nhà
Số bạn	20	10	5	5

d) Biểu đồ đã hoàn thiện (H.5.24).



Hình 5.24

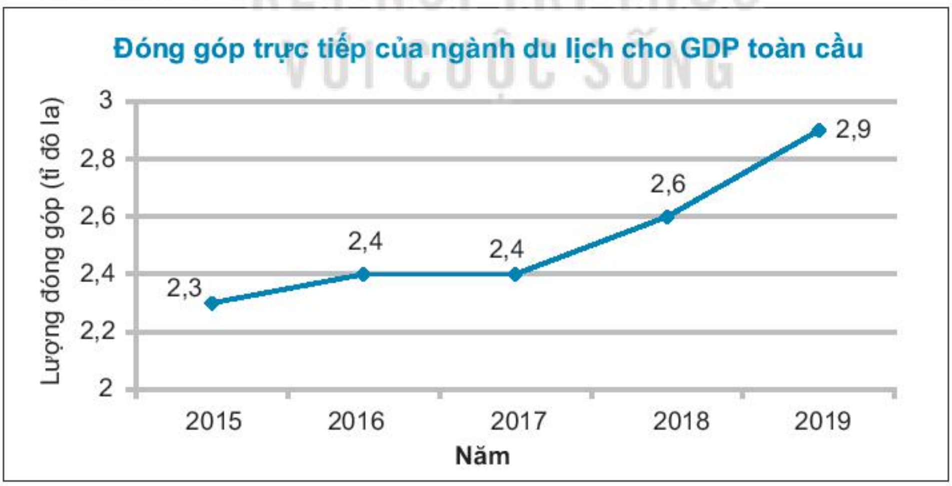
5.26. *HD:* a) Vẽ biểu đồ theo các bước hướng dẫn trong sách giáo khoa.

b) Nhận xét về điểm số (%) có tăng theo số lần làm bài không, tốc độ tăng ở những lần đầu so với tốc độ tăng ở những lần cuối.

5.27. 20 quà tặng là đồ dùng học tập, 8 quà tặng là quần áo, 12 quà tặng là đồ chơi.

5.28. a) Số liệu.

b) Biểu đồ (H.5.25).



Hình 5.25

c) Xu thế tăng theo thời gian.

5.29. a) Xu thế giảm theo thời gian.

b) Bảng thống kê

Năm	2015	2016	2017	2018	2019
Tỉ lệ đói nghèo	13,5%	12,7%	12,3%	11,8%	10,5%

c) 34 440 000 người.

5.30. a) Bảng thống kê

Khu vực	Châu Phi	Châu Á Thái Bình Dương	Các khu vực khác
Tỉ lệ mắc mới HIV	55,88%	17,65%	26,47%

b) Số lượng người mắc mới HIV ở các khu vực khoảng 950, 300 và 450.

5.31. *HD:* Tìm tỉ lệ học sinh nghiện điện thoại di động năm 2021 từ đó ước lượng số học sinh nghiện điện thoại trong 1 000 học sinh của trường.

5.32. *HD:* Làm tương tự như Bài 5.24.

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung:
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập: NGUYỄN TRỌNG THIỆP – HOÀNG VIỆT
Thiết kế sách: VŨ XUÂN NHỰ
Trình bày bìa: NGUYỄN BÍCH LA
Sửa bản in: PHẠM THỊ TÌNH – PHAN THỊ THANH BÌNH
Chế bản: CTCP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC HÀ NỘI

BÀI TẬP TOÁN 7 - TẬP MỘT

Mã số: G1BH7T001H22
In .... cuốn (QĐ .... SLK), khổ 17 x 24cm.
In tại Công ty cổ phần in ....
Số ĐKXB: 520-2022/CXBIPH/17-280 /GD
Số QĐXB: / QĐ-GD ngày ... tháng ... năm ......
In xong và nộp lưu chiểu tháng .... năm ......
Mã số ISBN: Tập một: 978-604-0-31706-3
Tập hai: 978-604-0-31707-0

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH BÀI TẬP LỚP 7 – KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

1. Bài tập Ngữ văn 7, tập một
2. Bài tập Ngữ văn 7, tập hai
3. Bài tập Toán 7, tập một
4. Bài tập Toán 7, tập hai
5. Bài tập Khoa học tự nhiên 7
6. Bài tập Công nghệ 7
7. Bài tập Lịch sử và Địa lí 7, phần Lịch sử
8. Bài tập Lịch sử và Địa lí 7, phần Địa lí
9. Bài tập Mĩ thuật 7
10. Bài tập Âm nhạc 7
11. Bài tập Giáo dục công dân 7
12. Bài tập Tin học 7
13. Bài tập Hoạt động trải nghiệm, hướng nghiệp 7
14. Tiếng Anh 7 – Global Success – Sách bài tập

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
- **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-31706-3

9 786040 317063

Giá: 19.000 đ